



Operaciones con expresiones algebraicas

Actividad

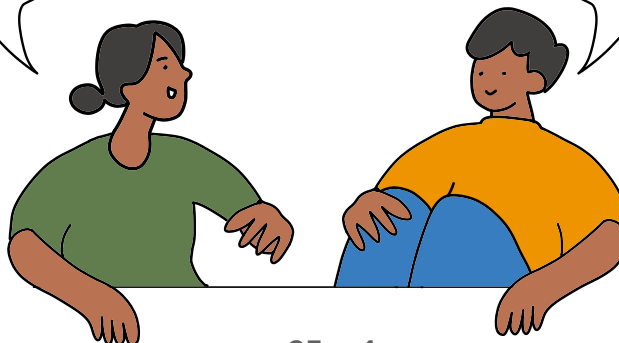
Utilizamos nuestros conocimientos de operaciones algebraicas para resolver diversos problemas

¡Hola! Gracias por conectarte y ser parte de La Pre.

Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico

+ (más, incrementar, aumentar)
- (diferencia, menos, disminuir)
x (doble, triple, producto)
: (coincidencia, mitad, tercera parte)

Expresar que un número cualquiera es 25 unidades mayor que el cuádruple de otro número.



$$x = 25 + 4y$$

Como podré hallar el perímetro del cuadrado si el área de dicha figura está dado por la siguiente expresión: $(x^2 + 4)^2 - (x^2 - 4)^2$.

Me parece tan complicado.



No te preocupes, yo te ayudo, solo hay que efectuar las operaciones con las expresiones algebraicas indicadas, sacar la raíz cuadrada de la simplificación, y al resultado multiplicarlo por 4 y ya tienes el perímetro.



Expresión algebraica

Una expresión algebraica es la combinación de números y letras por medio de signos operatorios que representan operaciones algebraicas.

Término algebraico

Es cada uno de los monomios que forman una expresión algebraica.

Grado de un término algebraico

Puede ser absoluto o con relación a una letra. El grado absoluto es la suma de los exponentes de toda la parte literal, y el grado relativo es el exponente mayor de dicha letra.

Operación algebraica

Es todo procedimiento que se da con las expresiones algebraicas en el cual se halla el resultado a partir de ciertos datos y siguiendo las técnicas operativas estudiadas en el conjunto R.

Retos



1. Hallar el valor numérico de la expresión R si $x = -1$:

$$R = -3x^2 - \{-[8x^2 + 5x - (2x^2 - x - 6)]\}$$

- a) -3
- b) 6
- c) 3
- d) -6
- e) 0

2. Hallar el valor numérico de la siguiente expresión para $x = -2$ e $y = 1$:

$$M = (x + y)^2 (x - y)^2 + 2(x + x)(x - y)$$

- a) 14
- b) 15
- c) 24
- d) 27
- e) 13

3. Simplificar el siguiente polinomio si todos los términos son semejantes:

$$P(x) = (a + b)x^{a+1} + 3(a + 2b)x^{b+2} - 5abx^5$$

- a) $23x^5$
- b) $-23x^5$
- c) $-37x^5$
- d) $37x^5$
- e) $-21x^5$

4. ¿Qué expresión hay que añadirle a $(x - 5)(x + 2)$ para que sea igual a $x^2 - 10$?

- a) $3x$
- b) $-3x$
- c) $3x - 3$
- d) $-7x$
- e) $-3x - 20$

5. Si $GR(x) = 5$ y el $GR(y) = 9$, hallar el grado absoluto del siguiente polinomio:

$$P(x, y) = 3x^{m+1} - 8x^m y^n - 2y^{2+n}$$

- a) 12
- b) 13
- c) 10
- d) 25
- e) 11



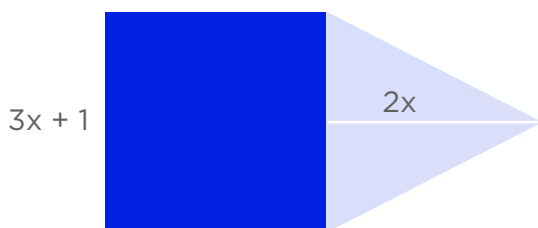
6. Manuel, Javier y Carlos tenían $(3x + 1)$, $(2x - 10)$ y $(1 - 3x)$ bolitas o canicas, respectivamente. Si al término de la semana Manuel duplicó lo que tenía, Javier perdió la mitad y Carlos aumentó en 8 lo que tenía, ¿cuál es la cantidad total de bolitas que tienen los tres juntos?

- a) $3(x + 1)$
- b) $2(2x - 3)$
- c) $2(2x + 3)$
- d) $4(x + 6)$
- e) $4(x + 3)$

7. Calcular A^2/B si $A = (x + 5)^2 - (x + 2)(x + 8)$ y $B = (x + 6)^2 - (x + 3)(x + 9)$.

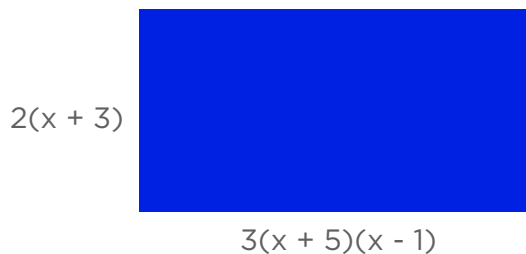
- a) -11
- b) 11
- c) 1
- d) 9
- e) 2

8. Expresar el área de la siguiente figura formada por un cuadrado y un triángulo en función de x .



- a) $12x^2 + 7x + 1$
- b) $12x^2 - 7x + - 1$
- c) $12x^4 + 7x + 1$
- d) $12x^2 + 7x^2 + 1$
- e) $12x^2 + 7x - 1$

9. Calcular el área de un rectángulo cuyo largo y ancho están representados por las expresiones $3(x + 5)(x - 1)$ y $2(x + 3)$, respectivamente.



- a) $6x^3 + 42x^2 + 42x^2 - 90$
- b) $6x^3 + 42x^2 - 42x^2 + 90$
- c) $6x^3 - 42x^2 + 42x^2 + 90$
- d) $6x^3 + 42x^2 + 42x - 90$
- e) $6x^3 + 42x^3 + 42x^2 - 90$

10. Reducir la siguiente expresión:
 $R = 3(x^4 - y^4)/(x + y)(x^2 + y^2)$, si $x - y = 8$.

- a) -8
- b) 24
- c) 11
- d) 16
- e) 8

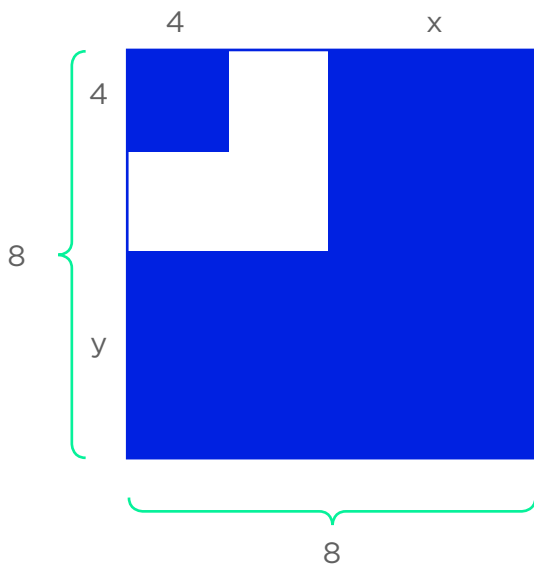
11. Hallar el producto mn si el polinomio $P(x) = x^3 + x^2 - mx - n$ es divisible por $(x - 2)(x + 2)$.

- a) -16
- b) 16
- c) 0
- d) 8
- e) -8

12. Si $x^2 + y^2 = 18$ y $xy = 6$, hallar $x^4 + y^4$.

- a) 300
- b) 252
- c) 396
- d) 288
- e) 522

13. Observar el gráfico y hallar el perímetro de la región no sombreada.



- a) $2(12 + x + y)$
- b) $2(16 + x + y)$
- c) $2(16 - x - y)$
- d) $32 + x - 2y$
- e) $24 - 2x - 2y$

14. Si el área de un triángulo está expresada por $[(x^2 + 2x)^2 - (3x - x^2)^2]$ y su base es $5x^2$, ¿cuál es la expresión que representa su altura?

- a) $4x - 2$
- b) $4x + 2$
- c) $2x^3(x - 1)$
- d) $2x^3(x - 2)$
- e) $4x - 1$

15. Simplificar la siguiente expresión:
 $[(2^5 a^7)^3 x^5 y^{-2}]^3 / [(2^2 a^3)^7 \cdot x^2 y^{-2}]^3$

- a) $8x^9$
- b) $2x^9$
- c) $6x^9$
- d) $6x^6$
- e) $1/8 x^9$



Resolvemos los retos



1. Respuesta c.

Simplificamos la expresión, suprimimos los signos de colección y reemplazamos el valor de x :

$$R = -3x^2 - \{- [8x^2 + 5x - (2x^2 - x - 6)]\}$$

$$R = -3x^2 - \{- [8x^2 + 5x - 2x^2 + x + 6]\}$$

$$R = -3x^2 - \{- 8x^2 - 5x + 2x^2 - x - 6\}$$

$$R = -3x^2 - \{- 6x^2 - 6x - 6\}$$

$$R = -3x^2 + 6x^2 + 6x + 6$$

$$R = 3x^2 + 6x + 6$$

Reemplazamos el valor de $x = -1$ en la expresión simplificada:

$$R = 3(-1)^2 + 6(-1) + 6$$

$$R = 3 - 6 + 6 = 3$$

El valor numérico es 3.

2. Respuesta b.

Reemplazamos el valor de cada término y luego efectuamos las operaciones indicadas:

$$M = (x + y)^2(x - y)^2 + 2(x + y)(x - y)$$

$$M = (-2 + 1)^2(-2 - 1)^2 + 2(-2 + 1)(-2 - 1)$$

$$M = (-1)^2(-3)^2 + 2(-1)(-3)$$

$$M = (1)(9) + 6 = 9 + 6 = 15$$

El valor numérico es 15.

3. Respuesta b.

Si todos los términos son semejantes, entonces, los exponentes de x son iguales:

$$a + 1 = b + 2 = 5$$

Calculamos los valores de a y b formando igualdades:

$$a + 1 = 5 \text{ y } b + 2 = 5$$

$$a = 4 \text{ y } b = 3$$

Reemplazamos los valores en el polinomio y simplificamos:

$$P(x) = (a + b)x^{a+1} + 3(a + 2b)x^{b+2} - 5abx^5$$

$$P(x) = (4 + 3)x^5 + 3(4 + 2(3))x^5 - 5(4)(3)x^5$$

$$P(x) = 7x^5 + 30x^5 - 60x^5$$

$$P(x) = -23x^5$$

4. Respuesta a.

Para hallar lo que nos piden, planteamos una resta y efectuamos operaciones:

$$(x^2 - 10) - (x - 5)(x + 2)$$

$$x^2 - 10 - (x^2 - 3x - 10) \quad (\text{suprimimos signos de colección})$$

$$x^2 - 10 - x^2 + 3x + 10$$

(reducimos)

$$3x$$

Hay que añadirle a la ecuación $3x$.

5. Respuesta e.

Como el $GR(x) = 5$, el mayor exponente de x es 5.

$$(m + 1) > m; \text{ por lo tanto, } m + 1 = 5 \longrightarrow m = 4.$$

Si el $GR(y) = 9$, el mayor exponente de la y es 9.

$$(2 + n) > n; \text{ por lo tanto, } 2 + n = 9 \longrightarrow n = 7.$$

Reemplazamos los valores de m y n en el polinomio y hallamos el grado de cada término:

$$P(x, y) = 3x^{m+1} - 8x^m y^n - 2y^{2+n}$$

$$P(x, y) = 3x^5 - 8x^4 y^7 - 2y^9$$

$$\text{Grado: } 5.^\circ \quad 11.^\circ \quad 9.^\circ$$

Elegimos el mayor de ellos, por lo tanto, el grado es 11.

6. Respuesta c.

Representamos las situaciones al término de la semana:

$$\text{Manuel: } 2(3x + 1)$$

$$\text{Javier: } (2x - 10)/2$$

$$\text{Carlos: } (1 - 3x) + 8$$

Sumamos para hallar el total:

$$T = 2(3x + 1) + (2x - 10)/2 + (1 - 3x) + 8 \quad (\text{efectuamos operaciones})$$

$$T = 6x + 2 + x - 5 + 1 - 3x + 8 \\ (\text{reducimos})$$

$$T = 4x + 6$$

El total es $4x + 6$, que es igual a $2(2x + 3)$.

7. Respuesta d.

Resolvemos la potencia y la multiplicación indicadas en cada caso:

$$A = (x + 5)^2 - (x + 2)(x + 8)$$

$$A = x^2 + 10x + 25 - (x^2 + 10x + 16) \quad (\text{suprimimos signos de colección})$$

$$A = x^2 + 10x + 25 - x^2 - 10x - 16 \\ (\text{reducimos})$$

$$A = 9$$

$$B = (x + 6)^2 - (x + 3)(x + 9)$$

$$B = x^2 + 12x + 36 - (x^2 + 12x + 27) \quad (\text{suprimimos signos de colección})$$

$$B = x^2 + 12x + 36 - x^2 - 12x - 27 \\ (\text{reducimos})$$

$$B = 9$$

Reemplazamos los valores en A^2/B :

$$A^2/B = (9)^2/9 = 9$$

El valor es 9.

8. Respuesta a.

Como es un cuadrado, hallamos primero el área del cuadrado y luego el área del triángulo y las sumamos.

$$A (\text{cuadrado}) = (3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$A (\text{triángulo}) = (3x + 1)(2x)/2 = (3x + 1)(x) = 3x^2 + x$$

$$A \text{ total} = 9x^2 + 6x + 1 + 3x^2 + x$$

$$A \text{ total} = 12x^2 + 7x + 1$$

El área total de la figura es $12x^2 + 7x + 1$.

9. Respuesta d.

El área del rectángulo es $A = bh$.

Reemplazamos los valores:

$$A = 3(x + 5)(x - 1)[2(x + 3)]$$

$$A = 3(x^2 + 4x - 5)[2x + 6]$$

$$A = (3x^2 + 12x - 15)[2x + 6]$$

$$A = 6x^3 + 18x^2 + 24x^2 + 72x - 30x - 90$$

$$A = 6x^3 + 42x^2 + 42x - 90$$

El área es $6x^3 + 42x^2 + 42x - 90$.

10. Respuesta b.

Aplicamos diferencia de cuadrados en el numerador:

$$3(x^4 - y^4)/(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$3(x^2 + y^2)(x^2 + y^2)/(x + y)(x^2 + y^2)$$

(simplificamos)

$$3(x^2 + y^2)/(x + y) \quad (\text{aplicamos diferencia de cuadrado})$$

$$3(x + y)(x - y)/(x + y)$$

(simplificamos)

$$3(x - y)$$

(reemplazamos)

$$3(8) = 24$$

El valor es 24.

11. Respuesta b.

Si es divisible, quiere decir que al dividir el polinomio entre $(x - 2)(x + 2)$ el residuo es 0.

Resolvemos:

$$(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$$

Dividimos mediante el método tradicional:

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 - mx - n \\ - x^3 \quad + 4x \\ \hline x^2 + (-m + 4)x - n \\ - x^2 \quad \quad \quad + 4 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} | x^2 - 4 \\ x + 1 \end{array}$$

$$-m + 4 = 0 \rightarrow m = 4 \quad y \quad -n + 4 = 0 \rightarrow n = 4$$

$$mn = (4)(4) = 16$$

El resultado es 16.

12. Respuesta b.

Para hallar $x^4 + y^4$, vamos a elevar $x^2 + y^2 = 18$ al cuadrado (ambos miembros).

$$(x^2 + y^2)^2 = (18)^2$$

$$x^4 + 2x^2 y^2 + y^4 = 324$$

$$x^4 + 2(xy)^2 + y^4 = 324$$

$$x^4 + 2(6)^2 + y^4 = 324$$

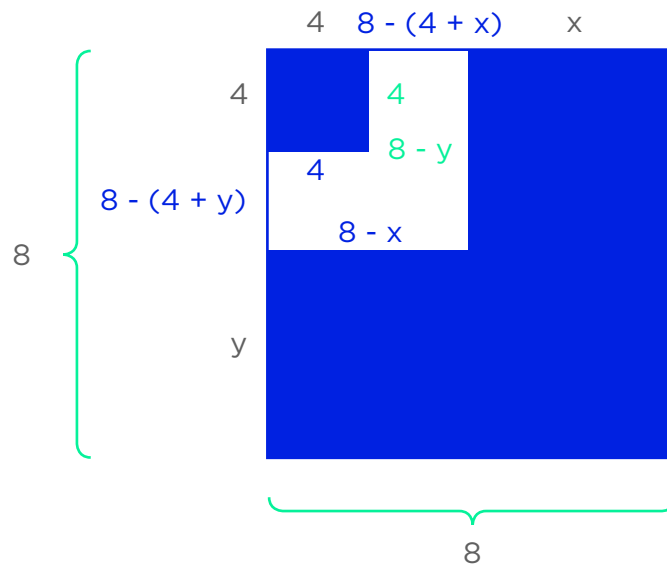
$$x^4 + y^4 = 324 - 72 = 252$$

El valor es 252.



13. Respuesta c.

Para hallar el perímetro de la región no sombreada, debemos tener en cuenta que esa región es un hexágono. Calculamos los valores de sus lados:



Para hallar el perímetro, sumamos todos los valores de los 6 lados.

$$P = [8 - (4 + x)] + (8 - y) + (8 - x) + [8 - (4 + y)] + 4 + 4$$

$$P = 8 - (4 + x) + 8 - y + 8 - x + 8 - (4 + y) + 4 + 4$$

$$P = 8 - 4 - x + 8 - y + 8 - x + 8 - 4 - y + 4 + 4$$

$$P = 32 - 2x - 2y$$

El perímetro es $32 - 2x - 2y$, que es igual a $2(16 - x - y)$.

14. Respuesta a.

Para hallar la altura, lo primero que tenemos que hacer es simplificar la expresión que indica el área:

$$\begin{aligned}(x^2 + 2x)^2 - (3x - x^2)^2 &= x^4 + 4x^3 + 4x^2 - (9x^2 - 6x^3 + x^4) \\ &= x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 9x^2 + 6x^3 - x^4 \quad (\text{reducimos}) \\ &= 10x^3 - 5x^2 \\ (\text{factorizamos}) \\ &= 5x^2(2x - 1)\end{aligned}$$

Hallamos el área del triángulo:

$$A = bh/2$$

$$h = 2A/b \quad (\text{reemplazamos})$$

$$h = 2[5x^2(2x - 1)]/5x^2 \quad (\text{simplificamos})$$

$$h = 2(2x - 1) = 4x - 2$$

La altura está expresada por $4x - 2$.

15. Respuesta a.

Para simplificar, lo primero que tenemos que hacer es aplicar la propiedad de potencia de potencia:

$$[(2^{15}a^{21})x^5y^{-2}]^3 / [(2^{14}a^{21})x^2y^{-2}]^3$$

$$[2^{15}a^{21}x^5y^{-2}]^3 / [2^{14}a^{21}x^2y^{-2}]^3$$

$$[2^{45}a^{63}x^{15}y^{-6}] / [2^{42}a^{63}x^6y^{-6}]$$

Aplicando la propiedad de cociente de potencias de igual base, simplificamos y resulta:

$$2^3x^9 = 8x^9$$

El resultado es $8x^9$.