



Razones y proporciones

Actividad

Resolvemos situaciones o problemas utilizando razones y proporciones

¡Hola! Gracias por conectarte y ser parte de La Pre.

Razones

Son las comparaciones entre dos cantidades o magnitudes. Existen dos tipos de razones:

Razón aritmética

Si las cantidades se comparan mediante la sustracción o diferencia.

$$a - b = r_a$$

Donde:

a : antecedente

b : consecuente

r_a : valor de la razón aritmética

Razón geométrica

Si las cantidades se comparan mediante el cociente o división.

$$\frac{a}{b} = r_g$$

Donde:

a : antecedente

b : consecuente

r_g : valor de la razón geométrica

Proporciones

Son las igualdades de dos razones de la misma clase y que tienen el mismo valor.

Sea la proporción aritmética:

$$a - b = c - d$$

Sea la proporción geométrica:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

Donde:

a y d : términos extremos

b y c : términos medios

k : constante de proporcionalidad

Tipos de proporciones

Discreta

Cuando los términos medios de las proporciones son diferentes.

$$a - b = c - d$$

Donde:

d : cuarta diferencial de los términos a , b y c .

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Donde:

d : cuarta diferencial de los términos a , b y c .

Continua

Cuando los términos medios de las proporciones tanto aritmética como geométrica son iguales.

$$a - b = b - c$$

Donde:

b : media diferencial de a y c

c : tercera diferencial de a y b

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

Donde:

b : media proporcional de a y c

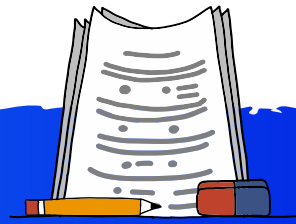
c : tercera proporcional de a y b

Estrategias para la resolución de retos

1. Comprendemos el reto o problema.
2. Diseñamos una estrategia o plan.
3. Ejecutamos la estrategia o plan.
4. Reflexionamos sobre la solución.



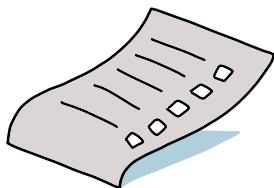
Retos



1. Dados tres números enteros positivos, cuya suma es 198, se sabe que los dos mayores son entre sí como 3 a 2 y los dos menores están en la relación de 5 a 4. Determina la razón aritmética entre el mayor y menor de los números enteros.
- a) 14
 - b) 28
 - c) 30
 - d) 35
 - e) 42

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 1)

2. En un examen de admisión se observa que el número de problemas contestados y el número total de problemas están en relación de 2 a 3, y dentro de los problemas contestados, los respondidos en forma correcta y los errados están en una relación de 1 a 2. ¿Cuál es la relación de los problemas errados con respecto al total de problemas?
- a) $2/3$
 - b) $6/5$
 - c) $4/9$
 - d) $9/4$
 - e) $3/5$



3. Las edades de Carla y Ricardo están en la relación de 7 a 5, respectivamente. Si dentro de 9 años estarán en la relación de 5 a 4, ¿cuál es la edad actual de Carla?
- a) 14
 - b) 21
 - c) 28
 - d) 35
 - e) 42

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 1)

4. Se tiene una mezcla de 70 L de alcohol y 30 L de agua. Se extraen 30 L de la mezcla y se reemplazan por agua. ¿Cuál es la razón aritmética de las cantidades de agua y alcohol que quedan?
- a) 1 L
 - b) 2 L
 - c) 3 L
 - d) 4 L
 - e) 5 L

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 1)



5. Para un examen de admisión, un alumno ahorra 24 soles al mes. Lo que recibe de propina y lo que gasta en ambos casos, mensualmente, está en la relación de 4 a 1. Determine en cuántos soles deberán disminuir sus gastos mensuales para que la relación entre lo que recibe de propina y lo que gasta sea $16/3$.

- a) 4
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 6

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 1)

6. Las edades de Daniel, Jesús y Ana, en ese orden, forman una proporción aritmética continua. La edad de Ana y la edad de Daniel suman 54 años, y los extremos de la proporción se diferencian en 16. Halla la razón de la proporción aritmética.

- a) 8
- b) 9
- c) 12
- d) 4
- e) 6

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 1)

7. Se tienen dos recipientes A y B. Cada uno contiene una mezcla de agua y vino: en el primero en la relación de 2 a 3 y en el segundo de 4 a 1, respectivamente. Si los contenidos de A y B se vierten en un tercero, la tercera parte de la mezcla será vino. ¿En qué relación estaban los contenidos iniciales de A y B?

- a) 1 a 2
- b) 1 a 3
- c) 2 a 3
- d) 4 a 1
- e) 5 a 2

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 1)



Resolvemos los retos



1. Respuesta e.

Sean los números a , b y c ($a > b > c$):

$$a + b + c = 198$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{5}{4}$$

Homogenizamos para obtener el mismo valor de b :

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{2} = \frac{3(5)}{2(5)} = \frac{15k}{10k}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{5}{4} = \frac{5(2)}{4(2)} = \frac{10k}{8k}$$

Hallamos:

$$a + b + c = 198$$

$$15k + 10k + 8k = 198$$

$$k = 6$$

Obtenemos **la razón aritmética** entre el mayor y menor de los números enteros:

$$r_a = a - c$$

$$r_a = 15k - 8k$$

$$r_a = 7k$$

$$r_a = 7(6)$$

$$r_a = 42$$

2. Respuesta c.

PC: preguntas contestadas

TP: total de preguntas

C: preguntas correctas

E: preguntas erradas

$$\frac{PC}{TP} = \frac{2K}{3K}; \quad PC = C + E$$

$$\frac{C}{E} = \frac{1a}{2a}$$

$$\frac{E}{TP} = \frac{2a}{3k}$$

Reemplazamos los valores de la segunda proporción en la primera:

$$\frac{2K}{3K} = \frac{\cancel{2}a}{\cancel{3}k}; \quad \frac{2}{3} = \frac{a}{k}; \quad \frac{2(2)}{3(3)} = \frac{a(2)}{k(3)}$$

Hallamos la relación de problemas errados con respecto al total de problemas:

$$\frac{E}{TP} = \frac{2a}{3k} = \frac{4}{9}$$

3. Respuesta b.

Las edades de Carla y Ricardo:

$$\frac{C}{R} = \frac{7k}{5k}$$

Dentro de 9 años:

$$\frac{7k + 9}{5k + 9} = \frac{5}{4}$$

Hallamos el valor de k :

$$4(7k + 9) = 5(5k + 9)$$

$$28k + 36 = 25k + 45$$

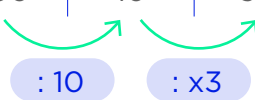
$$k = 3$$

Obtenemos la edad actual de Carla:

$$C = 7k = 7(3) = 21$$

4. Respuesta b.

	Se tiene		Se extrae
Alcohol	70	7	21
Agua	30	3	9
Mezcla	100	10	30



Queda:

$$\text{Alcohol: } 70 - 21 = 49$$

$$\text{Agua: } 30 - 9 = 21$$

$$\text{Se agregan 30 L de agua: } 30 + 21 = 51$$

Hallamos la razón aritmética de las cantidades de agua y alcohol que quedan:

$$51 - 49 = 2L$$

5. Respuesta c.

Ahorra: $S/24$

$$\frac{\text{Propina}}{\text{Gasta}} = \frac{4k}{1k}$$

Disminuir gastos: x

$$\text{Ahorra} = \text{Propina} - \text{Gasta}$$

Hallamos el valor de k :

$$24 = 4k - k$$

$$k = 8$$

Calculamos en cuánto debe disminuir sus gastos para que la relación entre lo que recibe de propina y lo que gasta sea $16/3$:

$$\frac{\text{Propina}}{\text{Gasta} - x} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{32}{8 - x} = \frac{16}{3}$$

$$6 = 8 - x$$

$$x = 2$$

6. Respuesta a.

Las edades de Daniel, Jesús y Ana forman una progresión aritmética continua: $D - J = J - A$

Si:

$$A + D = 54$$

$$D - A = 16$$

$$D = 16 + A$$

$$A + 16 + A = 54$$

$$2A = 38$$

$$A = 19$$

$$D = 35$$

Obtenemos la edad de Jesús en la proporción aritmética:

$$D - J = J - A$$

$$35 - J = J - 19$$

$$2J = 54$$

$$J = 27$$

Reemplazamos:

$$35 - 27 = 27 - 19 = 8$$

Por lo que la razón aritmética es 8.

7. Respuesta a.

Sea C el tercer recipiente; m y n las constantes de proporcionalidad.

	A	B	C
Agua	$2m$	$4n$	$2m+4n$
Vino	$3m$	$1n$	$3m+1n$
Total	$5m$	$5n$	

$$\frac{A}{B} = ?$$

Si al mezclar los recipientes A y B en el recipiente C, la tercera parte de mezcla será vino.

$$\frac{2m + 4n}{3m + n} = \frac{2}{1}$$

$$2m + 4n = 6m + 2n$$

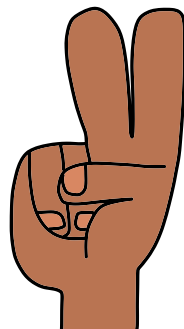
$$2n = 4m$$

$$n = 2m$$

Reemplazamos:

$$\frac{A}{B} = \frac{5m}{5n} = \frac{5m}{5(2m)} = \frac{1}{2}$$

Obtenemos que la relación de los contenidos iniciales de A y B es $\frac{1}{2}$.



¡Sigamos aprendiendo... La Pre!