

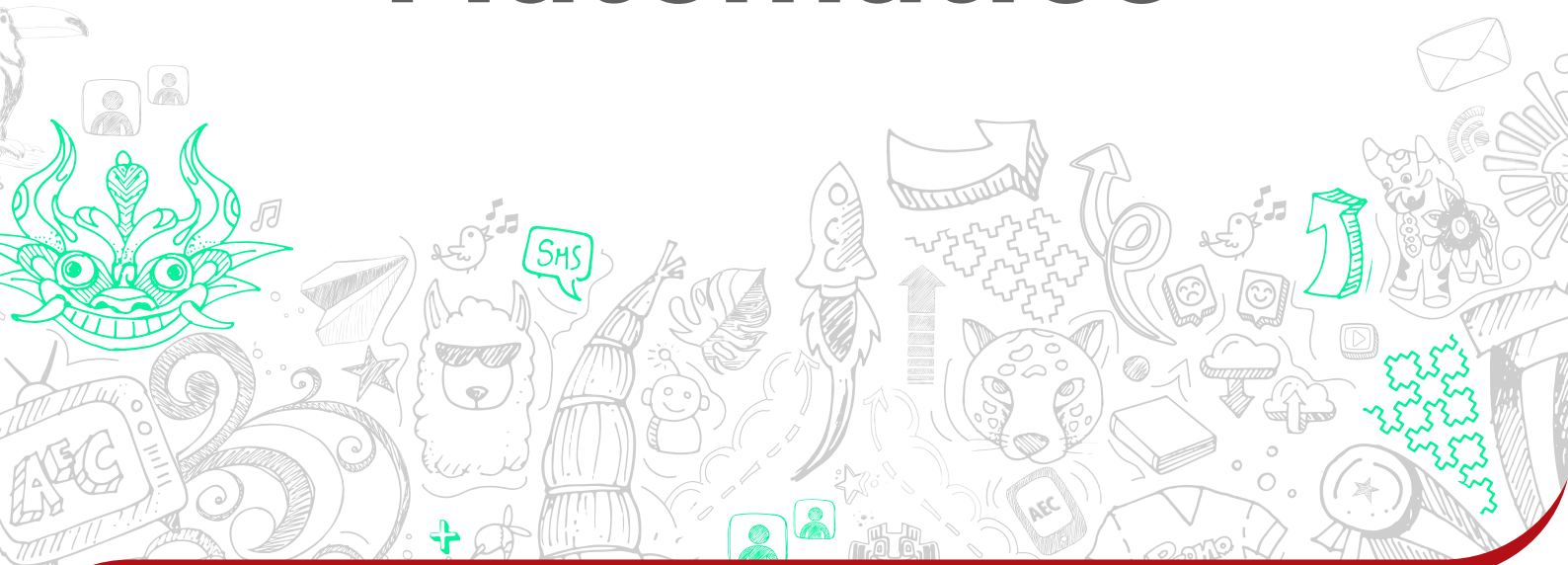
La Pre

APRENDO EN CASA

Promo
2020

SOMOS IMPARABLES

Razonamiento Matemático



mejor
educación
mejores
peruanos



PERÚ

Ministerio
de Educación



Ecuaciones de segundo grado en R

Actividad

Utilizamos nuestros conocimientos sobre ecuaciones de segundo grado o cuadráticas para resolver problemas cotidianos

¡Hola! Gracias por conectarte y ser parte de La Pre.



Ecuación

Una ecuación de segundo grado es aquella que tiene como forma general $ax^2 + bx + c = 0$, donde **a**, **b** y **c** son números reales y **a** es diferente de cero.

Pueden ser de dos tipos: completas e incompletas.

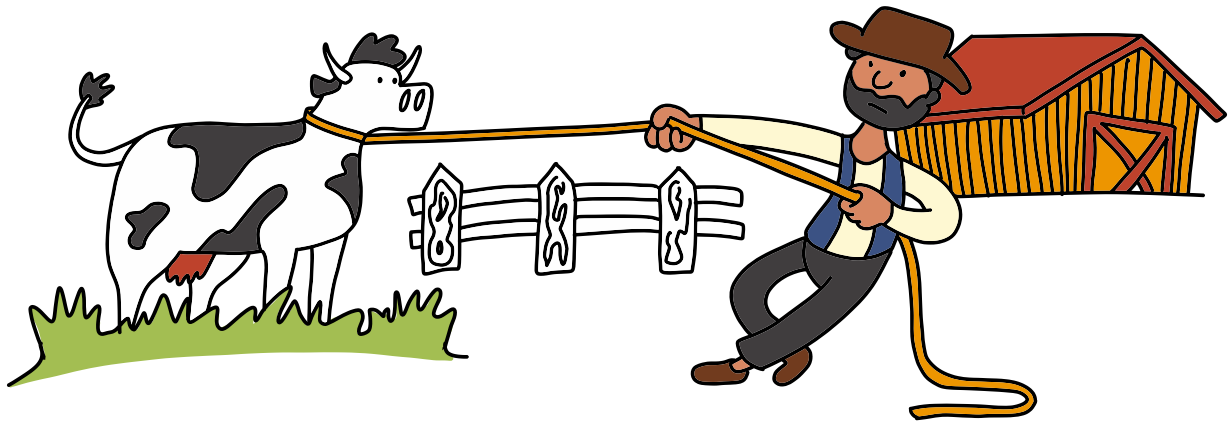
Incompletas

$ax^2 + bx = 0$, donde $c = 0$

$ax^2 + c = 0$, donde $b = 0$

$bx + c = 0$, donde $a = 0$

Los carpinteros y otros profesionales utilizan ecuaciones cuadráticas para optimizar el área de un espacio con perímetro o dimensiones determinadas. Por ejemplo, un agricultor es dueño de una parcela de tierra que tiene la forma de un trapecio, puede usar ecuaciones cuadráticas para vender una parte y conservar un tamaño de lote mínimo de 12 192 m².



Retos



1. Resolver la siguiente ecuación de segundo grado si el término independiente es 24.

$$(y - 18)x^2 - (y + 3)x + (y - 4) = 0$$

- a) $\{8/5; -3/2\}$
- b) $\{-8/5; 3/2\}$
- c) $\{-8/5; -3/2\}$
- d) $\{8/5; 3/2\}$
- e) $\{2; 1\}$

2. Ramiro desea hacer algunas ampliaciones en la sala de su casa para convertirla en sala comedor. La sala actual tiene un largo que excede al ancho en 1 m. Si al ancho le aumenta 2 m, el área se duplicaría. ¿Cuáles serían las nuevas dimensiones de la sala?

- a) 3 m de largo y 2 m de ancho
- b) 3 m de ancho y 2 m de largo
- c) 3 m de ancho y 4 m de ancho
- d) 4 m de ancho y 3 m de largo
- e) 2 m de ancho y 4 m de largo

3. Rodrigo es mayor que Rocío en 3 años y la suma de los cuadrados de sus edades es 549. Calcular la edad de Rocío cuando Rodrigo tenga 25 años.

- a) 15 años
- b) 18 años
- c) 23 años
- d) 22 años
- e) 21 años

4. Si el radio de un círculo se aumenta en 8 m, su área se cuadruplicaría. Calcular el radio y el área del círculo original.

- a) 8 m y 64 m^2
- b) 8 m y $64 \pi \text{ m}^2$
- c) 16 m y 256 m^2
- d) 16 m y $256 \pi \text{ m}^2$
- e) 8 m y $16 \pi \text{ m}^2$

5. Ernesto compró cierto número de tabletas por S/ 2000. Pero en el traslado se averiaron 2 y tuvo que vender las restantes a S/ 60 más de lo que le costó cada una de ellas y solo ganó S/ 80. ¿Cuántas tabletas compró y a cuánto cada una?

- a) 10 y S/ 200
- b) 10 y S/ 210
- c) 40 y S/ 50
- d) 16 y S/ 125
- e) 20 y S/ 100



6. En un proyecto educativo intervienen 22 estudiantes de 4.º y 5.º año, y para ello reciben revistas de divulgación científica. Los estudiantes de 4.º reciben 60 revistas, lo mismo que los estudiantes de 5.º. ¿Cuántos estudiantes hay en 5.º, si cada uno de ellos recibe una revista menos que los de 4.º?

- a) 10 y 12
- b) 10 y 13
- c) 12
- d) 10
- e) 9 y 13

7. Un terreno tiene la forma de triángulo rectángulo. Hallar las dimensiones de los lados de dicho terreno si la diferencia de la medida del lado intermedio y el lado menor es 23 m y el lado mayor mide 2 metros más que el lado intermedio.

- a) 12 m, 31 m y 33 m
- b) 8m, 31 m y 33 m
- c) 12 m, 35 m y 27 m
- d) 8 m, 35 m, y 37 m
- e) 12 m, 35 m y 37 m



Resolvemos los retos



1. Respuesta d.

El término independiente en la ecuación es $(y - 4)$.

Según el dato, se sabe que el término independiente es 24.

Igualamos ambas expresiones:

$$y - 4 = 24 \rightarrow y = 28$$

Reemplazamos el número hallado en la expresión original:

$$(28 - 18)x^2 - (28 + 3)x + (28 - 4) = 0$$

Factorizamos por el método del aspa simple:

$$10x^2 - 31x + 24 = 0$$

$$\begin{array}{cc} 5x & -8 \\ \diagdown & \diagup \\ 2x & -3 \end{array}$$

$$(5x - 8)(2x - 3) = 0$$

$$5x - 8 = 0 \wedge 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = 8/5 \wedge x_2 = 3/2$$

El conjunto solución de la ecuación es $\{8/5; 3/2\}$.

2. Respuesta c.

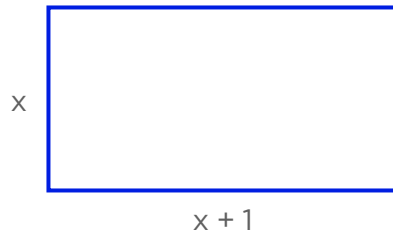
Graficamos el problema:

Sala actual

Ancho: x

Largo: $x + 1$

Área = $x(x + 1)$

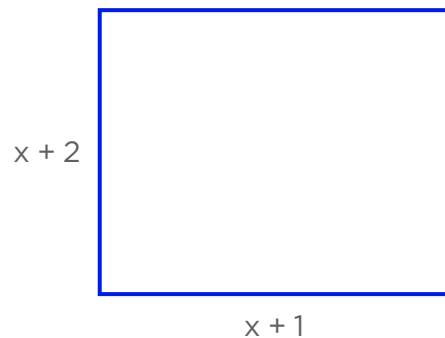


Sala con la ampliación

Ancho: $x + 2$

Largo: $x + 1$

Área: $(x + 2)(x + 1)$



Planteamos el problema:

$$(x + 2)(x + 1) = 2(x)(x + 1)$$

Resolvemos los productos, simplificamos y ordenamos:

$$x^2 + x + 2x + 2 = 2x^2 + 2x$$

$$x^2 + 3x + 2 = 2x^2 + 2x$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

Factorizamos o resolvemos por fórmula cuadrática:

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{cc} x & -2 \\ \diagdown & / \\ & \\ / & \diagdown \\ x & -1 \end{array}$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \wedge \quad x + 1 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad \wedge \quad x_2 = -1$$

Se considera el valor positivo porque es una distancia. Entonces, las nuevas dimensiones serían 4 m y 3 m. El ancho original pasó a ser el largo.

3. Respuesta d.

Edad de Rocío: x

Edad de Rodrigo: $x + 3$

Planteamos de la situación:

$$x^2 + (x + 3)^2 = 549$$

Resolvemos el producto notable, ordenamos y simplificamos:

$$x^2 + x^2 + 6x + 9 = 549$$

$$2x^2 + 6x - 540 = 0$$

$$x^2 + 3x - 270 = 0$$

Factorizamos:

$$x^2 + 3x - 270 = 0$$

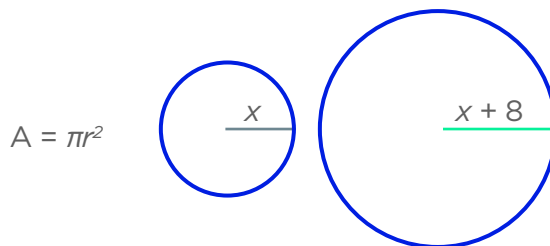
$$(x + 18)(x - 15) = 0$$

$$x + 18 = 0 \quad \wedge \quad x - 15 = 0$$

$$x_1 = -18 \quad \wedge \quad x_2 = 15$$

Rocío tendrá 22 años.

4. Respuesta b.



Radio original: $r = x$; $A = \pi(x)^2$

Nuevo radio: $r = x + 8$; $A = \pi(x + 8)^2$

Planteamos la ecuación:

$$4[\pi(x)^2] = \pi(x + 8)^2$$

Resolvemos los productos, transponemos y factorizamos:

$$4\pi x^2 = \pi(x^2 + 16x + 64)$$

$$4x^2 = x^2 + 16x + 64$$

$$3x^2 - 16x - 64 = 0$$

$$\begin{array}{cc} 3x & 8 \\ \diagdown & / \\ & \\ / & \diagdown \\ x & -8 \end{array}$$

$$(3x + 8)(x - 8) = 0$$

$$3x + 8 = 0 \quad \wedge \quad x - 8 = 0$$

$$x_1 = -8/3 \quad \wedge \quad x_2 = 8$$

El radio es 8 m y el área es de $64 \pi m^2$.

5. Respuesta a.

Número de tabletas: x

Costo de cada una: $2000/x$

Nuevo número de tablet: $x - 2$

Nuevo costo: $2000/x + 60$

Planteamos la situación:

$$2000 + 80 = (x - 2) [2000/x + 60]$$

Efectuamos operaciones:

$$2080 = (x - 2) [2000 + 60x]/x$$

$$2080x = (x - 2) [2000 + 60x]$$

Quitamos signos de colección al multiplicar, ordenamos y simplificamos:

$$2080x = (x - 2) [2000 + 60x]$$

$$2080x = 2000x + 60x^2 - 4000 - 120x$$

$$60x^2 - 200x - 4000 = 0$$

$$3x^2 - 10x - 200 = 0$$

Factorizamos:

$$3x^2 - 10x - 200 = 0$$

$$(3x + 20)(x - 10) = 0$$

$$3x + 20 = 0 \quad \wedge \quad x - 10 = 0$$

$$x_1 = -20/3 \quad \wedge \quad x_2 = 10$$

Compró 10 tabletas a S /200 cada una.

6. Respuesta c.

Número de estudiantes de 4.º: x

Número de estudiantes de 5.º: $22 - x$

Un estudiante de 5.º recibe: $60/(22 - x)$

Planteamos la situación:

$$60/x - 60/(22 - x) = 1$$

Multiplicamos, transponemos términos y factorizamos:

$$60(22 - x) - 60x = x(22 - x)$$

$$1320 - 60x - 60x = 22x - x^2$$

$$x^2 - 142x + 1320 = 0$$

$$(x - 10)(x - 132) = 0$$

$$x_1 = 10 \quad \wedge \quad x_2 = 132$$

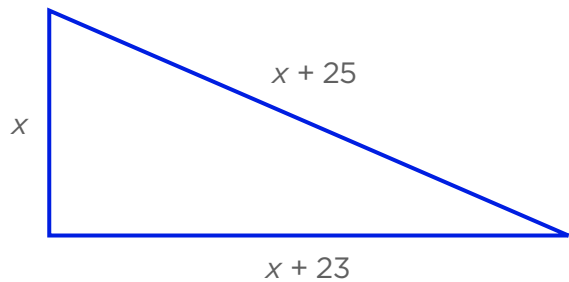
Se descarta el 132 porque los estudiantes solo son 22; por lo tanto, son 10 estudiantes de 4.º año y 12 de 5.º.

7. Respuesta e.

Medida del lado menor (cateto): x

Medida del lado intermedio (cateto): $x + 23$

Medida del lado mayor (hipotenusa): $x + 25$



Aplicamos el teorema de Pitágoras, reducimos y factorizamos:

$$(x + 25)^2 = x^2 + (x + 23)^2$$

$$x^2 + 50x + 625 = x^2 + x^2 + 46x + 529$$

$$0 = x^2 - 4x - 96$$

$$(x - 12)(x + 8) = 0$$

$$x_1 = 12 \quad \wedge \quad x_2 = -8$$

Solo consideramos el positivo porque es distancia. Entonces, las medidas de los lados del terreno son 12 m, 35 m y 37 m.

¡Sigamos aprendiendo... La Pre!

