





## Promedios

### Actividad

Resolvemos situaciones o retos que involucren el uso de promedios.

¡Hola! Gracias por conectarte y ser parte de La Pre.

#### Promedios

Llamamos promedio a la cantidad representativa de un conjunto de valores numéricos finitos. El promedio se encuentra entre los valores **menor y mayor**.

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n$$

menor valor  $\leq$  promedio  $\leq$  mayor valor

#### Tipos de promedios

**a. Promedio aritmético (PA) o media aritmética (MA):** es el promedio o suma (S) de un conjunto finito de números dividido entre el número de ellos (n).

$$PA = \frac{S}{n}$$

$$PA = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

**b. Promedio geométrico (PG) o media geométrica (MG):** es el segundo promedio más importante, permite promediar índices porcentuales y tasas de crecimiento. Se aplica para valores extremos, números positivos. El promedio geométrico es menor o igual al promedio aritmético.

$$PG = \sqrt[n]{P}$$

$$PG = \sqrt[n]{a_1(a_2)(a_3)\dots a_n}$$

**c. Promedio armónico (PH) o media armónica (MH):** es el promedio de números reales no nulos, es recíproco al promedio aritmético, de los recíprocos de sus números.

$$PH = \frac{n}{\text{Suma de inversas de los datos}}$$

$$PH = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

**La relación entre los tres promedios:**

$$PH \leq PG \leq PA$$

↑                      ↑  
 Menor                      Mayor  
 promedio                      promedio

**Donde:**

PA: promedio aritmético

PG: promedio geométrico

PH: promedio armónico

S: suma de datos

n: número de datos

P: producto de datos

$a_1; a_2; a_3; \dots; a_n$ : datos o cantidades numéricas

**Nota:**

Cuando nos indican mayor promedio, se refieren al promedio aritmético o media aritmética o simplemente media.

## Propiedades para dos cantidades

Sean  $a$  y  $b$  dos cantidades:

### Media aritmética (MA):

$$MA = \frac{a + b}{2}$$

### Media geométrica (MG):

$$MG = \sqrt{a(b)}$$

### Media armónica (MH):

$$MH = \frac{2ab}{a + b}$$

#### Recuerda:

- Cuando se habla del promedio y no indica a qué promedio se refiere, debe considerarse el promedio aritmético.
- La media geométrica se aplica generalmente con datos dispersos.

## Método para la resolución de retos

1. Comprendemos el reto o problema.
2. Diseñamos una estrategia o plan.
3. Ejecutamos la estrategia o plan.
4. Reflexionamos sobre la solución.

# Retos



1. La media aritmética de 200 números pares de tres cifras es 699 y la media aritmética de otros 200 números pares de tres cifras es 299. ¿Cuál es la media aritmética de los números pares de tres cifras no considerados?
  - a) 498
  - b) 499
  - c) 948
  - d) 949
  - e) 721
2. El promedio armónico de 20 números es 18 y el de otros 30 números diferentes entre sí y de los anteriores es 54. Encontrar el promedio armónico de los 50 números.
  - a) 30
  - b) 20
  - c) 23
  - d) 28
  - e) 41
3. El promedio de las edades de seis trabajadoras de una ensambladora de computadoras es 33 años. Tres de ellas tienen 31, 29 y 35 años, y ninguna de las restantes tiene menos de 28 años. ¿Cuál es la máxima edad que puede tener una de las trabajadoras?
  - a) 50
  - b) 49
  - c) 43
  - d) 47
  - e) 85
4. Cuatro hermanos tuvieron que afrontar los gastos económicos que generó la operación e internamiento hospitalario de su padre. Si ninguno aportó menos de S/ 4200, y el aporte promedio de los hermanos fue de S/ 5600, ¿cuál es el aporte máximo que podría haber dado uno de ellos?
  - a) S/ 8500
  - b) S/ 7900
  - c) S/ 8600
  - d) S/ 9800
  - e) S/ 8900

S/.

5. El peso promedio de todos los estudiantes del aula A es 68,4 y de todos los estudiantes del aula B es 71,2. Si el peso promedio de ambas aulas combinadas es 70, y el número de estudiantes del aula B excede al aula A en 16, ¿cuántos estudiantes tiene el aula B?
- a) 64  
b) 48  
c) 42  
d) 62  
e) 60
6. El promedio de las seis calificaciones de matemáticas de Miguel es 75. Afortunadamente para Miguel, su docente eliminó su menor nota, con lo que su promedio subió a 85. ¿Cuál era la nota que eliminó el profesor de Miguel?
- a) 20  
b) 25  
c) 30  
d) 40  
e) 50
7. En un juego, los puntajes son números enteros. Claudia juega tres partidos con un promedio de 114 puntos. Luego juega dos partidos más donde obtiene el mismo puntaje en cada uno. Si el promedio de los cinco partidos es 120 puntos, ¿cuál es el puntaje obtenido en el partido 4 o 5?
- a) 120  
b) 121  
c) 123  
d) 127  
e) 129
8. El promedio aritmético de 50 números es 16. Si a 20 de ellos se les añade 7 unidades y a los restantes se les quita 3 unidades, ¿cuál es el nuevo promedio aritmético?
- a) 10  
b) 17  
c) 15  
d) 20  
e) 18
9. El promedio de cuatro números es 11 y, cuando se les agrupa de tres en tres, dichos promedios aritméticos son números pares consecutivos. Calcule el menor de los cuatro números.
- a) 1  
b) 2  
c) 4  
d) 6  
e) 8
10. El mayor promedio de dos números enteros es 40 y el menor promedio es 30. Hallar la diferencia de los números.
- a) 30  
b) 20  
c) 10  
d) 40  
e) 22
11. La media aritmética de 3 números es 14. La media geométrica es par e igual a uno de los números y su media armónica es  $72/7$ . Hallar el mayor de los números.
- a) 24  
b) 28  
c) 20  
d) 32  
e) 36

12. Para un curso de Matemática se tiene alumnos de primera matrícula y alumnos de segunda matrícula. Si la nota promedio de la sección fue de 15 puntos, y el grupo de alumnos de primera matrícula obtuvo la nota promedio de 17 puntos y los de segunda matrícula obtuvieron en promedio 12 puntos, ¿qué porcentaje de alumnos son de segunda matrícula?
- a) 30 %
  - b) 40 %
  - c) 50 %
  - d) 60 %
  - e) 80 %
13. El promedio de las edades del 40 % de los asistentes a una reunión es 40 años y el promedio del 25 % del resto es de 28 años, ¿cuál debe ser el promedio del resto de personas si todos los asistentes en promedio tienen 31 años?
- a) 28 años
  - b) 25 años
  - c) 26 años
  - d) 24 años
  - e) 22 años
14. Se tienen cuatro números. Al añadir el promedio de tres de ellos al número restante, se obtienen los números 17, 21, 23 y 29. Entonces, la suma de los cuatro números es igual a...
- a) 90
  - b) 80
  - c) 60
  - d) 50
  - e) 45
15. En un campamento, el líder mide al grupo de niñas y niños, anota en su carpeta que la estatura promedio es de 1 m. Si la estatura de 10 niños es de 1,15 m y la de las niñas 0,90 m, ¿cuántas niñas estuvieron en el campamento?
- a) 25
  - b) 20
  - c) 15
  - d) 18
  - e) 27



# Resolvemos los retos



## 1. Respuesta d.

Si:

200 números pares de 3 cifras:

$$PA = 699 \rightarrow S = 699(200)$$

Otros 200 números de 3 cifras:

$$PA = 299 \rightarrow S = 299(200)$$

Conociendo que los números de tres cifras son 900, 450 pares.

Números no considerados de 3 cifras:  $x$

$$PA = x \rightarrow S = 50x$$

Calculamos la media aritmética de los números pares no considerados:

Suma de # pares de 3 cifras = suma (200 pares) + otros (200 pares) +  
50 pares no considerados

$$\left( \frac{100 + 998}{2} \right) 450 = 699(200) + 299(200) + 50x$$

$$(549)9 = 699(4) + 299(4) + x$$

$$4941 = 3992 + x$$

$$949 = x$$

Por lo tanto, la media de los números pares de 3 cifras no considerados es de 949.





## 2. Respuesta a.

Suma de 20 números:  $x$

$$PH_{20} = 18$$

Suma de 30 números:  $y$

$$PH_{30} = 54$$

$$PH_{50} = \text{¿?}$$

Hallamos la suma de los 20 y 30 números:

Si:

$$PH = \frac{n}{\text{Suma de inversas de los datos}}$$

Entonces:

$$PH_{30} = \frac{30}{y} \rightarrow y = \frac{30}{54} = \frac{5}{9}$$

$$PH_{20} = \frac{20}{x} \rightarrow x = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$$

Hallamos el promedio armónico de los 50 números:

$$PH_{50} = \frac{50}{x + y}$$

$$PH_{50} = \frac{50}{\frac{10}{9} + \frac{5}{9}} \quad PH_{50} = \frac{50}{15} \quad PH_{50} = \frac{450}{15} \quad PH_{50} = 30$$

Entonces, el promedio armónico de los 50 números es 30.

## 3. Respuesta d.

$$PA = 33$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 31 + 29 + 35 = 95$$

$$a_4; a_5; a_6 \geq 28$$

$$\text{Máx. de edad: } a_6 = x$$

Calculamos la máxima edad al reemplazar los datos:

$$PA = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6}{n}$$

$$33 = \frac{95 + 2(28) + x}{6} \quad 198 - 152 = x \quad 47 = x$$

La máxima edad que puede tener una de las trabajadoras es 47 años.

#### 4. Respuesta d.

$$PA = 5600$$

$$a_1; a_2; a_3; a_4 \geq 4200$$

$$\text{Aporte máx.: } a_4 = x$$

Calculamos el aporte máximo de uno de ellos:

$$PA = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{n}$$

$$5600 = \frac{4200(3) + x}{4}$$

$$\begin{aligned} 22400 - 12600 &= x \\ 9800 &= x \end{aligned}$$

Por lo tanto, el aporte máximo que dio uno de los hermanos es de S/ 9800.

#### 5. Respuesta a.

$$PA_A = 68,4$$

$$PA_B = 71,2$$

$$PA_{A \text{ y } B} = 70$$

Número de estudiantes del aula A:  $x$

Número de estudiantes del aula B:  $x + 16$

En un promedio aritmético, la suma de las cantidades es...  $PA = \frac{S}{n} \rightarrow S = PA(n)$

Calculamos la suma de ambas aulas:

$$S = S_A + S_B$$

$$70(2x + 16) = 68,4(x) + 71,2(x + 16)$$

$$140x + 1120 = 68,4x + 71,2x + 1139,2$$

$$0,4x = 19,2$$

$$\frac{4}{10}x = 19,2$$

$$x = 48$$

Calculamos el número de estudiantes del aula B:

$$n_B = x + 16 = 48 + 16 = 64$$

Entonces, el número de estudiantes del Aula B es 64.

### 6. Respuesta b.

$$n = 6$$

$$PA_6 = 75$$

$$PA_5 = 85$$

$$\text{Menor nota: } a_1 = x$$

Calculamos la suma de las 6 calificaciones:

$$S_6 = PA(n) = 75(6) = 450$$

Al eliminar la menor nota, la suma de las 5 calificaciones es:

$$S_5 = 85(5) = 425$$

Calculamos la menor nota:

$$S_6 = S_5 + x$$

$$450 = 425 + x$$

$$25 = x$$

Por tanto, la nota que eliminó el docente de Miguel es 25.

### 7. Respuesta e.

Suma de tres partidos:

$$S_3 = 114(3)$$

Suma de dos partidos:

$$S_2 = 2x$$

$$PA = 120$$

$$a_4 = a_5 = x$$

Calculamos la suma de los cinco partidos:

$$S = PA(n) = 120(5) = 600$$

Calculamos la suma de los dos últimos partidos:

$$S = S_3 + S_2$$

$$600 = 114(3) + 2x$$

$$600 - 342 = 2x$$

$$258 = 2x$$

Hallamos el puntaje de cada partido:

$$a_4 = a_5 = x = 129$$

El puntaje obtenido en el partido 4 y 5 es de 129.

### 8. Respuesta b.

$$n = 50$$

$$PA = 16$$

A 20 se le añaden 7 unidades:  $20(7)$

Al resto se le quita 3 unidades:  $30(3)$

Calculamos en cuánto aumenta la suma de las 50 unidades:

$$20(7) - 30(3) = 140 - 90 = 50$$

Hallamos el nuevo promedio aritmético:

$$PA = \frac{16(50) + 50}{50}$$

$$PA = 16 + 1 = 17$$

Por lo tanto, el nuevo promedio aritmético es 17.

**9. Respuesta b.**

$$PA = \frac{a + b + c + d}{4} = 11 \rightarrow a + b + c + d = 44$$

Si  $x \rightarrow$  es par

Al agrupar de tres en tres, obtenemos las siguientes sumas:

$$a + b + c = 3x$$

$$a + b + d = 3(x + 2) = 3x + 6$$

$$a + c + d = 3(x + 4) = 3x + 12$$

$$b + c + d = 3(x + 6) = 3x + 18$$

Al sumar:

$$3(a + b + c + d) = 12x + 36$$

$$3(44) = 12x + 36$$

$$44 = 4x + 12$$

$$32 = 4x$$

$$8 = x$$

Calculamos cada número:

Si  $a + b + c + d = 44$ , entonces el menor número será:

$$a = 44 - [3(8) + 18] = 2$$

El menor de los cuatro números es 2.

**10. Respuesta d.**

Dos números enteros:  $a$  y  $b$ .

$$MA = 40$$

$$\text{Menor promedio} = MH = 30$$

Calculamos la suma de los números a partir del promedio de ellos:

$$MA = \frac{a + b}{2}$$

$$40 = \frac{a + b}{2}$$

$$a + b = 80$$

Hallamos el producto de ambos números a partir de la media armónica de ellos:

$$MH = \frac{2ab}{a + b}$$

$$30 = \frac{2ab}{80}$$

$$1200 = ab$$

$$\text{Si: } a + b = 80 \text{ y } ab = 1200$$

$$\text{Entonces: } a = 60 \text{ y } b = 20$$

Obtenemos la diferencia:

$$60 - 20 = 40$$

Por ello, la diferencia de los números es 40.

### 11. Respuesta c.

Sean:  $a$ ,  $b$  y  $c$

$$PA = 14$$

$$PG = a$$

$$PH = 72/7$$

En la  $PA$ , la suma de los números es...

$$a + b + c = 14(3) = 42$$

En la  $PG$ , si es igual a "a":

$$PG = \sqrt[3]{a(b)(c)} = a$$

$$a \cdot b \cdot c = a^3 \quad (1)$$

$$bc = a^2 \quad (2)$$

En la  $PH$ , tenemos:

$$PH = \frac{3}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{72}{7}$$

$$\frac{3ab}{bc + ac + ab} = \frac{72}{7}$$

Reemplazamos (1) y (2) en

$$\frac{a^3}{a^2 + ac + ab} = \frac{24}{7}$$

Simplificamos la variable  $a$ :

$$\frac{a^2}{a + b + c} = \frac{24}{7}$$

Reemplazamos la suma de los números:

$$\frac{a^2}{42} = \frac{24}{7}$$

$$a^2 = 144; \text{ entonces } bc = 144$$

$$a = 12$$

$$\text{Si: } bc = 144$$

$$\text{Al reemplazar el valor de } a: b + c = 30$$

Obtenemos los valores de  $b$  y  $c$ :

$$b = 24$$

$$c = 6$$

Respuesta: El mayor de los números es 24.



## 12. Respuesta b.

Número de primera matrícula:  $x$

Número de segunda matrícula:  $y$

$$PA = 15$$

$$PA_x = 17 \rightarrow S = 17x$$

$$PA_y = 12 \rightarrow S = 12y$$

$$Y\% = ?$$

Calculamos el número de estudiantes

$$PA = 15$$

$$\frac{17x + 12y}{x + y} = 15 \quad \begin{array}{l} 17x + 12y = 15x + 15y \\ 2x = 3y \end{array}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3k}{2y}$$

Deducimos que:

$$\text{Al sumar } x + y = 5k \rightarrow 100\%$$

Entonces:

$$3k \rightarrow 60\%$$

$$2k \rightarrow 40\%$$

El porcentaje de alumnos en la segunda matrícula es del 40 %.

## 13. Respuesta d.

$$\text{Total} = 100n$$

$$40\% \rightarrow 40n$$

$$25\% \text{ del resto} \rightarrow 25\%(60n) = 15n$$

$$\text{Resto} \rightarrow 45n$$

$$PA = 31$$

PA del resto:  $x$

Obtenemos el promedio del resto, a partir de la comparación de la suma de las partes al total:

$$S_{40\%} + S_{25\% \text{ resto}} + S_{\text{resto}} = S_{\text{total}}$$

$$40(40n) + 28(15n) + x(45n) = 31(100n)$$

Calculamos  $x$  al eliminar las  $n$  y dividir entre 5 cada término de la igualdad:

$$320 + 84 + 9x = 620$$

$$9x = 216$$

$$x = 24$$

El promedio del resto de personales es 24 años.

#### 14. Respuesta e.

Sean los cuatro números: a,b,c y d.

Al obtener los números se tiene:

$$17 = a + \frac{b + c + d}{3}$$

$$21 = b + \frac{a + c + d}{3}$$

$$23 = c + \frac{a + b + d}{3}$$

$$29 = d + \frac{a + b + c}{3}$$

Sumamos las cuatro igualdades y obtenemos:

$$90 = a + b + c + d + \frac{3(a + b + c + d)}{3}$$

$$90 = 2(a + b + c + d)$$

$$45 = a + b + c + d$$

Por tanto, la suma de los cuatro números es igual a 45.

#### 15. Respuesta c.

Número de niñas:  $x$

Número de niños: 10

Total:  $x + 10$

$$PA_{Total} = 1 \rightarrow S = 1(x + 10) = x + 10$$

$$PA_{Niños} = 1,15 \rightarrow S_{10} = 10(1,15) = 11,5$$

$$PA_{Niñas} = 0,90 \rightarrow S_x = 0,9x$$

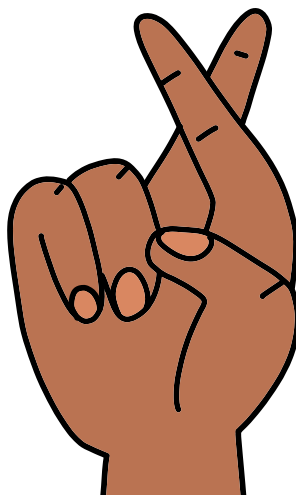
Calculamos el número de niñas que asistieron al campamento en la igualdad:

$$S = S_{10} + S_x$$

$$x + 10 = 11,5 + 0,9x$$

$$0,1x = 1,5$$

$$x = 15$$



**¡Sigamos aprendiendo... La Pre!**