





## Operaciones con expresiones algebraicas

### Actividad

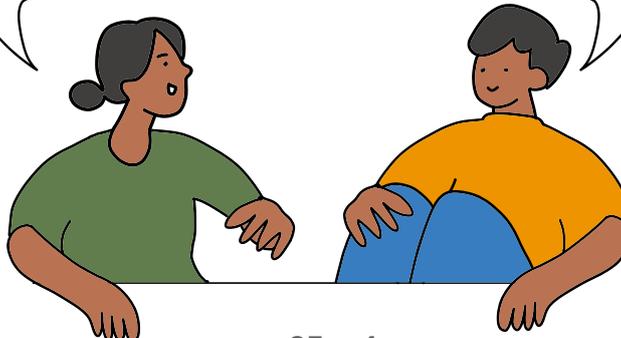
Utilizamos nuestros conocimientos de operaciones algebraicas para resolver diversos problemas

¡Hola! Gracias por conectarte y ser parte de La Pre.

#### Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico

+ (más, incrementar, aumentar)  
- (diferencia, menos, disminuir)  
x (doble, triple, producto)  
: (coincidencia, mitad, tercera parte)

Expresar que un número cualquiera es 25 unidades mayor que el cuádruple de otro número.



$$x = 25 + 4y$$

Como podré hallar el perímetro del cuadrado si el área de dicha figura está dado por la siguiente expresión:  $(x^2 + 4)^2 - (x^2 - 4)^2$ .

Me parece tan complicado.



No te preocupes, yo te ayudo, solo hay que efectuar las operaciones con las expresiones algebraicas indicadas, sacar la raíz cuadrada de la simplificación, y al resultado multiplicarlo por 4 y ya tienes el perímetro.



### Expresión algebraica

Una expresión algebraica es la combinación de números y letras por medio de signos operatorios que representan operaciones algebraicas.

### Término algebraico

Es cada uno de los monomios que forman una expresión algebraica.

### Grado de un término algebraico

Puede ser absoluto o con relación a una letra. El grado absoluto es la suma de los exponentes de toda la parte literal, y el grado relativo es el exponente mayor de dicha letra.

### Operación algebraica

Es todo procedimiento que se da con las expresiones algebraicas en el cual se halla el resultado a partir de ciertos datos y siguiendo las técnicas operativas estudiadas en el conjunto R.

# Retos



1. Hallar el valor numérico de la expresión R si  $x = -1$ :

$$R = -3x^2 - \{-[8x^2 + 5x - (2x^2 - x - 6)]\}$$

- a) -3
- b) 6
- c) 3
- d) -6
- e) 0

2. Hallar el valor numérico de la siguiente expresión para  $x = -2$  e  $y = 1$ :

$$M = (x + y)^2 (x - y)^2 + 2(x + x)(x - y)$$

- a) 14
- b) 15
- c) 24
- d) 27
- e) 13

3. Simplificar el siguiente polinomio si todos los términos son semejantes:

$$P(x) = (a + b)x^{a+1} + 3(a + 2b)x^{b+2} - 5abx^5$$

- a)  $23x^5$
- b)  $-23x^5$
- c)  $-37x^5$
- d)  $37x^5$
- e)  $-21x^5$

4. ¿Qué expresión hay que añadirle a  $(x - 5)(x + 2)$  para que sea igual a  $x^2 - 10$ ?

- a)  $3x$
- b)  $-3x$
- c)  $3x - 3$
- d)  $-7x$
- e)  $-3x - 20$

5. Si  $GR(x) = 5$  y el  $GR(y) = 9$ , hallar el grado absoluto del siguiente polinomio:

$$P(x, y) = 3x^{m+1} - 8x^m y^n - 2y^{2+n}$$

- a) 12
- b) 13
- c) 10
- d) 25
- e) 11



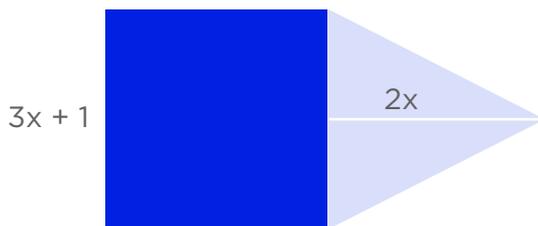
6. Manuel, Javier y Carlos tenían  $(3x + 1)$ ,  $(2x - 10)$  y  $(1 - 3x)$  bolitas o canicas, respectivamente. Si al término de la semana Manuel duplicó lo que tenía, Javier perdió la mitad y Carlos aumentó en 8 lo que tenía, ¿cuál es la cantidad total de bolitas que tienen los tres juntos?

- a)  $3(x + 1)$
- b)  $2(2x - 3)$
- c)  $2(2x + 3)$
- d)  $4(x + 6)$
- e)  $4(x + 3)$

7. Calcular  $A^2/B$  si  $A = (x + 5)^2 - (x + 2)(x + 8)$  y  $B = (x + 6)^2 - (x + 3)(x + 9)$ .

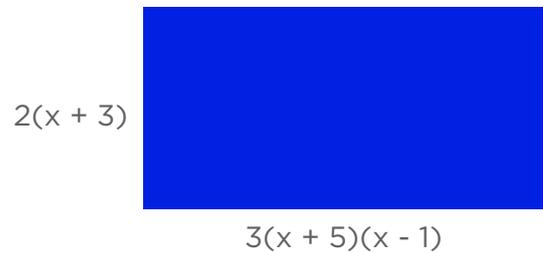
- a) -11
- b) 11
- c) 1
- d) 9
- e) 2

8. Expresar el área de la siguiente figura formada por un cuadrado y un triángulo en función de  $x$ .



- a)  $12x^2 + 7x + 1$
- b)  $12x^2 - 7x + -1$
- c)  $12x^4 + 7x + 1$
- d)  $12x^2 + 7x^2 + 1$
- e)  $12x^2 + 7x - 1$

9. Calcular el área de un rectángulo cuyo largo y ancho están representados por las expresiones  $3(x + 5)(x - 1)$  y  $2(x + 3)$ , respectivamente.



- a)  $6x^3 + 42x^2 + 42x^2 - 90$
- b)  $6x^3 + 42x^2 - 42x^2 + 90$
- c)  $6x^3 - 42x^2 + 42x^2 + 90$
- d)  $6x^3 + 42x^2 + 42x - 90$
- e)  $6x^3 + 42x^3 + 42x^2 - 90$

10. Reducir la siguiente expresión:  
 $R = 3(x^4 - y^4)/(x + y)(x^2 + y^2)$ , si  $x - y = 8$ .

- a) -8
- b) 24
- c) 11
- d) 16
- e) 8

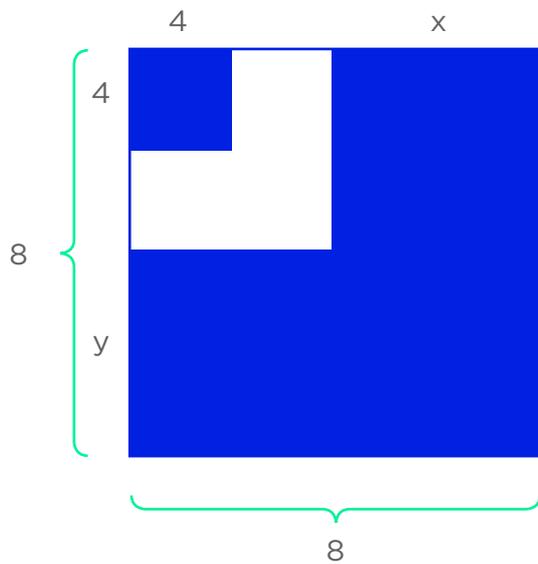
11. Hallar el producto  $mn$  si el polinomio  $P(x) = x^3 + x^2 - mx - n$  es divisible por  $(x - 2)(x + 2)$ .

- a) -16
- b) 16
- c) 0
- d) 8
- e) -8

12. Si  $x^2 + y^2 = 18$  y  $xy = 6$ , hallar  $x^4 + y^4$ .

- a) 300
- b) 252
- c) 396
- d) 288
- e) 522

13. Observar el gráfico y hallar el perímetro de la región no sombreada.



- a)  $2(12 + x + y)$
- b)  $2(16 + x + y)$
- c)  $2(16 - x - y)$
- d)  $32 + x - 2y$
- e)  $24 - 2x - 2y$

14. Si el área de un triángulo está expresada por  $[(x^2 + 2x)^2 - (3x - x^2)^2]$  y su base es  $5x^2$ , ¿cuál es la expresión que representa su altura?

- a)  $4x - 2$
- b)  $4x + 2$
- c)  $2x^3(x - 1)$
- d)  $2x^3(x - 2)$
- e)  $4x - 1$

15. Simplificar la siguiente expresión:  
 $[(2^5 a^7)^3 x^5 y^{-2}]^3 / [(2^2 a^3)^7 \cdot x^2 y^{-2}]^3$

- a)  $8x^9$
- b)  $2x^9$
- c)  $6x^9$
- d)  $6x^6$
- e)  $1/8 x^9$



# Resolvemos los retos



## 1. Respuesta c.

Simplificamos la expresión, suprimimos los signos de colección y reemplazamos el valor de  $x$ :

$$R = -3x^2 - \{- [8x^2 + 5x - (2x^2 - x - 6)]\}$$

$$R = -3x^2 - \{- [8x^2 + 5x - 2x^2 + x + 6]\}$$

$$R = -3x^2 - \{- 8x^2 - 5x + 2x^2 - x - 6\}$$

$$R = -3x^2 - \{- 6x^2 - 6x - 6\}$$

$$R = -3x^2 + 6x^2 + 6x + 6$$

$$R = 3x^2 + 6x + 6$$

Reemplazamos el valor de  $x = -1$  en la expresión simplificada:

$$R = 3(-1)^2 + 6(-1) + 6$$

$$R = 3 - 6 + 6 = 3$$

El valor numérico es 3.

## 2. Respuesta b.

Reemplazamos el valor de cada término y luego efectuamos las operaciones indicadas:

$$M = (x + y)^2(x - y)^2 + 2(x + y)(x - y)$$

$$M = (-2 + 1)^2(-2 - 1)^2 + 2(-2 + 1)(-2 - 1)$$

$$M = (-1)^2(-3)^2 + 2(-1)(-3)$$

$$M = (1)(9) + 6 = 9 + 6 = 15$$

El valor numérico es 15.

### 3. Respuesta b.

Si todos los términos son semejantes, entonces, los exponentes de  $x$  son iguales:

$$a + 1 = b + 2 = 5$$

Calculamos los valores de  $a$  y  $b$  formando igualdades:

$$a + 1 = 5 \text{ y } b + 2 = 5$$

$$a = 4 \text{ y } b = 3$$

Reemplazamos los valores en el polinomio y simplificamos:

$$P(x) = (a + b)x^{a+1} + 3(a + 2b)x^{b+2} - 5abx^5$$

$$P(x) = (4 + 3)x^5 + 3(4 + 2(3))x^5 - 5(4)(3)x^5$$

$$P(x) = 7x^5 + 30x^5 - 60x^5$$

$$P(x) = -23x^5$$

### 4. Respuesta a.

Para hallar lo que nos piden, planteamos una resta y efectuamos operaciones:

$$(x^2 - 10) - (x - 5)(x + 2)$$

$$x^2 - 10 - (x^2 - 3x - 10) \quad (\text{suprimimos signos de colección})$$

$$x^2 - 10 - x^2 + 3x + 10$$

(reducimos)

$$3x$$

Hay que añadirle a la ecuación  $3x$ .

### 5. Respuesta e.

Como el  $GR(x) = 5$ , el mayor exponente de  $x$  es 5.

$$(m + 1) > m; \text{ por lo tanto, } m + 1 = 5 \longrightarrow m = 4.$$

Si el  $GR(y) = 9$ , el mayor exponente de la  $y$  es 9.

$$(2 + n) > n; \text{ por lo tanto, } 2 + n = 9 \longrightarrow n = 7.$$

Reemplazamos los valores de  $m$  y  $n$  en el polinomio y hallamos el grado de cada término:

$$P(x, y) = 3x^{m+1} - 8x^m y^n - 2y^{2+n}$$

$$P(x, y) = 3x^5 - 8x^4 y^7 - 2y^9$$

$$\text{Grado: } 5.^\circ \quad 11.^\circ \quad 9.^\circ$$

Elegimos el mayor de ellos, por lo tanto, el grado es 11.

## 6. Respuesta c.

Representamos las situaciones al término de la semana:

$$\text{Manuel: } 2(3x + 1)$$

$$\text{Javier: } (2x - 10)/2$$

$$\text{Carlos: } (1 - 3x) + 8$$

Sumamos para hallar el total:

$$T = 2(3x + 1) + (2x - 10)/2 + (1 - 3x) + 8 \quad (\text{efectuamos operaciones})$$

$$T = 6x + 2 + x - 5 + 1 - 3x + 8 \\ (\text{reducimos})$$

$$T = 4x + 6$$

El total es  $4x + 6$ , que es igual a  $2(2x + 3)$ .

## 7. Respuesta d.

Resolvemos la potencia y la multiplicación indicadas en cada caso:

$$A = (x + 5)^2 - (x + 2)(x + 8)$$

$$A = x^2 + 10x + 25 - (x^2 + 10x + 16) \quad (\text{suprimimos signos de colección})$$

$$A = x^2 + 10x + 25 - x^2 - 10x - 16 \\ (\text{reducimos})$$

$$A = 9$$

$$B = (x + 6)^2 - (x + 3)(x + 9)$$

$$B = x^2 + 12x + 36 - (x^2 + 12x + 27) \quad (\text{suprimimos signos de colección})$$

$$B = x^2 + 12x + 36 - x^2 - 12x - 27 \\ (\text{reducimos})$$

$$B = 9$$

Reemplazamos los valores en  $A^2/B$ :

$$A^2/B = (9)^2/9 = 9$$

El valor es 9.

**8. Respuesta a.**

Como es un cuadrado, hallamos primero el área del cuadrado y luego el área del triángulo y las sumamos.

$$A (\text{cuadrado}) = (3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$A (\text{triángulo}) = (3x + 1)(2x)/2 = (3x + 1)(x) = 3x^2 + x$$

$$A \text{ total} = 9x^2 + 6x + 1 + 3x^2 + x$$

$$A \text{ total} = 12x^2 + 7x + 1$$

El área total de la figura es  $12x^2 + 7x + 1$ .

**9. Respuesta d.**

El área del rectángulo es  $A = bh$ .

Reemplazamos los valores:

$$A = 3(x + 5)(x - 1)[2(x + 3)]$$

$$A = 3(x^2 + 4x - 5)[2x + 6]$$

$$A = (3x^2 + 12x - 15)[2x + 6]$$

$$A = 6x^3 + 18x^2 + 24x^2 + 72x - 30x - 90$$

$$A = 6x^3 + 42x^2 + 42x - 90$$

El área es  $6x^3 + 42x^2 + 42x - 90$ .

**10. Respuesta b.**

Aplicamos diferencia de cuadrados en el numerador:

$$3(x^4 - y^4)/(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$3(x^2 + y^2)(x^2 + y^2)/(x + y)(x^2 + y^2)$$

(simplificamos)

$$3(x^2 + y^2)/(x + y) \quad (\text{aplicamos diferencia de cuadrado})$$

$$3(x + y)(x - y)/(x + y)$$

(simplificamos)

$$3(x - y)$$

(reemplazamos)

$$3(8) = 24$$

El valor es 24.

### 11. Respuesta b.

Si es divisible, quiere decir que al dividir el polinomio entre  $(x - 2)(x + 2)$  el residuo es 0.

Resolvemos:

$$(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$$

Dividimos mediante el método tradicional:

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 - mx - n \\ - x^3 \quad + 4x \\ \hline x^2 + (-m + 4)x - n \\ - x^2 \quad \quad \quad + 4 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | x^2 - 4 \\ x + 1 \end{array}$$

$$-m + 4 = 0 \rightarrow m = 4 \quad y \quad -n + 4 = 0 \rightarrow n = 4$$

$$mn = (4)(4) = 16$$

El resultado es 16.

### 12. Respuesta b.

Para hallar  $x^4 + y^4$ , vamos a elevar  $x^2 + y^2 = 18$  al cuadrado (ambos miembros).

$$(x^2 + y^2)^2 = (18)^2$$

$$x^4 + 2x^2 y^2 + y^4 = 324$$

$$x^4 + 2(xy)^2 + y^4 = 324$$

$$x^4 + 2(6)^2 + y^4 = 324$$

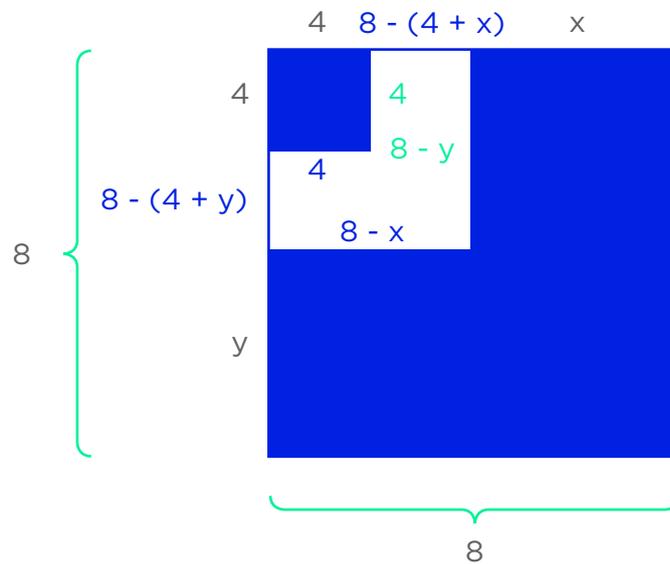
$$x^4 + y^4 = 324 - 72 = 252$$

El valor es 252.



### 13. Respuesta c.

Para hallar el perímetro de la región no sombreada, debemos tener en cuenta que esa región es un hexágono. Calculamos los valores de sus lados:



Para hallar el perímetro, sumamos todos los valores de los 6 lados.

$$P = [8 - (4 + x)] + (8 - y) + (8 - x) + [8 - (4 + y)] + 4 + 4$$

$$P = 8 - (4 + x) + 8 - y + 8 - x + 8 - (4 + y) + 4 + 4$$

$$P = 8 - 4 - x + 8 - y + 8 - x + 8 - 4 - y + 4 + 4$$

$$P = 32 - 2x - 2y$$

El perímetro es  $32 - 2x - 2y$ , que es igual a  $2(16 - x - y)$ .

#### 14. Respuesta a.

Para hallar la altura, lo primero que tenemos que hacer es simplificar la expresión que indica el área:

$$\begin{aligned}(x^2 + 2x)^2 - (3x - x^2)^2 &= x^4 + 4x^3 + 4x^2 - (9x^2 - 6x^3 + x^4) \\ &= x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 9x^2 + 6x^3 - x^4 \quad (\text{reducimos}) \\ &= 10x^3 - 5x^2 \\ (\text{factorizamos}) \\ &= 5x^2(2x - 1)\end{aligned}$$

Hallamos el área del triángulo:

$$A = bh/2$$

$$h = 2A/b \quad (\text{reemplazamos})$$

$$h = 2[5x^2(2x - 1)]/5x^2 \quad (\text{simplificamos})$$

$$h = 2(2x - 1) = 4x - 2$$

La altura está expresada por  $4x - 2$ .

#### 15. Respuesta a.

Para simplificar, lo primero que tenemos que hacer es aplicar la propiedad de potencia de potencia:

$$[(2^{15}a^{21})x^5y^{-2}]^3 / [(2^{14}a^{21})x^2y^{-2}]^3$$

$$[2^{15}a^{21}x^5y^{-2}]^3 / [2^{14}a^{21}x^2y^{-2}]^3$$

$$[2^{45}a^{63}x^{15}y^{-6}] / [2^{42}a^{63}x^6y^{-6}]$$

Aplicando la propiedad de cociente de potencias de igual base, simplificamos y resulta:

$$2^3x^9 = 8x^9$$

El resultado es  $8x^9$ .