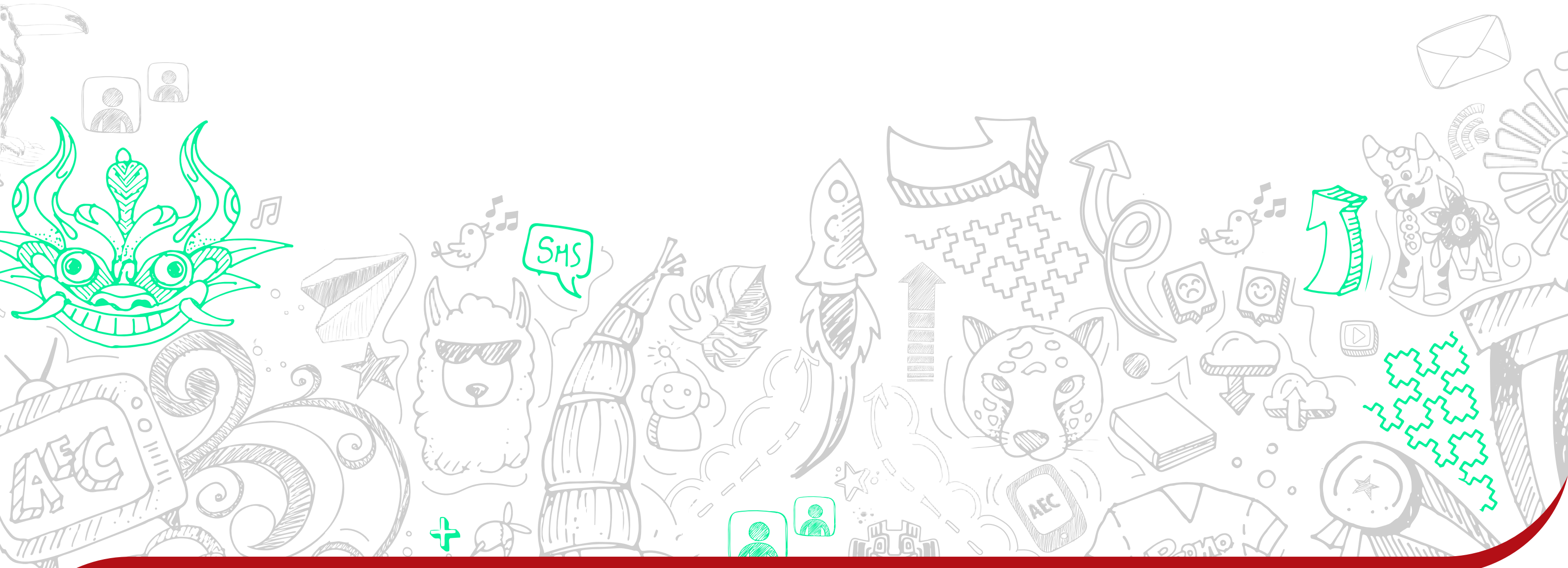
La Pre

APRENDO EN CASA

Promo 2020

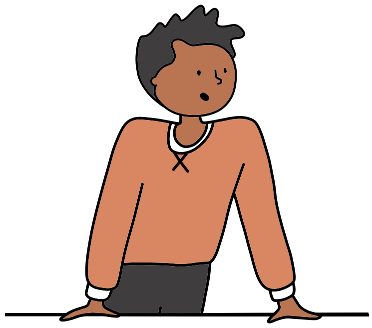
SOMOS IMPARABLES

Razonamiento Matemático



mejor educación mejores peruan@s

PERÚ Ministerio de Educación

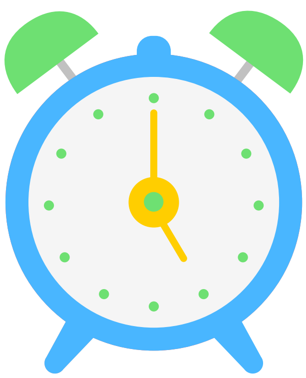


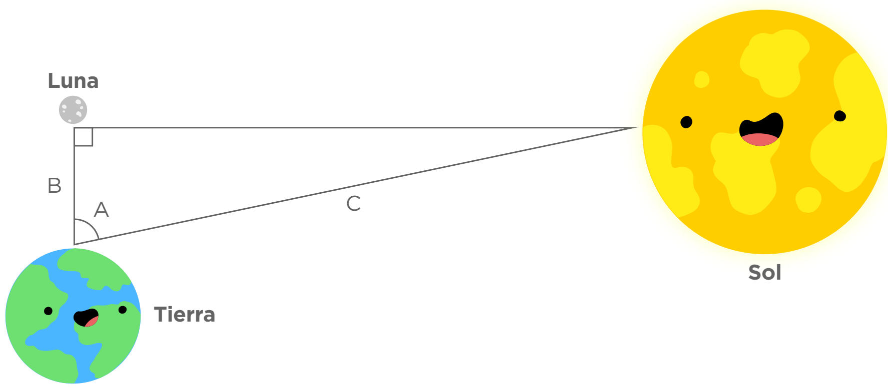
Funciones trigonométricas (senos y cosenos)

Actividad

Aplicamos nuestros conocimientos de funciones trigonométricas para resolver problemas en la vida cotidiana.

¡Hola! Gracias por conectarte y ser parte de La Pre.





Funciones trigonométricas

Forma de la función trigonométrica:

$f(x) = sen\ x$ o $f(x) = A\ sen\ Bx$ con A y B diferente de cero.
$f(x) = cos\ x$ o $f(x) = A\ cos\ Bx$ con A y B diferente de cero.

Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo:
(c. o.: cateto opuesto; c. a.: cateto adyacente; h: hipotenusa)

sen α = c. o./h
cos α = c. a./h
tg α = c. o./c. a.
ctg α = c. a./c. o.
sec α = h/c. a.
csc α = h/c. o.

Razones trigonométricas en el plano cartesiano:
(x: eje x; y: eje y; r: radio vector, en el círculo unitario r = 1)

$sen\ \alpha = y/r$
$cos\ \alpha = x/r$
$tg\ \alpha = y/x$
$ctg\ \alpha = x/y$
$cec\ \alpha = r/x$
$csc\ \alpha = r/y$

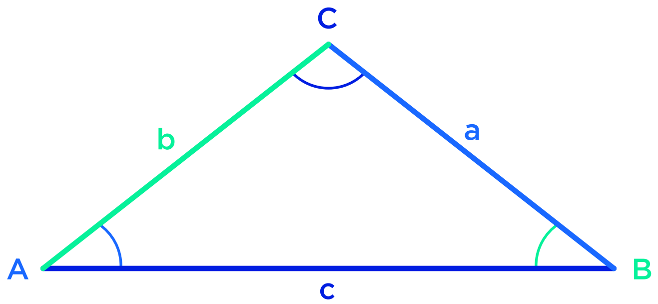
Dado un triángulo oblicuángulo ABC con a, b, y c lados del triángulo se cumple lo siguiente:

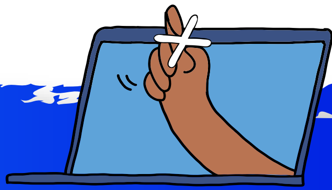
Ley de senos:

$a/sen\ A = b/sen\ B = c/sen\ C$

Ley de cosenos:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2\ bc\ .\ Cos\ A$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2\ ac\ .\ Cos\ B$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2\ ab\ .\ Cos\ C$





Retos

1. Hallar el valor numérico de...
$R = 4\sqrt{3}\quad \cos 2\ 30° \ tg\ 60° - \sqrt{6}\quad sen\ 45° ctg\ 30° + 2\ sen\ 45° \cos 45°$

   a) 5
   b) 9
   c) 4
   d) -9
   e) 7

2. Simplificar la siguiente expresión: $E = \sec^4\alpha - tg^4\alpha - 2\ tg^2\alpha$

   a) 1
   b) 2
   c) 0
   d) $sen^2\ \alpha$
   e) $\cos^2\ \alpha$

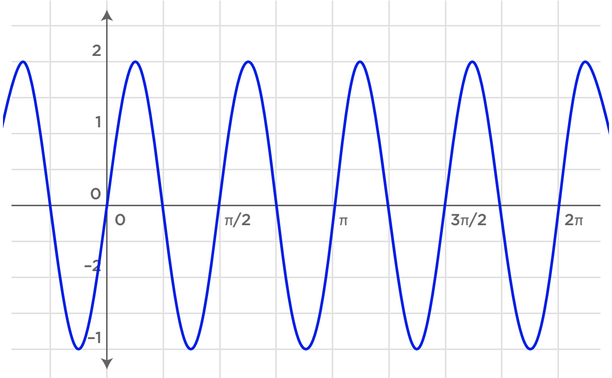
3. Hallar $x2 + y2$, si $x = sen\ \alpha + \cos\beta$ **e** $y = sen\ \alpha - \cos\beta$

   a) 2
   b) 4
   c) -4
   d) $2x^2$
   e) 0

4. Dada la expresión $sen\ \alpha - \cos\alpha = 1/5$. Hallar $sen\ 2\alpha$.

   a) 2
   b) 4
   c) -4
   d) $2x^2$
   e) 0

5. Halla la regla de correspondencia de una función tipo seno cuya gráfica es la siguiente:



a) $f(x) = 4sen\ 4x$

b) $f(x) = 1/2sen\ 4x$

c) $f(x) = 1/4sen\ 4x$

d) $f(x) = 2sen\ 4x$

e) $f(x) = sen\ 4x$

6. Simplificar la siguiente expresión: $(1 + cos\ 2B)/(4sen\ 2B)$

a) $4ctg\ B$

b) $1/4ctg\ B$

c) $4tg\ B$

d) $1/4ctg\ B$

e) $14csc\ B$

7. Cuántas soluciones tiene la ecuación $cos4\ x - sen4\ x = 1$, si $x \in [-\pi; \pi]$.

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

e) 1

8. Calcular la medida del lado de un rombo, en donde uno de sus ángulos mide 106° y su diagonal menor 12 cm.

a) 8 cm

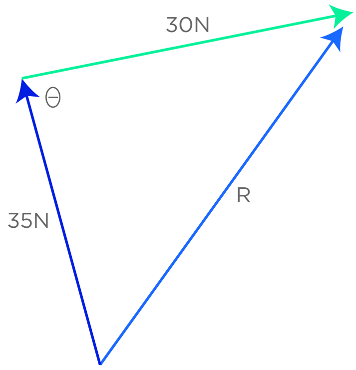
b) 20 cm

c) 10 cm

d) 15 cm

e) 25 cm

9. Determinar el ángulo comprendido entre dos fuerzas de 30 N y 35 N, si su resultante es de $5\sqrt{127}$ N.



a) 60°

b) 150°

c) 120°

d) 240°

e) 300°

10. Un edificio y un poste se encuentran sobre un plano horizontal. Desde el pie y la parte superior del poste que mide 4,8 m se observa el extremo superior del edificio con ángulos de 60° y 30°, respectivamente. Hallar la distancia entre el poste y el edificio.

a) $2{,}4\sqrt{3}$ m

b) $4{,}8\sqrt{3}$ m

c) $1{,}2\sqrt{3}$ m

d) $7{,}2\sqrt{3}$ m

e) $2{,}3\sqrt{3}$ m

11. Se tienen dos submarinos que zarpan de la base al mismo tiempo: uno navega a 20 nudos por hora y el otro 10 nudos por hora. Al cabo de dos horas distan entre sí $20\sqrt{3}$ nudos. ¿Cuál es el ángulo compartido entre sus direcciones?

a) 120°

b) 150°

c) 60°

d) 100°

e) 300°

12. Calcular el lado menor de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 15 cm y uno de sus ángulos 51°

a) $c = 15\cos 39°$
b) $c = 15/\mathit{sen}\ 51°$
c) $c = 15\mathit{sen}\ 51°$
d) $c = 15\cos 51°$
e) $c = 15/\cos 39°$

13. Hallar el rango de la función $f(x) = \text{sen}^2 x + 2\text{sen}x + 1$, si $x \in R$

a) $R = [-2; 4]$
b) $R = [-4; 4]$
c) $R = [0; 4[$
d) $R = [0; 4]$
e) $R =]0; 4[$

14. En una circunferencia de radio r, se traza una cuerda que mide 20 cm, de tal manera que el ángulo central que determinan sus extremos mide 53°. Calcular la medida del radio de la circunferencia.

a) $5\sqrt{10}$ cm
b) $10\sqrt{3}$ cm
c) $10\sqrt{5}$ cm
d) $5\sqrt{3}$ cm
e) $10\sqrt{2}$ cm

15. Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. La función $f(x) = \mathit{sen}\ x$ es periódica.
II. En la función $f(x) = 2\cos 1/3x$, el periodo es 6π.
III. En la función $f(x) = -3\mathit{sen}\ 4x$, la amplitud es -3.

a) VVV
b) VFV
c) FFV
d) VVF
e) FFF

Resolvemos los retos

1. **Respuesta e.**

   Reemplazamos cada función trigonométrica por su valor, teniendo en cuenta las razones de los ángulos notables:

   $R = 4\sqrt{3}cos2\ 30°\ tg\ 60° - \sqrt{6}sen\ 45°ctg\ 30° + 2sen\ 45°cos\ 45°$

   $R = 4\sqrt{3}\ (\sqrt{3}/2)2(\sqrt{3}) - \sqrt{6}(\sqrt{2}/2)(\sqrt{3}) + 2(\sqrt{2}/2)(\sqrt{2}/2)$

   $R = 4\sqrt{3}\ (3/4)(\sqrt{3}) - \sqrt{6}(\sqrt{6}/2) + 2(2/4)$

   $R = 9 - 3 + 1 = 7$

2. **Respuesta a.**

   Para resolver agrupamos los dos primeros para formar una diferencia de cuadrados.

   $E = sec^4\alpha - tg^4\alpha - 2tg^2\alpha$
   $E = (sec^4\alpha - tg^4\alpha) - 2tg^2\alpha$
   $E = (sec^2\alpha - tg^2\alpha)(\ sec^2\alpha + tg^2\alpha) - 2tg^2\alpha$ (por identidades)
   $E = (1)(sec^2\alpha + tg^2\alpha) - 2tg^2\alpha$ (quitamos los signos de colección)
   $E = sec^2\alpha + tg^2\alpha\ - 2tg^2\alpha$
   $E = sec^2\alpha - tg^2\alpha$ (por identidades)
   $E = 1$

3. **Respuesta a.**

   Formamos un sistema con los datos de x e y

   $$\begin{cases} x = sen\alpha + cos\beta \\ y = sen\alpha - cos\beta \end{cases}$$

   Elevamos al cuadrado ambas ecuaciones

   $$\begin{cases} x^2 = (sen\alpha + cos\beta)^2 \\ y^2 = (sen\alpha - cos\beta)^2 \end{cases}$$

   Resolviendo

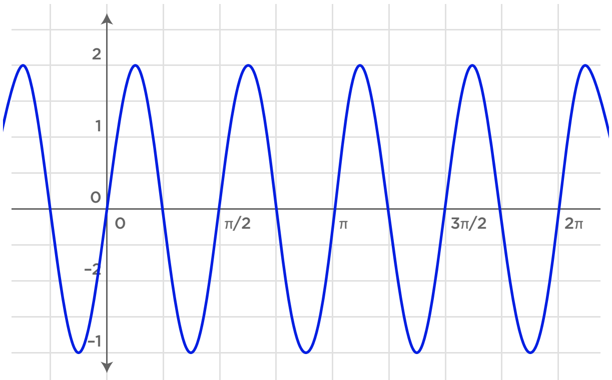
   $$\begin{cases} x^2 = sen^2\alpha + \cancel{2sen\alpha.cos\beta} + cos^2\beta \\ y^2 = sen^2\alpha\ - \cancel{2sen\alpha.cos\beta} + cos^2\beta \end{cases}$$

   $x^2 + y^2 = 2sen^2\alpha + 2\ cos^2\beta$ (factorizando el segundo miembro)
   $x^2 + y^2 = 2(sen^2\alpha + cos^2\beta)$ (por identidades)
   $x^2 + y^2 = 2(1)$
   $x^2 + y^2 = 2$

4. **Respuesta b.**

Nos piden el seno del ángulo duplo, para ello elevamos al cuadrado la ecuación
$sen\alpha - cos\alpha = 1/5$
$(sen\alpha - cos\alpha)^2 = (1/5)^2$ (resolvemos)
$sen^2\alpha - 2sen\alpha\ cos\alpha + cos^2\alpha = 1/25$ (agrupamos)
$(sen^2\alpha + cos^2\alpha) - 2\ sen\alpha\ cos\alpha = 1/25$ (por identidades)
$1 - 2sen\alpha\ cos\alpha = 1/25$
$1 - 1/25 = 2sen\alpha\ cos\alpha$
$24/25 = 2sen\alpha\ cos\alpha$
$24/25 = sen\ 2\alpha$

5. **Respuesta d.**



Observamos la gráfica y vemos que es de la forma *f(x)* = *Asen Bx*.
Analizamos la onda sinusoide.
Su máximo valor en *y* es 2 y su mínimo –2, es decir, su amplitud es 2.
Observamos el ciclo de la onda. Empieza en 0 y termina en $\pi/2$.
Como el periodo de la función seno es 2π, para hallar ***B*** dividimos $2\pi/(\pi/2) = 4$.
Por lo tanto, la regla de correspondencia es *f(x)* = 2*sen* 4*x*.

6. **Respuesta b.**

Aplicamos las funciones de ángulos duplos seno y cosenos
$[1 + (cos^2B - sen^2B)] / [4(2senB.cosB)]$
$[1 + cos^2B - sen^2B] / [8senB.cosB]$ (agrupamos)
$[1 - sen^2B) + cos^2B)] / [8senB.cosB]$ (por identidades)
$[cos^2B + cos^2B] / [8senB.cosB]$ (simplificando)
$2\ cos^2B / [8senB.cosB] = cos^2B / 4senB.cosB = cosB/ (4\ senB)$
Por definición de cotangente, resulta ctg B/4

7. **Respuesta c.**

Resolvemos aplicando diferencia de cuadrados:

$\cos^4 x - \text{sen}^4 x = 1$

$(\cos^2 x - \text{sen}^2 x)(\cos^2 x + \text{sen}^2 x) = 1$ (por identidades)

$(\cos^2 x - \text{sen}^2 x)(1) = 1$ (reemplazando $\cos^2 x$)

$(1 - \text{sen}^2 x) - \text{sen}^2 x = 1$ (quitando paréntesis)

$1 - 2\text{sen}^2 x = 1$

$1 - 1 = 2\text{sen}^2 x$

$0 = 2\text{sen}^2 x$

$0 = \text{sen}^2 x$

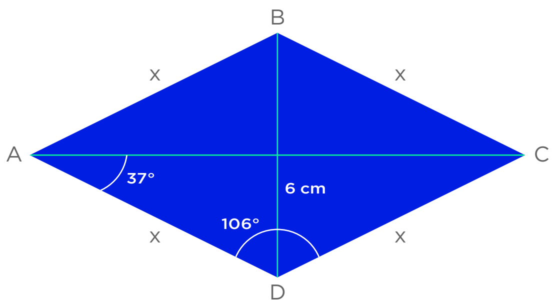
$0 = \text{sen } x$

Veamos qué valores puede tener x que cumpla la condición de que el seno sea 0 y que este dentro del parámetro $[-\pi;\pi]$

sen 0°, sen 180° y sen(-180°)

8. **Respuesta c.**

Representamos el problema con un gráfico:



Las diagonales del rombo son las bisectrices de los ángulos A y D, y los dividen en 2 partes iguales; por lo tanto, los ángulos formados miden 37° y 53°, respectivamente.

Aplicamos una razón trigonométrica para hallar *x*:

$sen\ 37° = 6/x$

$x = 6/sen\ 37°$

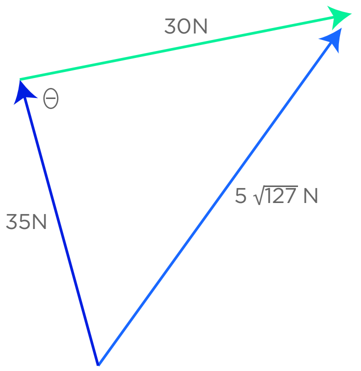
$x = 6/\ (3/5)$

$x = 30/3$

$x = 10$ cm

9. **Respuesta c.**

Representamos las fuerzas:



La resultante es $5\sqrt{127}N$.

Entonces aplicamos la ley de cosenos:

$(5\sqrt{127})^2 = 30^2 + 35^2 - 2(30)(35)\cos\theta$

$25(127) = 900 + 1225 - 60(35)\cos\theta$

$3175 = 2125 - 2100\cos\theta$

$3175 - 2125 = -2100\cos\theta$

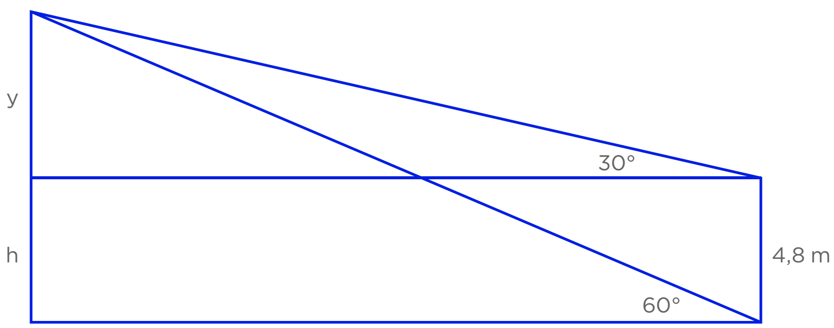
$1050/-2100 = \cos\theta$

$-1/2 = \cos\theta$

Por lo tanto, el ángulo $\theta = 60°$, pero como es negativo tiene que ser un ángulo que esté en el segundo cuadrante o tercer cuadrante. Por deducción $\theta = 120°$.

10. **Respuesta a.**

Graficamos la situación:



Distancia horizontal: x

Utilizaremos razones trigonométricas:

$tg\ 30° = y/x$ $\qquad$ $tg\ 60° = (h + y)/x$

$\sqrt{3}/3 = y/x$ $\qquad$ $\sqrt{13} = (4,8 + y)/x$

Despejamos x en ambas ecuaciones:

$x = 3y/\sqrt{3}$ $\qquad$ (1)

$x = (4,8 + y)/\sqrt{3}$ $\qquad$ (2)

Igualamos (1) y (2):

$3y/\sqrt{3} = (4,8 + y)/\sqrt{3}$

$3y = 4,8 + y$

$2y = 4,8$

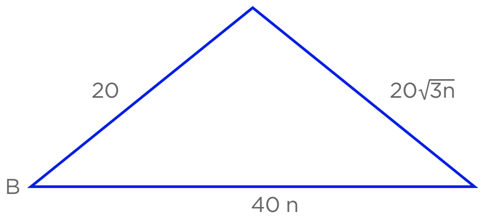
$y = 2,4$

Reemplazamos el valor de y en (2):

$x = (4,8 + 2,4)/\sqrt{3} = 7,2\sqrt{3}/3 = 2,4\sqrt{3}m$

11. Respuesta b.

Graficamos el problema:



Aplicamos la ley de cosenos para hallar el ángulo B:

$(20\sqrt{3})^2 = 40^2 + 20^2 - 2(40)(20) \cos B$

$400 (3) = 1600 + 400 - 80(20) \cos B$

$1200 = 2000 - 1600 \cos B$

$1200 - 2000 = -1600 \cos B$

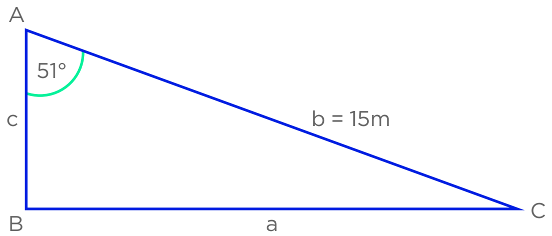
$-800/-1600 = \cos B$

$1/2 = \cos B$

El ángulo es notable y corresponde a un ángulo de 60°

12. Respuesta d.

Para solucionar representamos en un triángulo rectángulo:



El lado menor es ***c*** porque a menor lado se opone menor ángulo.

Relacionamos los datos mediante una razón trigonométrica:

$\cos 51° = c/15$

Despejamos: $c = 15 \cos 51°$

13. Respuesta d.

Factorizamos la expresión:

$f(x) = sen^2\ x + 2\ sen\ x + 1$

$f(x) = (sen\ x + 1)^2$

Como en la función seno los valores están en el intervalo [–1; 1]:

$-1 \leq sen\ x \leq 1$

$-1 + 1 \leq (sen\ x + 1) \leq 1 + 1$

$0 \leq (sen\ x + 1) \leq 2$ (elevamos al cuadrado)

$0 \leq (sen\ x + 1)2 \leq 22$

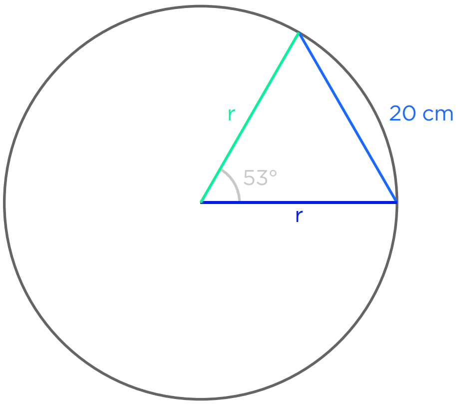
$0 \leq f(x) \leq 4$

Rango: [0; 4]

14. Respuesta c.

Para visualizar el problema lo graficamos

Aplicamos la ley de cosenos:



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$20^2 = r^2 + r^2 - 2(r)(r) \cos 53°$

$400 = 2r^2 - 2r^2(3/5)$

$400(5) = 2(5)r^2 - 6r2$

$2000 = 4r^2$

$500 = r^2$

$\sqrt{500} = 10\sqrt{5} = r$

El radio mide $10\sqrt{5}$ cm.

15. Respuesta d.

Analizamos cada proposición:

I. La función *f(x)* = *sen* x es periódica

Es verdadero, porque sus valores se presentan a intervalos regulares y su periodo es la longitud del intervalo; cada ciclo de onda es de 2π.

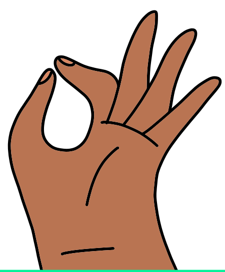
II. En la función *f(x)* = 2 *cos* 1/3*x*, el periodo es 6π.

Es verdadero, porque para saber cuál es el periodo reconocemos primero que la función es de la forma *f(x)* = *A cos Bx*, entonces *B* = 1/3.

El valor del periodo será $2\pi/(1/3) = 6\pi$ porque se divide el periodo de la función entre *B*.

III. En la función *f(x)* = -3 *sen* 4*x*, la amplitud es –3.

Es falso, pues la amplitud es siempre dada en forma de valor absoluto, por lo tanto, es 3 y no –3.



¡Sigamos aprendiendo... La Pre!