



# RUTAS DEL APRENDIZAJE

Versión 2015

¿Qué y cómo aprenden nuestros  
estudiantes?



Área Curricular

**Matemática**

3.º 4.º y 5.º grados de Educación Secundaria



PERÚ

Ministerio  
de Educación

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN**

Av. De la Arqueología, cuadra 2 - San Borja  
Lima, Perú  
Teléfono 615-5800  
www.minedu.gob.pe

Versión 1.0

Tiraje: 57,400 ejemplares

**Elaboración:**

Pedro David Collanqui Díaz, Marisol Edith Zelarayan Aduato, Maria Isabel Díaz Maguiña, Wendy Betzabel Monteza Ahumada, Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo, Giovanna Karito Piscoya Rojas, Lorena Puente de la Vega, SINEACE-Programa de Estándares de Aprendizaje: Gina Patricia Paz Huamán, Lilian Edelmira Isidro Cámac.

**Colaboradores:**

Carlos Ramiro Francisco Febres Tapia, Ítala Esperanza Navarro Montenegro, Rosa Lourdes Moina Choque, Daniel J. Arroyo Guzmán, Armando Martín Blanco Del Rosario, Hugo Támara Salazar, Marlene Valdez Damián, Olber Muñoz Solís, Luis Hurtado Mondoñedo, Manuel Ángel Nuñez Chumpitazi, Fernando Escudero Ratto, Rodrigo Valera Lynch, Andrea Soto Torres.

**Cuidado de la edición:**

Sofía Rodríguez.

**Corrección de estilo**

Marcos Díaz Abanto.

**Ilustraciones/Fotografías:**

Óscar Pablo Casquino Neyra. Víctor Wilfredo Jacinto Ayala, Marisol Quispe Sánchez, Víctor Yaro Ulloa.

**Diseño y diagramación:**

Silvia Poma Alvarez.

**Impreso por:**

Amauta Impresiones Comerciales S.A.C  
Jr. Juan del Mar y Bernedo N° 1298  
Chacra Rios Sur – Lima 1

**© Ministerio de Educación**

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

**Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: N° 2015-02063**

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

*En vista de que en nuestra opinión, el lenguaje escrito no ha encontrado aún una manera satisfactoria de nombrar a ambos géneros con una sola palabra, en este fascículo se ha optado por emplear términos en masculino para referirse a ambos géneros.*

# Índice

Presentación .....	Pág. 5
Introducción .....	7
<b>1. Fundamentos y definiciones .....</b>	<b>8</b>
1.1 ¿Por qué aprender matemática? .....	8
1.2 ¿Para qué aprender matemática? .....	11
1.3 ¿Cómo aprender matemática? .....	13
<b>2. Competencias y capacidades .....</b>	<b>17</b>
2.1 Competencia matemática .....	20
2.2 Capacidades matemáticas .....	29
2.3 ¿Cómo se desarrollan las competencias en el VII ciclo? .....	34
2.3.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad. Estándar de aprendizaje y matriz .....	35
2.3.2 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad .....	40
2.3.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio. Estándar de aprendizaje y matriz .....	43
2.3.4 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio .....	48
2.3.5 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización. Estándar de aprendizaje y matriz .....	51
2.3.6 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización .....	56
2.3.7 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de Gestión de datos e incertidumbre. Estándar de aprendizaje y matriz .....	59
2.3.8 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia	

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre .....	64
2.4 Campos temáticos .....	65
<b>3. Orientaciones didácticas.....</b>	<b>66</b>
3.1 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad .....	66
3.1.1 Prácticas en laboratorio de matemática .....	66
3.1.2 Situaciones didácticas de Brousseau .....	68
3.1.3 Planteamiento de talleres matemáticos.....	72
3.2 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio .....	74
3.2.1 Aprendizaje basado en problemas de modelación matemática.....	74
3.2.2 El juego como fuente de aprendizaje de la matemática .....	80
3.2.3 Empleo de la cruz demostrativa. ....	86
3.3 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.....	89
3.3.1 Modelo de Van Hiele para el aprendizaje de la geometría .....	89
3.3.2 Reconocimiento de recursos didácticos para la enseñanza de la geometría.....	95
3.3.3 La Uve de Gowin .....	102
3.4 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa en matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre .....	104
(La investigación escolar)	
Mapas de Progreso .....	112
<b>Referencias bibliográficas .....</b>	<b>116</b>

# Presentación

Las *Rutas del Aprendizaje* son orientaciones pedagógicas y didácticas para una enseñanza efectiva de las competencias de cada área curricular. Ponen en manos de nosotros, los docentes, pautas útiles para los tres niveles educativos de la Educación Básica Regular: Inicial, Primaria y Secundaria.

Presentan:

- Los enfoques y fundamentos que permiten entender el sentido y las finalidades de la enseñanza de las competencias, así como el marco teórico desde el cual se están entendiendo.
- Las competencias que deben ser trabajadas a lo largo de toda la escolaridad, y las capacidades en las que se desagregan. Se define qué implica cada una, así como la combinación que se requiere para su desarrollo.
- Los estándares de las competencias que se han establecido en mapas de progreso.
- Posibles indicadores de desempeño para cada una de las capacidades, y que pueden estar presentados por grado o ciclos, de acuerdo con la naturaleza de cada competencia.
- Orientaciones didácticas que facilitan la enseñanza y el aprendizaje de las competencias.

Definiciones básicas que nos permiten entender y trabajar con las *Rutas del Aprendizaje*:

## 1. Competencia

Llamamos competencia a la facultad que tiene una persona para actuar conscientemente en la resolución de un problema o el cumplimiento de exigencias complejas, usando flexible y creativamente sus conocimientos y habilidades, información o herramientas, así como sus valores, emociones y actitudes.

La competencia es un aprendizaje complejo, pues implica la transferencia y combinación apropiada de capacidades muy diversas para modificar una circunstancia y lograr un determinado propósito. Es un saber actuar contextualizado y creativo, y su aprendizaje es de carácter longitudinal, dado que se reitera a lo largo de toda la escolaridad. Ello a fin de que pueda irse complejizando de manera progresiva y permita al estudiante alcanzar niveles cada vez más altos de desempeño.

## 2. Capacidad

Desde el enfoque de competencias, hablamos de «capacidad» en el sentido amplio de «capacidades humanas». Así, las capacidades que pueden integrar una competencia combinan saberes de un campo más delimitado, y su incremento

genera nuestro desarrollo competente. Es fundamental ser conscientes de que si bien las capacidades se pueden enseñar y desplegar de manera aislada, es su combinación (según lo que las circunstancias requieran) lo que permite su desarrollo. Desde esta perspectiva, importa el dominio específico de estas capacidades, pero es indispensable su combinación y utilización pertinente en contextos variados.

### 3. Estándar nacional

Los estándares nacionales de aprendizaje se establecen en los «mapas de progreso» y se definen allí como «metas de aprendizaje» en progresión, para identificar qué se espera lograr respecto de cada competencia por ciclo de escolaridad. Estas descripciones aportan los referentes comunes para monitorear y evaluar aprendizajes a nivel de sistema (evaluaciones externas de carácter nacional) y de aula (evaluaciones formativas y certificadoras del aprendizaje). En un sentido amplio, se denomina estándar a la definición clara de un criterio para reconocer la calidad de aquello que es objeto de medición y pertenece a una misma categoría. En este caso, como señalan los mapas de progreso, indica el grado de dominio (o nivel de desempeño) que deben exhibir todos los estudiantes peruanos al final de cada ciclo de la Educación Básica con relación a las competencias.

Los estándares de aprendizaje no son un instrumento para homogeneizar a los estudiantes, ya que las competencias a que hacen referencia se proponen como un piso, y no como un techo para la educación escolar en el país. Su única función es medir logros sobre los aprendizajes comunes en el país, que constituyen un derecho de todos.

### 4. Indicador de desempeño

Llamamos desempeño al grado de desenvoltura que un estudiante muestra en relación con un determinado fin. Es decir, tiene que ver con una actuación que logra un objetivo o cumple una tarea en la medida esperada. Un indicador de desempeño es el dato o información específica que sirve para planificar nuestras sesiones de aprendizaje y para valorar en esa actuación el grado de cumplimiento de una determinada expectativa. En el contexto del desarrollo curricular, los indicadores de desempeño son instrumentos de medición de los principales aspectos asociados al cumplimiento de una determinada capacidad. Así, una capacidad puede medirse a través de más de un indicador.

Estas *Rutas del Aprendizaje* se han ido publicando desde 2012 y están en revisión y ajuste permanente, a partir de su constante evaluación. Es de esperar, por ello, que en los siguientes años se sigan ajustando en cada una de sus partes. Estaremos muy atentos a tus aportes y sugerencias para ir mejorándolas en las próximas reediciones, de manera que sean más pertinentes y útiles para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.

# Introducción

El presente fascículo te proporciona pautas para ¿qué enseñar y cómo enseñar? Qué enseñar relacionado con los contenidos y capacidades y el cómo enseñar relacionado con la variedad de estrategias y recursos que te permitirán generar aprendizajes significativos en tus estudiantes. La matemática cobra mayor significado y se aprende mejor cuando se desarrolla en situaciones de la vida real. Nuestros estudiantes desarrollaran aprendizajes significativos cuando vinculan sus experiencias y saberes con la realidad que lo circunda. Por ello, podríamos expresar una práctica matemática para la vida, donde el aprendizaje se genera en el contexto de la vida y sus logros van hacia ella.

Asimismo, la sociedad actual requiere de ciudadanos críticos, creativos y emprendedores capaces de asumir responsabilidades en la conducción de la sociedad, en ese sentido la educación matemática debe ser un medio para tales propósitos. Por ello, es importante reconocer tu rol como agente mediador, orientador y provocador de formas de actuar y pensar durante las actividades matemáticas. Conscientes de la responsabilidad que tienes con tus estudiantes, te brindamos el presente fascículo como una herramienta pedagógica. Para tal efecto se adopta un enfoque centrado en la resolución de problemas, el cual orienta el sentido de desarrollar competencias y capacidades matemáticas.

En el presente fascículo encontrarás:

**Capítulo I:** La fundamentación, que está redactada en torno al por qué y para qué aprender matemática.

**Capítulo II:** La organización curricular por competencias, considerando en ella los estándares de aprendizaje, el cual expresa las metas de aprendizaje para el VII ciclo.

**Capítulo III:** Orientaciones didácticas que ofrecen propuestas para promover el logro de aprendizajes con la matemática.

La intención del presente fascículo es propiciar la reflexión de las prácticas educativas con tus estudiantes y esperamos que contribuya en tu labor profesional. Asimismo, estaremos atentos a tus aportes y sugerencias de la experiencia vivida con este material, lo que nos llevará a seguir mejorando de manera que sea lo más pertinente y útil para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.

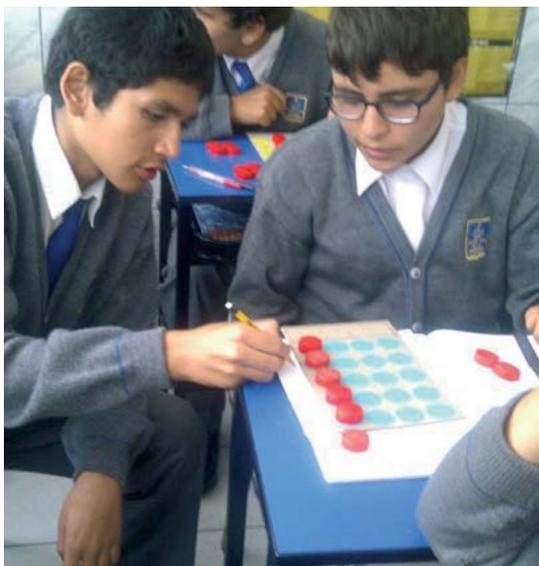
# 1. Fundamentos y definiciones

## 1.1 ¿Por qué aprender matemática?

**Vivimos en un escenario de constantes cambios e incertidumbres que requieren una cultura matemática**

La matemática está presente en diversos espacios de la actividad humana, tales como actividades familiares, sociales, culturales o en la misma naturaleza. El uso de la matemática nos permite entender el mundo que nos rodea, ya sea natural o social.

En la anatomía del ser humano, por ejemplo, se observa formas, patrones, estructuras, redes, grafos, dibujos y otros, que debemos entender si pretendemos alcanzar un equilibrio con la naturaleza, y somos nosotros quienes desarrollamos estos saberes y conocimientos en base a la experiencia y la reflexión.



Por otro lado, resulta complicado asumir un rol participativo en diversos ámbitos del mundo moderno sin entender el papel que la matemática cumple en este aspecto, su forma de expresarse a través de un lenguaje propio y con características simbólicas particulares ha generado una nueva forma de concebir nuestro entorno y actuar sobre él.

La presencia de la matemática en nuestra vida diaria, en aspectos sociales, culturales y de la naturaleza es algo cotidiano, pues se usa desde situaciones tan simples y generales como cuantificar el número de

integrantes de la familia, hacer un presupuesto familiar, desplazarnos de la casa a la escuela, o ir de vacaciones, hasta situaciones tan particulares como esperar la cosecha de este año sujeta al tiempo y los fenómenos de la naturaleza, hacer los balances contables de negocios estableciendo relaciones entre variables de manera cuantitativa, cualitativa y predictiva, o cuando practicamos juegos a través de cálculos probabilísticos de sucesos, de tal manera que tener un entendimiento y un desenvolvimiento matemático adecuados nos permite participar del mundo que nos rodea en cualquiera de los aspectos mencionados.

La matemática se ha incorporado en las diversas actividades humanas, de tal manera que se ha convertido en clave esencial para poder comprender y transformar nuestra cultura. Es por ello que nuestra sociedad necesita de una cultura matemática para aproximarse, comprender y asumir un rol transformador en el entorno complejo y global de la realidad contemporánea, esto implica desarrollar en los ciudadanos habilidades básicas que permitan desenvolverse en la vida cotidiana, relacionarse con su entorno, con el mundo del trabajo, de la producción, el estudio y entre otros.

## Es un eje fundamental en el desarrollo de las sociedades y la base para el progreso de la ciencia y la tecnología

En este siglo la matemática ha alcanzado un gran progreso, invade hoy más que nunca la práctica total de las creaciones del intelecto y ha penetrado en la mente humana más que ninguna ciencia en cualquiera de los periodos de la historia, de tal manera que la enseñanza de una matemática acabada, sin aplicaciones inmediatas y pensada para un mundo ideal se ha ido sustituyendo por una matemática como producto de la construcción humana y con múltiples aplicaciones.

Hoy en día, las aplicaciones matemáticas ya no representan un patrimonio únicamente apreciable en la física, ingeniería o astronomía, sino que han desencadenado progresos espectaculares en otros campos científicos. Especialistas médicos leen obras sobre la teoría de la información, los psicólogos estudian tratados de teoría de la probabilidad, la sociología, la lingüística y otra gran parte de las humanidades usan la matemática, que camuflada con el nombre de cliometría, se ha infiltrado en el campo histórico. Existen tantas evidencias, que los más ilustres pensadores y científicos han aceptado sin reparos que en los últimos años se ha estado viviendo un acusado periodo de apreciación de la matemática.



Comenta Carl Sagan (1982) que hay un lenguaje común para todas las civilizaciones técnicas, por muy diferentes que sean, y este es el de la ciencia y la matemática. La razón está en que las leyes de la naturaleza son idénticas en todas partes. En este sistema comunicativo-representativo está escrito el desarrollo de las demás ciencias; gracias a ella ha habido un desarrollo dinámico y combinado de la ciencia-tecnología que ha cambiado la vida del ciudadano moderno.

## Se requieren ciudadanos responsables y conscientes al tomar decisiones

El desarrollo de una sociedad democrática requiere de ciudadanos participativos capaces de tomar decisiones responsables. Esto implica superar problemas que no son exclusivamente los de orden político y económico. Un aspecto importante, que atraviesa cualquier proceso de democratización, es el de la distribución equitativa del poder. Ella implica mayores canales de participación de la población en la toma de decisiones en todos los niveles.

Por ello, una distribución desigual de los conocimientos matemáticos juega también un rol en la estructuración de la sociedad, en la construcción de una democracia real. Por una parte, existe una tendencia a fundar el poder en la matemática, en la demostración, en la invocación al razonamiento y hasta la intimidación por la actividad matemática. Por otro lado, mientras más se complejiza nuestra sociedad, un número cada vez mayor de decisiones se toman en nombre de la "racionalidad, el uso óptimo y conveniente". Sin embargo, esta racionalidad parece ser propiedad de los expertos, en tanto la gran mayoría de la población permanece alejada de ella; mientras más científica es la política, entendida en términos amplios que incluyen, por ejemplo las decisiones económicas, menor es la posibilidad de regulación democrática de la sociedad, pues el individuo no tiene suficientemente asegurado el acceso al conocimiento, y así el ciudadano puede perder su derecho a la decisión.



Finalmente, es importante considerar que toda persona está dotada para desarrollar aprendizajes matemáticos de forma natural; y que sus competencias matemáticas se van desarrollando de manera progresiva en la educación formal y no formal. Asimismo, decimos que la persona redescubre y construye sus conocimientos científicos con la ayuda de la matemática en el sentido que las disciplinas científicas usan como lenguaje y representación de lo factual los códigos, procesos y conceptos de un cuerpo de conocimiento matemático.

## 1.2 ¿Para qué aprender matemática?

La finalidad de la matemática en el currículo es desarrollar formas de actuar y pensar matemáticamente en diversas situaciones que permitan al estudiante interpretar e intervenir en la realidad a partir de la intuición, planteando supuestos, haciendo inferencias, deducciones, argumentaciones, demostraciones, formas de comunicar y otras habilidades, así como el desarrollo de métodos y actitudes útiles para ordenar, cuantificar, medir hechos y fenómenos de la realidad, e intervenir conscientemente sobre ella.

En ese sentido, la matemática escapa de ser ciencia de números y espacio para convertirse en una manera de pensar. Mejor que definirla como la ciencia de los números, es acercarse a ella en la visión de un pensamiento organizado, formalizado y abstracto, capaz de recoger elementos y relaciones de la realidad, discriminándolas de aquellas percepciones y creencias basadas en los sentidos y de las vicisitudes cotidianas.

El pensar matemáticamente implica reconocerlo como un proceso complejo y dinámico resultante de la interacción de varios factores (cognitivos, socioculturales, afectivos, entre otros), el cual promueve en los estudiantes formas de actuar y construir ideas matemáticas a partir de diversos contextos (Cantoral, 2013). Por ello, en nuestra práctica, para pensar matemáticamente tenemos que ir más allá de los fundamentos de la matemática y la práctica exclusiva de los matemáticos y entender que se trata de aproximarnos a todas las formas posibles de razonar, formular hipótesis, demostrar, construir, organizar, comunicar, resolver problemas matemáticos que provienen de un contexto cotidiano, social, laboral o científico, entre otros. A partir de ello, se espera que los estudiantes aprendan matemática en diversos sentidos:

**Funcional**, ya que encontrará en la matemática herramientas básicas para su desempeño social y la toma de decisiones que orientan su proyecto de vida. Es de destacar aquí la contribución de la matemática a cuestiones tan relevantes como: los fenómenos políticos, económicos, ambientales, de infraestructuras, transportes, movimientos poblacionales; los problemas del tráfico en las ciudades; la necesidad y formación de profesionales cualificados; los suministros básicos; el diseño de parques y jardines; la provisión de alimentos; la economía familiar o la formación en cultura matemática de las nuevas generaciones.



**Formativo**, ya que le permitirá desarrollar estructuras conceptuales, procedimientos y estrategias cognitivas tanto particulares como generales, características de un pensamiento abierto, creativo, crítico, autónomo y divergente.

### **En este sentido, la matemática posee unos valores formativos innegables, tales como:**

- La capacidad para desarrollar el pensamiento del estudiante con el fin de determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias, y, en definitiva, potenciar el razonamiento y la capacidad de acción simbólica, el espíritu crítico, la tendencia a la exhaustividad, el inconformismo, la curiosidad, la persistencia, la incredulidad, la autonomía, la rigurosidad, la imaginación, la creatividad, la sistematicidad, etc.
- La utilidad para promover la expresión, elaboración, apreciación de patrones y regularidades, que combinados generan resultados eficaces y bellos para muchos; la matemática ha de promover el uso de esquemas, representaciones gráficas, fomentar el diseño de formas artísticas, la apreciación y creación de belleza.
- La creatividad que fomenta, pues dentro de sus fronteras bien delimitadas se observa una libertad absoluta para crear y relacionar conceptos, incluso de manera artística.
- La potencialidad para desarrollar el trabajo científico y para la búsqueda, identificación y resolución de problemas.
- La honestidad, pues no se puede engañar a otros sin engañarse uno mismo. Eso en matemática no se puede, las falsedades no tienen lugar en un ambiente matemático.

**Instrumental**, de manera que la matemática sea reconocida como el idioma en el que está escrito el desarrollo de las demás ciencias; gracias a ella ha habido un desarrollo dinámico y combinado de la ciencia-tecnología que ha cambiado la vida del ciudadano moderno.

Por ejemplo, en el campo biológico, muchas de las características heredadas en el nacimiento no se pueden prever de antemano: sexo, color de pelo, peso al nacer, estatura, etc.. La probabilidad permite describir estas características.

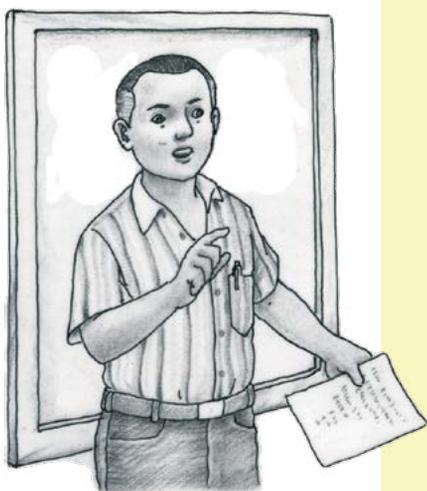
- Todas las profesiones requieren una base de conocimientos matemáticos y, en algunas, como en la matemática pura, la física, la estadística o la ingeniería, la matemática es imprescindible.
- En la práctica diaria de las ciencias se usa la matemática. Los conceptos con que se formulan las teorías científicas son esencialmente los conceptos matemáticos.

## 1.3 ¿Cómo aprender matemática?

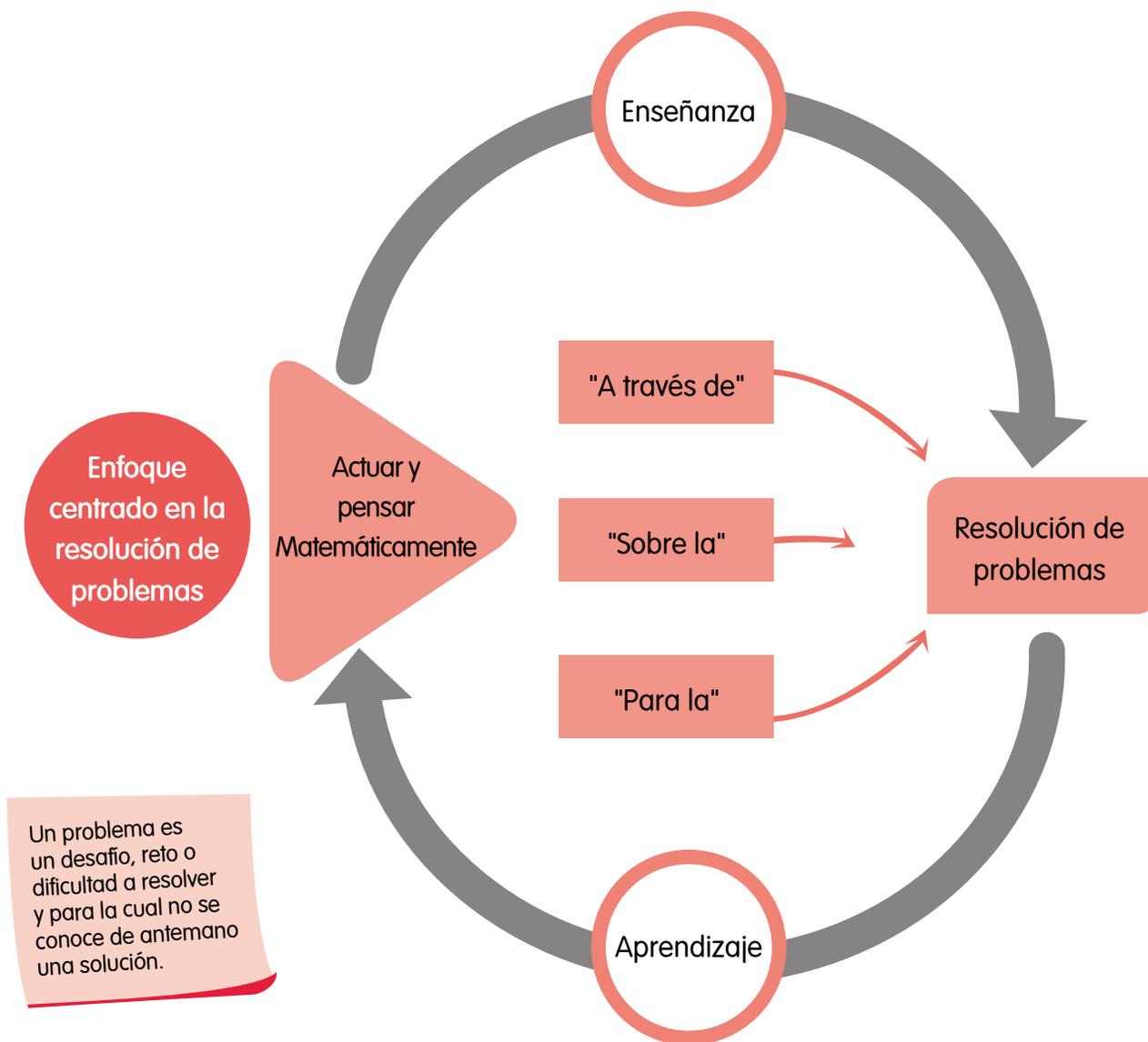
Donovan y otros (2000), basado en trabajos de investigación en antropología, psicología social y cognitiva, afirman que los estudiantes alcanzan un aprendizaje con alto nivel de significatividad cuando se vinculan con sus prácticas culturales y sociales.

Por otro lado, como lo expresa Freudenthal (2000), esta visión de la práctica matemática escolar no está motivada solamente por la importancia de su utilidad, sino principalmente por reconocerla como una actividad humana; lo que implica que hacer matemática como proceso es más importante que la matemática como un producto terminado.

En este marco se asume un enfoque centrado en la resolución de problemas con la intención de promover formas de enseñanza y aprendizaje a partir del planteamiento de problemas en diversos contextos. Como lo expresa Gaulin (2001), este enfoque adquiere importancia debido a que promueve el desarrollo de aprendizajes "a través de", "sobre" y "para" la resolución de problemas.



- A través de la resolución de problemas y del entorno del estudiante, porque esta permite construir significados, organizar objetos matemáticos y generar nuevos aprendizajes en un sentido constructivo y creador de la actividad humana.
- Sobre la resolución de problemas, porque explica la necesidad de reflexionar sobre los mismos procesos de la resolución de problemas como: la planeación, las estrategias heurísticas, los recursos, procedimientos, conocimientos y capacidades matemáticas movilizadas en el proceso.
- Para resolver problemas, porque involucran enfrentar a los estudiantes de forma constante a nuevas situaciones y problemas. En este sentido la resolución de problemas y el proceso central de hacer matemática, y de esta manera vive como un proceso más que como un producto terminado (Font 2003), asimismo es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad de la matemática en diversas situaciones.



La resolución de problemas como expresión adquiere diversas connotaciones, ya que puede ser entendida como una competencia que implica un proceso complejo; una capacidad, que involucra movilizar conocimientos y procesos de resolución para un fin de aprendizaje más superior; una estrategia en la característica que muestra fases y procesos que le dan identidad respecto a otras estrategias. Al respecto, a continuación expresaremos la resolución de problemas como un enfoque, que orienta y da sentido

a la educación matemática, en el propósito que se persigue de resolver problemas en el "Actuar y pensar matemáticamente" para orientar el proceso de la enseñanza y aprendizaje de la matemática.



En nuestro sistema educativo, este enfoque de resolución de problemas orienta la actividad matemática en la escuela, de tal manera que le permite al estudiante situarse

en diversos contextos para crear, recrear, investigar y resolver problemas; involucrando la prueba de diversos caminos de resolución, el análisis de estrategias y formas de representación, la sistematización y comunicación de los nuevos conocimientos, entre otros.

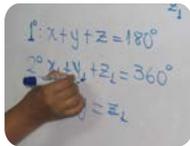
### Los rasgos más importantes de este enfoque son los siguientes:

- La resolución de problemas debe plantearse en situaciones de contextos diversos, pues ello moviliza el desarrollo del pensamiento matemático. Los estudiantes desarrollan competencias y se interesan en el conocimiento matemático, si le encuentran significado y lo valoran, y pueden establecer la funcionalidad matemática con situaciones de diversos contextos.
- La resolución de problemas sirve de escenario para desarrollar competencias y capacidades matemáticas. Es a través de la resolución de problemas, que los estudiantes desarrollan competencias matemáticas y capacidades matemáticas.
- La matemática se enseña y se aprende resolviendo problemas. La resolución de problemas sirve de contexto para que los estudiantes construyan nuevos conceptos matemáticos, descubran relaciones entre entidades matemáticas y elaboren procedimientos matemáticos, estableciendo relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.
- Los problemas deben responder a los intereses y necesidades de los estudiantes; es decir, deben ser interesantes y constituir desafíos genuinos para los estudiantes, que los involucren realmente en la búsqueda de soluciones.

Finalmente, desde la mirada de Lesh & Zawojewski (2007), la resolución de problemas implica la adquisición de niveles crecientes de capacidad en la solución de problemas por parte de los estudiantes, lo que les proporciona una base para el aprendizaje futuro, para la participación eficaz en sociedad y para conducir actividades personales. Los estudiantes necesitan aplicar lo que han aprendido en nuevas situaciones. El estudio centrado en la resolución de problemas por parte de los estudiantes proporciona una ventana en sus capacidades para emplear el pensamiento y otros acercamientos cognoscitivos generales, para enfrentar desafíos en la vida.

Una situación se describe como un acontecimiento significativo que le da marco al planteamiento de problemas con cantidad, regularidad, forma, etc. Por ello, permite dar sentido y funcionalidad a las experiencias y conocimientos matemáticos que desarrollan los estudiantes.

## Problemas en diversos



MATEMÁTICO



CIENTÍFICO



SOCIAL



ECONÓMICO

## RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El enfoque es el punto de partida para enseñar y aprender matemática



## Rasgos más importantes de la resolución del problema

La resolución de problemas debe de plantearse en situaciones de contextos diversos lo que desarrolla el pensamiento matemático.

La resolución de problemas orienta al desarrollo de competencias y capacidades matemáticas.

Sirve de contexto para comprender y establecer relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.

Los problemas deben responder a las necesidades e intereses de los estudiantes.

## 2. Competencias y capacidades

Nuestros adolescentes necesitan enfrentarse a retos que demanda la sociedad, con la finalidad de que se encuentren preparados para superarlos, tanto en la actualidad como en el futuro. En este contexto, la educación y las actividades de aprendizaje deben orientarse a que los estudiantes sepan actuar con pertinencia y eficacia en su rol de ciudadanos, lo cual involucra el desarrollo pleno de un conjunto de competencias, capacidades y conocimientos que faciliten la comprensión, construcción y aplicación de una matemática para la vida y el trabajo.



Los estudiantes a lo largo de la Educación Básica Regular desarrollan competencias y capacidades, las cuales se definen como la facultad de toda persona para actuar conscientemente sobre una realidad, sea para resolver un problema o cumplir un objetivo, haciendo uso flexible y creativo de los conocimientos, las habilidades, las destrezas, la información o las herramientas que tenga disponibles y considere

pertinentes a la situación (Minedu 2014). Tomando como base esta concepción es que se promueve el desarrollo de aprendizajes en matemática explicitados en cuatro competencias. Estas, a su vez, se describen como el desarrollo de formas de actuar y de pensar matemáticamente en diversas situaciones.



Según Freudenthal (citado por Bressan 2004), el actuar matemáticamente consistiría en mostrar predilección por:

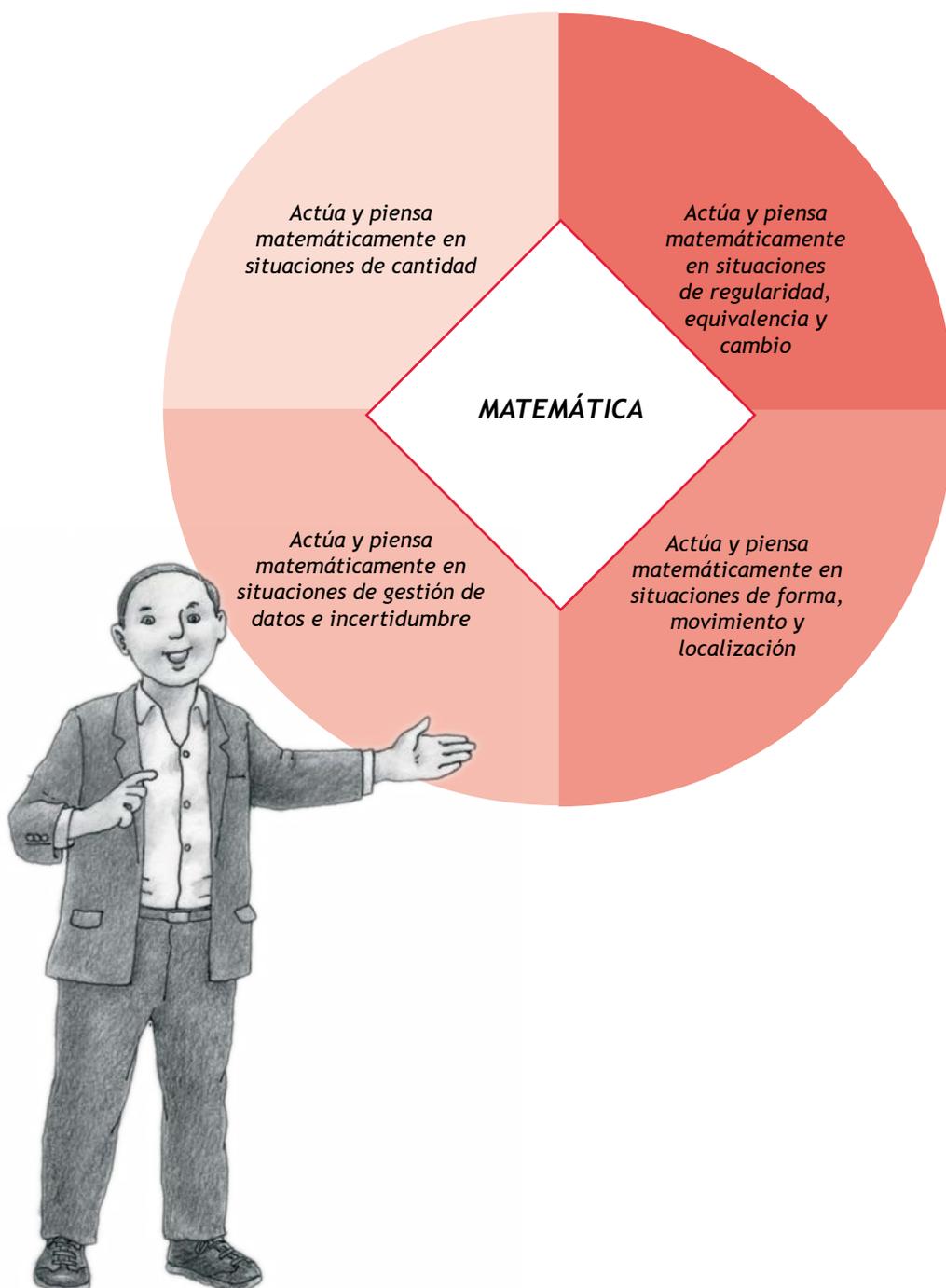
- Usar el lenguaje matemático para comunicar sus ideas o argumentar sus conclusiones; es decir, para describir elementos concretos, referidos a contextos específicos de la matemática, hasta el uso de variables convencionales y lenguaje funcional.
- Cambiar de perspectiva o punto de vista y reconocer cuándo una variación en este aspecto es incorrecta dentro de una situación o un problema dado.
- Captar cuál es el nivel de precisión adecuado para la resolución de un problema dado.
- Identificar estructuras matemáticas dentro de un contexto (si es que las hay) y abstenerse de usar la matemática cuando esta no es aplicable.
- Tratar la propia actividad como materia prima para la reflexión, con miras a alcanzar un nivel más alto de pensamiento.

De otro lado, pensar matemáticamente se define como el conjunto de actividades mentales u operaciones intelectuales que llevan al estudiante a entender y dotar de significado a lo que le rodea, resolver un problema usando conceptos matemáticos, tomar una decisión o llegar a una conclusión, en los que están involucrados procesos como la abstracción, justificación, visualización, estimación, entre otros (Cantoral 2005; Molina 2006; Carretero y Ascencio 2008).

Las competencias propuestas en la Educación Básica Regular se organizan sobre la base de cuatro situaciones. La definición de estas cuatro situaciones se sostiene en la idea de que la matemática se ha desarrollado como un medio para describir, comprender e interpretar los fenómenos naturales y sociales que han motivado el desarrollo de determinados procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación (OECD 2012). En este sentido, la mayoría de países han adoptado una organización curricular basada en estos fenómenos, en la que subyacen numerosas clases de problemas, con procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación. Por ejemplo, fenómenos como la incertidumbre, que pueden descubrirse en muchas situaciones habituales, necesitan ser abordados con estrategias y herramientas matemáticas relacionadas con la probabilidad. Asimismo, fenómenos o situaciones de equivalencias o cambios necesitan ser abordados desde el álgebra; las situaciones de cantidades se analizan y modelan desde la aritmética o los números; las de formas, desde la geometría.

Por las razones descritas, las competencias se formulan como actuar y pensar matemáticamente a través de situaciones de cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización; gestión de datos e incertidumbre.

Por tanto, las cuatro competencias matemáticas atienden a estas situaciones y se describen como actuar y pensar matemáticamente, lo que debe entenderse como usar la matemática para describir, comprender y actuar en diversos contextos; siendo una de las características en ellas el plantear y resolver problemas.

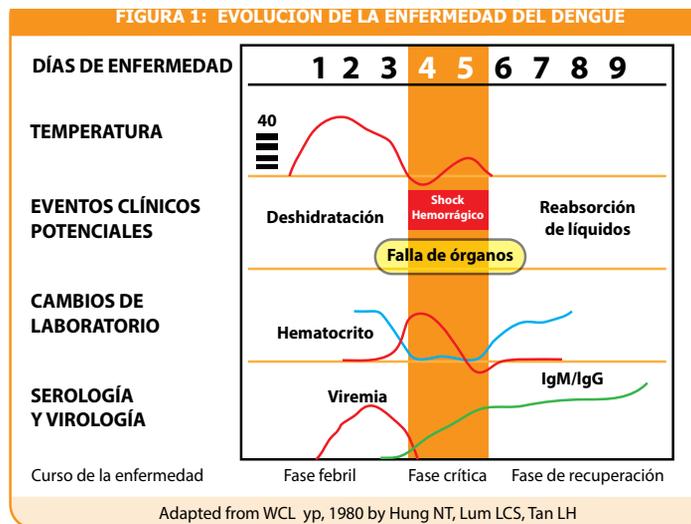


## 2.1 Competencias matemáticas

# 1 COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.

En nuestra sociedad actual, la utilidad que tienen los números y datos es prácticamente infinita. Estamos bombardeados por titulares que utilizan medidas cuantitativas para reportar aumentos de precios, los riesgos de ser propensos a una enfermedad, y el número de personas afectadas por desastres naturales. Los anuncios publicitarios utilizan números para competir en ofertas de telefonía celular, para promocionar bajo interés en préstamos personales, de pequeña empresa, hipotecarios etc. En el ámbito técnico profesional, los agricultores estudian mercados donde ofertar sus productos, analizan el suelo y controlan cantidades de semillas y nutrientes; las enfermeras utilizan conversiones de unidades para verificar la exactitud de la dosis del medicamento; los sociólogos sacan conclusiones a partir de datos para entender el comportamiento



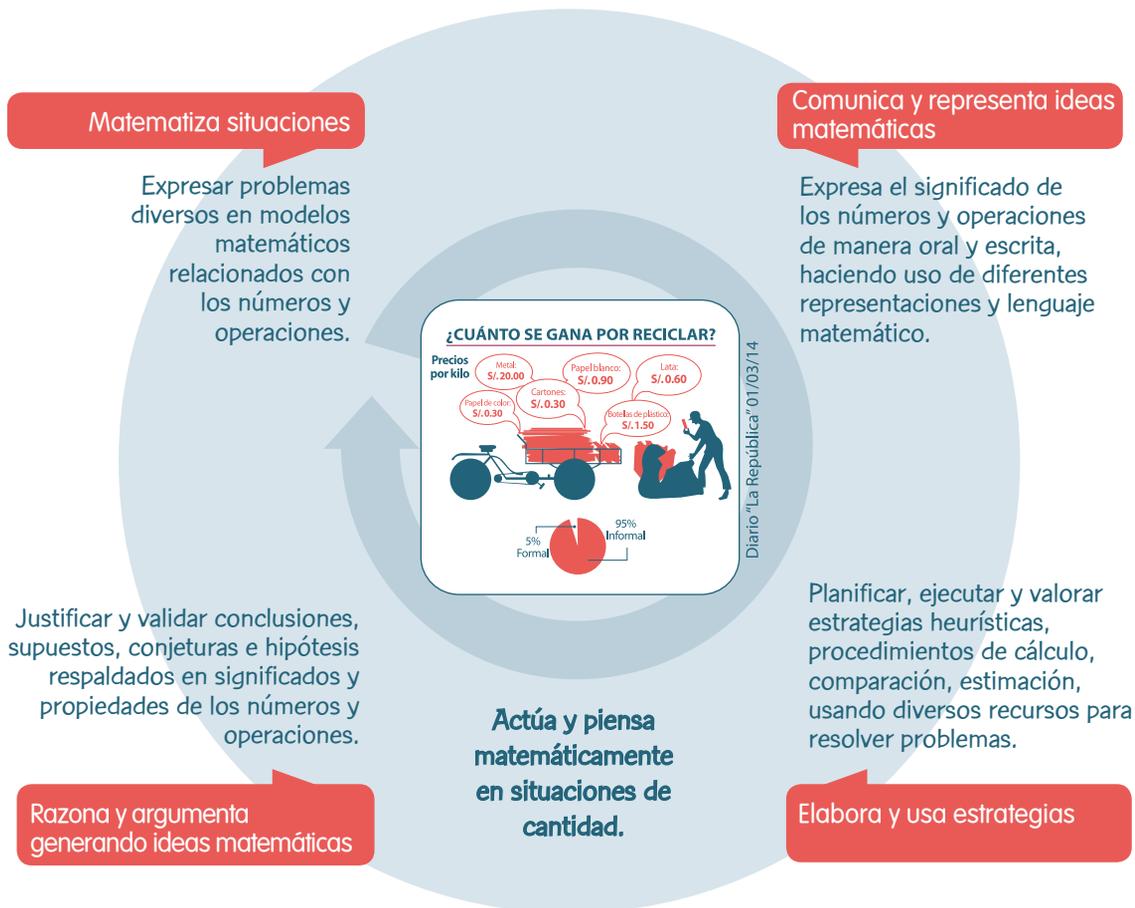
<https://revistaclinica.wordpress.com/enfermedades-de-vigilancia-epidemiologica/>  
<http://www.fisiologia.es/wp-content/uploads/2014/10/2014-10-03-17-39-53.jpg>

humano; los biólogos desarrollan algoritmos informáticos para mapear el genoma humano; los empresarios estudian los mercados y costos del proyecto utilizando las TIC.

La competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad implica desarrollar modelos de solución numérica, comprendiendo el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación al resolver un problema.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas las que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante. Esto involucra la comprensión del significado de los números y sus diferentes representaciones, propiedades y relaciones, así como el significado de las operaciones y cómo estas se relacionan al utilizarlas en contextos diversos.

### CAPACIDADES DE LA COMPETENCIA



La necesidad de cuantificar y organizar lo que se encuentra en nuestro entorno nos permite reconocer que los números poseen distinta utilidad en diversos contextos.

Treffers (citado por Jan de Lange 1999) hace hincapié en la importancia de la capacidad de manejar números y datos, y de evaluar los problemas y situaciones que implican procesos mentales y de estimación en contextos del mundo real.

Por su parte, The International Life Skills Survey (Policy Research Initiative Statistics Canada 2000) menciona que es necesario poseer "un conjunto de habilidades, conocimientos, creencias, disposiciones, hábitos de la mente, comunicaciones, capacidades y habilidades para resolver problemas que las personas necesitan para participar eficazmente en situaciones cuantitativas que surgen en la vida y el trabajo".

Lo dicho anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociados a la idea de cantidad, siendo algunas características las siguientes:

- Conocer los múltiples usos que les damos.
- Realizar procedimientos como conteo, cálculo y estimación de cantidades.
- Comprender y usar los números en sus variadas representaciones.
- Emplear relaciones y operaciones basadas en números.
- Comprender el Sistema de Numeración Decimal.
- Utilizar números para expresar atributos de medida reconocidas en el mundo real.
- Comprender el significado de las operaciones con cantidades y magnitudes.

## 2 **COMPETENCIA**

**Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.**

En nuestro alrededor se manifiestan diversos fenómenos que tienen características de cambio, pudiéndose reconocer, por ejemplo, cómo ciertos organismos van variando a medida que crecen, el movimiento de flujo y reflujo de las mareas, los ciclos de empleabilidad en un sistema económico, los cambios climáticos regidos por las estaciones, fluctuaciones bursátiles, el cambio de temperatura a lo largo del día, crecimiento de la población respecto al tiempo (años), tiempo de distribución de un producto, costo para inmunizar al "x" por ciento de una población contra una epidemia, velocidad de un móvil en movimientos uniformemente acelerados o retardados, recibos de la luz, agua o teléfono en función del gasto, el movimiento de un cuerpo en el espacio, o cómo ha evolucionado en los últimos años la preferencia del público frente a un producto con determinada campaña publicitaria.



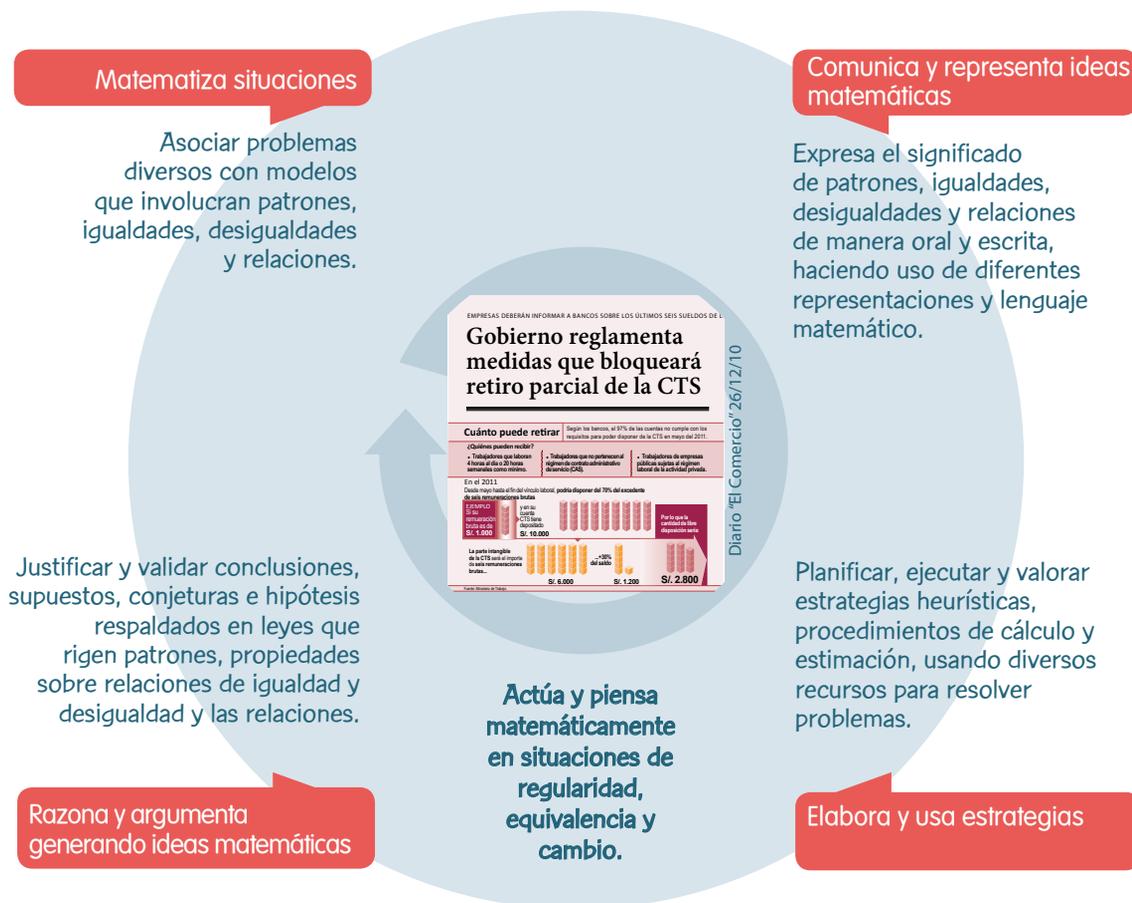
<http://www.monografias.com/trabajos93/energia-mareomotriz/energia-mareomotriz.shtml>

En este sentido, aprender progresiones, ecuaciones y funciones relacionadas a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

La competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio implica desarrollar progresivamente la interpretación y generalización de patrones, la comprensión y el uso de igualdades y desigualdades, y la comprensión y el uso de relaciones y funciones. Toda esta comprensión se logra usando el lenguaje algebraico como una herramienta de modelación de distintas situaciones de la vida real.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas, que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje algebraico, emplear esquemas de representación para reconocer las relaciones entre datos, de tal forma que se reconozca un regla de formación, condiciones de equivalencia o relaciones de dependencia, emplear procedimientos algebraicos y estrategias heurísticas para resolver problemas, así como expresar formas de razonamientos que generalizan propiedades y expresiones algebraicas.

## CAPACIDADES DE LA COMPETENCIA



Lo expuesto muestra la necesidad de reconocer la manifestación de cambio en fenómenos reales, en los que es posible identificar dos o más magnitudes y estudiar la forma como varían para tener una comprensión y control de ellos a partir de establecer relaciones permanentes o temporales entre dichos fenómenos.

De acuerdo con el Dr. Cantoral, este aprendizaje es parte del pensamiento matemático avanzado y comprende las relaciones entre la matemática de la variación y el cambio, por un lado, y los procesos del pensamiento, por el otro. Implica la integración de los dominios numéricos, desde los naturales hasta los complejos, conceptos de variable, función, derivada e integral; asimismo sus representaciones simbólicas, sus

propiedades y el dominio de la modelación elemental de los fenómenos del cambio. (Dolores, Guerrero, Martínez y Medina 2002: 73).

Lo expuesto anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociados a la idea de patrones, equivalencia y cambio. Son algunas características:

- Comprender las regularidades que se reconocen en diversos contextos, incluidos los propiamente matemáticos.
- Expresar patrones y relaciones usando símbolos, lo que conduce a procesos de generalización.
- Comprender la igualdad o desigualdad en condiciones de una situación.
- Hallar valores desconocidos y establecer equivalencias entre expresiones algebraicas.
- Identificar e interpretar las relaciones entre dos magnitudes.
- Analizar la naturaleza del cambio y modelar situaciones o fenómenos del mundo real, con la finalidad de resolver un problema o argumentar predicciones.

# 3

## COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.

A diario, en nuestro entorno cotidiano se nos presentan diversas oportunidades para enfrentarnos a problemas espaciales. A través de estas, vamos construyendo un conjunto de referencias que nos permiten ubicarnos y ubicar cuerpos. Así, por ejemplo, montar una bicicleta, ajustar una pieza de mobiliario, ordenar un equipo de música o poner un ventilador de techo involucra retos como reconocer instrucciones, palabras que expresan referentes de dirección de arriba y abajo, adelante y atrás, etc., objetos físicos entre otros.

Asimismo, muchos descubrimientos clásicos y procedimientos cotidianos de la ciencia se basan en gran parte en el reconocimiento de formas y cuerpos geométricos, por ejemplo, uno de los grandes descubrimientos de la ciencia moderna, el modelo de la doble hélice de Watson de la estructura del ADN. Otro aspecto a considerar es que, en las últimas décadas, se está experimentando una abundancia de información con el apoyo de tecnologías: sensores (como sismógrafos e hidrófonos de alta resolución), dispositivos (como el mar profundo y las tecnologías de perforación de núcleos de hielo), satélites de muestreo (incluyendo imágenes multiespectrales y sistemas de posicionamiento global GPS), y plataformas (tales como el telescopio Hubble y el sumergible Alvin). Esto ha involucrado el desarrollo y la práctica de pensamiento espacial; por ejemplo, mapas, técnicas de análisis (análisis de superficie de tendencia), y sistemas de representación (diagramas espectrales).

En este sentido, aprender geometría relacionada a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática. La competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización implica desarrollar progresivamente el sentido de la ubicación en el espacio, la interacción con los objetos, la comprensión de propiedades de las formas y cómo estas se interrelacionan, así como la aplicación de estos conocimientos al resolver diversas problemas.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas, que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje geométrico, emplear variadas representaciones que describan atributos de forma, medida y localización de figuras y cuerpos geométricos, emplear procedimientos de construcción y medida para resolver problemas, así como expresar formas y propiedades geométricas a partir de razonamientos.

### CAPACIDADES DE LA COMPETENCIA



Investigaciones en el campo de la didáctica de la geometría, Villiers (1999), Moreno (2002), Duval (1998), Herscovitz y Vinner (1987), han llevado a reconocer que el aprendizaje de la geometría es un proceso complejo que pone en tensión ciertos polos del desarrollo cognitivo:

- Los procesos cognitivos de visualización, así Gutiérrez (1996) en relación a la enseñanza de la geometría define la visualización como la actividad de razonamiento basada en el uso de elementos visuales o espaciales.
- Los procesos de justificación de carácter informal o formal. "El estudio del razonamiento está constitutivamente ligado al estudio de la argumentación" (Godino y Recio, citados por Bressan 1998).
- Los procesos de dar significado a los objetos y propiedades geométricas.
- Los dominios empíricos y teóricos de la geometría, a través del desarrollo de habilidades de dibujo y construcción.

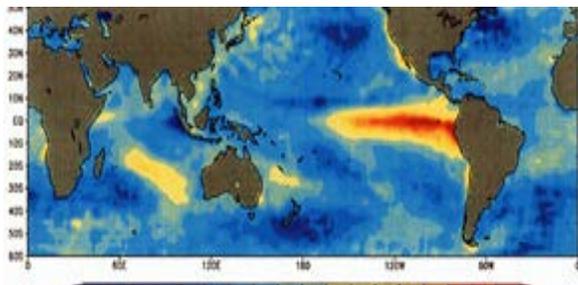
Lo expuesto anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociada a la idea de formas, posición y movimiento. Algunas características son:

- Usar relaciones espaciales al interpretar y describir en forma oral y gráfica trayectos y posiciones para distintas relaciones y referencias.
- Construir y copiar modelos hechos con formas bidimensionales y tridimensionales.
- Expresar propiedades de figuras y cuerpos según sus características para que los reconozcan o los dibujen.
- Explorar afirmaciones acerca de características de las figuras y argumentar sobre su validez.
- Estimar, medir efectivamente y calcular longitudes, capacidades y pesos usando unidades convencionales.

## 4 COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre.

Nos encontramos en la actualidad en un contexto de una sociedad cambiante e impredecible, en la que estamos avanzando a pasos agigantados tanto en el



<http://focoblanco.com.uy/2014/05/aumentan-las-posibilidades-de-fenomeno-climatico-el-nino-para-america-del-sur/>

desarrollo de la ciencia como la tecnología, por ello contamos con las TIC, cada vez más potentes, reconocemos sistemas de transporte y procesos de comunicación altamente eficientes, lo que ha traído como consecuencia que estamos enfrentados a un mundo saturado de información y datos. Es en este contexto en que nos ha tocado vivir, que nos sentimos inseguros sobre cuál es la mejor forma para tomar decisiones; por ejemplo, nos enfrentamos a resultados

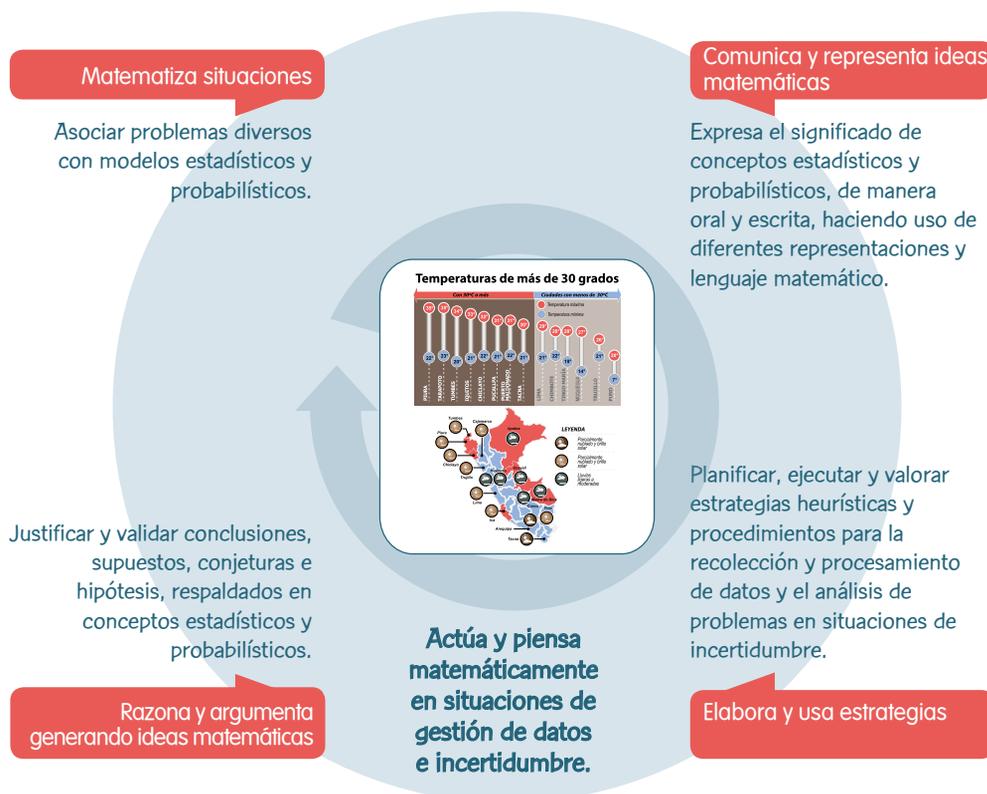
electorales inciertos, ciertas edificaciones colapsan, se manifiestan caídas en los mercados de valores, tenemos condiciones meteorológicas cuyas previsiones no son fiables, predicciones de aumento o disminución del crecimiento de la población, los modelos económicos que no muestran una constante y, por tanto no expresan una linealidad, y muchas otras manifestaciones de la incertidumbre de nuestro mundo.

En este sentido, aprender estadística relacionada a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

La competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre implica desarrollar progresivamente las formas cada vez más especializadas de recopilar, el procesar datos, así como la interpretación y valoración de los datos, y el análisis de situaciones de incertidumbre.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje estadístico, emplear variadas representaciones que expresen la organización de datos, usar procedimientos con medidas de tendencia central, dispersión y posición, así como probabilidad en variadas condiciones; por otro lado, se promueven formas de razonamiento basados en la estadística y la probabilidad para la toma de decisiones.

### CAPACIDADES DE LA COMPETENCIA



Investigaciones en el campo de la estadística, como Holmes (1980), destacan que la estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos, pues precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que aparecen con frecuencia en medios informativos. Para Watson (2002), el pensamiento estadístico es el proceso que debería tener lugar cuando la metodología estadística se encuentra con un problema real.

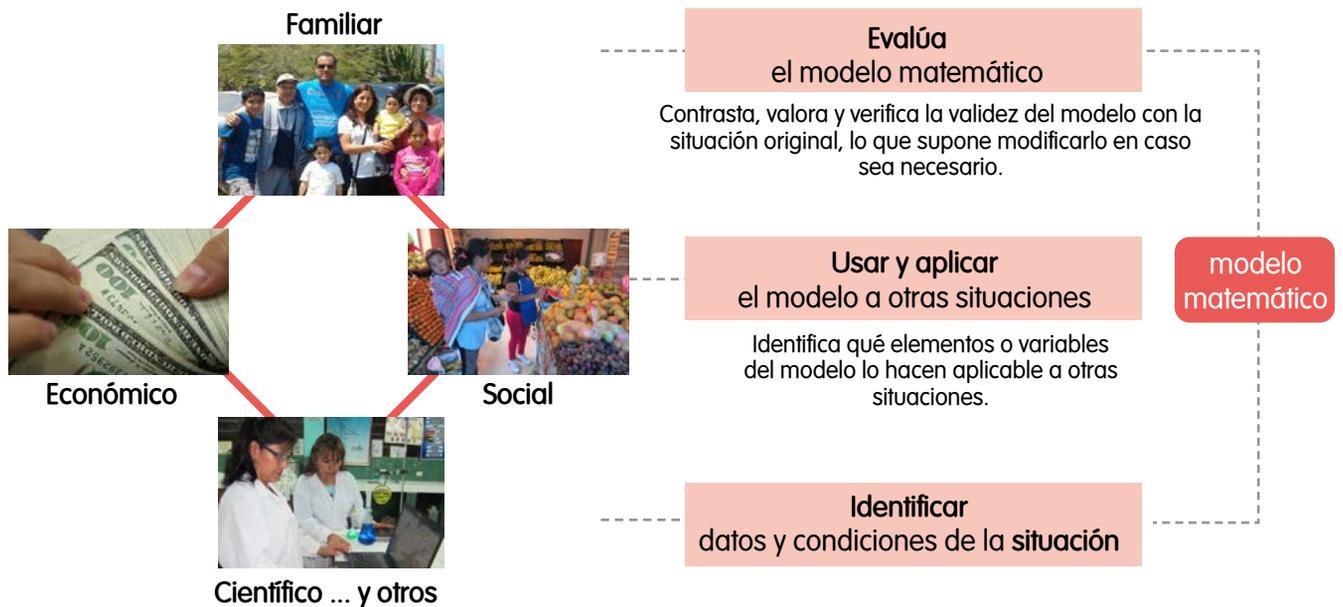
El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en “estadísticos aficionados”, puesto que la aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, ya que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura estadística, “que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales” (Gal citado por Batanero y otros 2013).

- Desarrollar una comprensión de los conceptos básicos de probabilidad y estadística, sus alcances y limitaciones, la confianza y la experiencia, escribir y hablar de ellos. Interpretar información estadística presentada en una variedad de formas y para comunicar su interpretación por informe escrito u oral.
- Apreciar que los datos son adecuados para el análisis estadístico, se aplican técnicas pertinentes y ser capaz de hacer deducciones e inferencias sobre la base de ellos.
- Desarrollar la confianza y la capacidad para llevar a cabo una investigación práctica. Ser conscientes de la importancia de la información estadística en la sociedad.
- Adquirir una base de conocimientos, habilidades y comprensión adecuada a las aplicaciones de la probabilidad y la estadística todos los días.

## 2.2 Capacidades matemáticas

### Capacidad 1 **Matematiza situaciones**

Es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo a la situación que le dio origen.



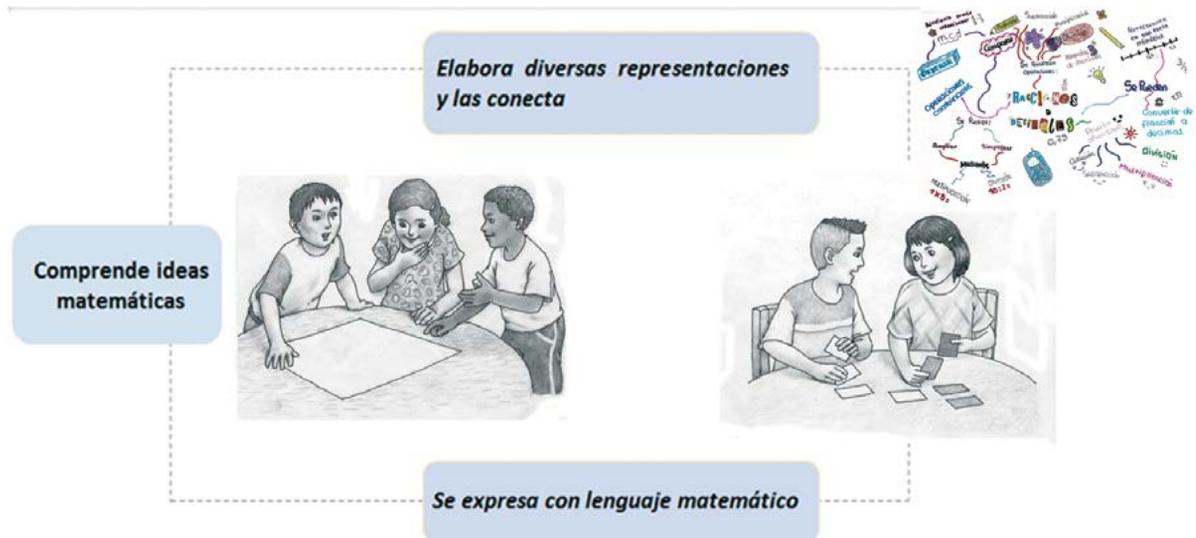
Por ello, esta capacidad implica:

- Reconocer características, datos, condiciones y variables de la situación que permitan construir un sistema de características matemáticas conocido como un modelo matemático, de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad.
- Usar el modelo obtenido estableciendo conexiones con nuevas situaciones en las que puede ser aplicable; ello permite reconocer el significado y la funcionalidad del modelo en situaciones similares a las estudiadas.
- Contrastar, valorar y verificar la validez del modelo desarrollado o seleccionado, en relación a una nueva situación o al problema original, reconociendo sus alcances y limitaciones.

La matematización destaca la relación entre las situaciones reales y la matemática, resaltando la relevancia del modelo matemático<sup>1</sup>, el cual se define como un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno. Este sistema está formado por elementos que se relacionan y de operaciones que describen cómo interactúan dichos elementos; haciendo más fácil la manipulación o tratamiento de la situación (Lesh y Doerr 2003).

## Capacidad 2 Comunica y representa ideas matemáticas

Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra.



La comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta (Niss 2002). Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se

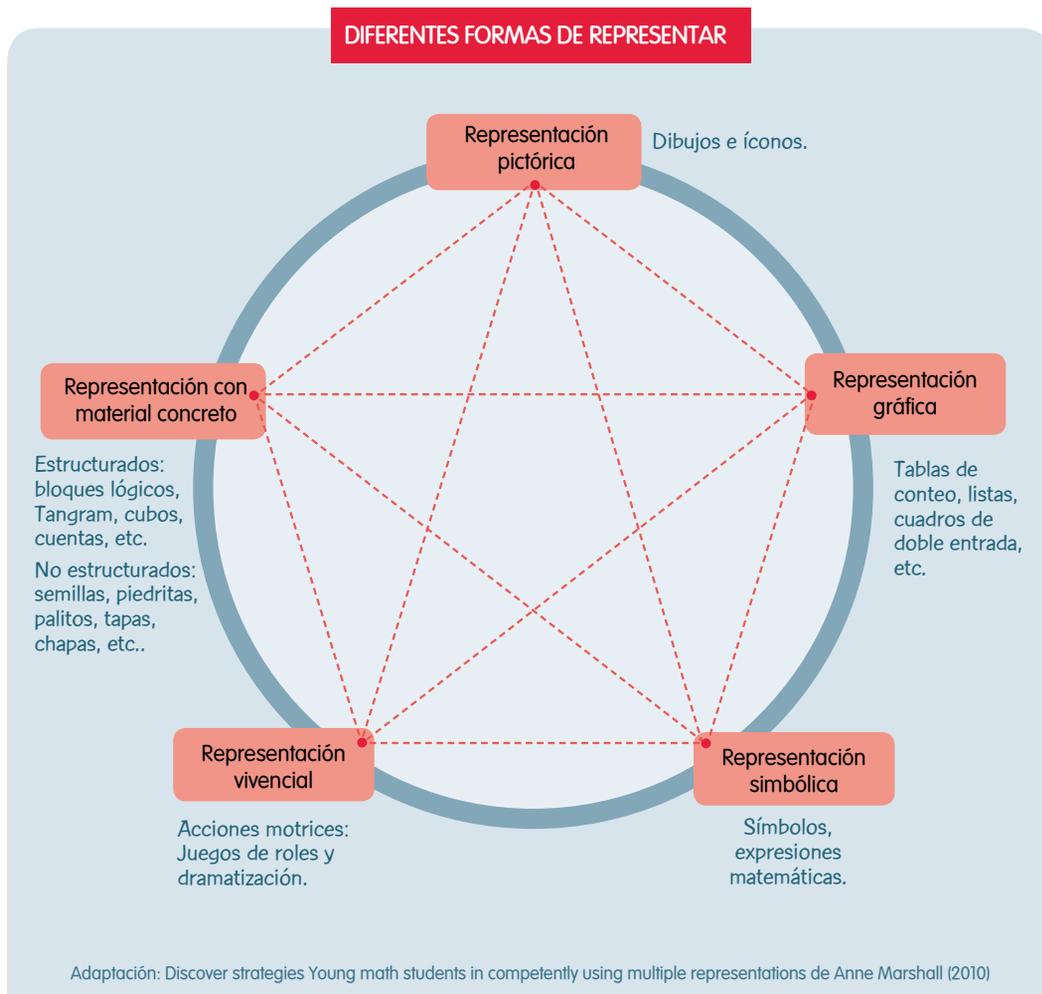
es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.

Para la construcción del significado de los conocimientos matemáticos es recomendable que los estudiantes realicen y transiten en diversas representaciones, partiendo de aquellas que son vivenciales hasta llegar a las gráficas o simbólicas.

Por ejemplo, un estudiante puede representar en un diagrama sagital, en una tabla de doble entrada o en el plano cartesiano, la relación de la cantidad de objetos vendidos con el dinero recaudado, reconociendo que todas estas representaciones muestran la misma relación.

1. Es importante reconocer que no todos los sistemas matemáticos funcionan como modelo. Para que sea un modelo, el sistema debe imitar otro sistema, considerando las ideas de Lesh y Doerr 2003.

## DIFERENTES FORMAS DE REPRESENTAR

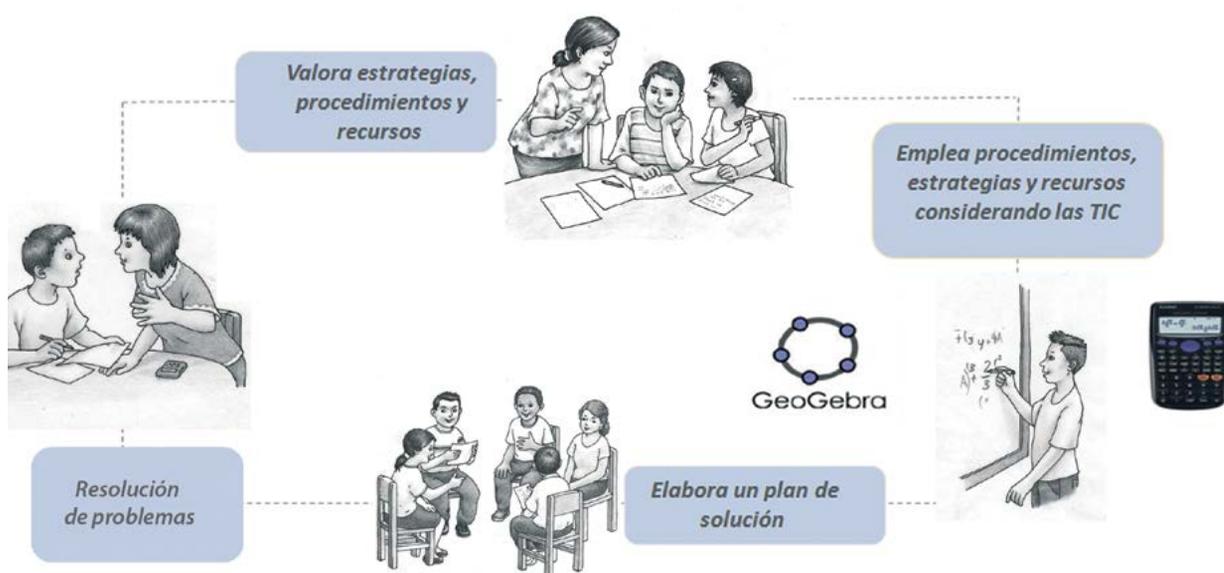


El manejo y uso de las expresiones y símbolos matemáticos que constituyen el lenguaje matemático se van adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones y relaciones, los va expresando de forma coloquial al principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemáticas, las que responden a una convención.



### Capacidad 3 **Elabora y usa estrategias**

Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de llegar a la meta. Asimismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima.



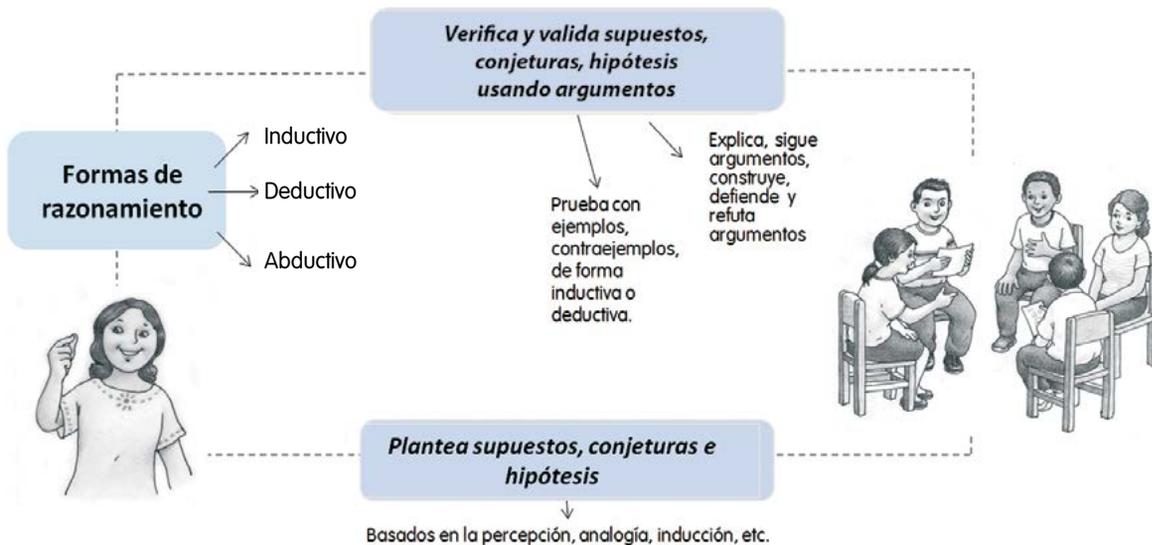
Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales, que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución de procedimientos matemáticos, estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado.

Por ello, esta capacidad implica:

- Elaborar y diseñar un plan de solución.
- Seleccionar y aplicar procedimientos y estrategias de diverso tipo (heurísticas, de cálculo mental o escrito).
- Valorar las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados; es decir, reflexionar sobre su pertinencia y si le es útil.

## Capacidad 4 Razona y argumenta generando ideas matemáticas

Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos. Esto implica partir de la exploración de situaciones vinculadas a la matemática para establecer relaciones entre ideas, establecer conclusiones a partir de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas conexiones e ideas matemáticas.



Por ello, esta capacidad implica que el estudiante:

- Explique sus argumentos al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.
- Observe los fenómenos y establezca diferentes relaciones matemáticas.
- Elabore conclusiones a partir de sus experiencias.
- Defienda sus argumentos y refute otros en base a sus conclusiones.



## 2.3 ¿Cómo se desarrollan las competencias en el VII ciclo?

### 2.3.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Desarrollar esta competencia en el VII ciclo implica que los estudiantes se desenvuelvan desarrollando y practicando la matemática mediante acciones compartidas con pares, en la resolución de problemas; tomando como referencia variadas fuentes de información, como por ejemplo, periodísticos, revistas científicas, registro de datos; todas ellas relacionadas a modelos financieros, de reparto proporcional, uso de la notación científica y uso de unidades de medida.

En este ciclo, cuando se vinculen con números grandes y pequeños, reconocerán que estos se presentan en el campo de las ciencias. Son ejemplos el número de Avogadro ( $6,02 \times 10^{23}$ ) en química, o los números pequeños que miden el tamaño de los virus. Asimismo, es una característica que los estudiantes vinculen las unidades de medida con representaciones de los números reales en la recta numérica y viceversa. En ese sentido también será un espacio para mostrar formas de razonamiento de las propiedades que se cumplen en algunos sistemas numéricos, así como relaciones entre medidas basadas en una razón, entre otros.



Por otro lado, conforme se enfrenten a situaciones de investigación diversas, los estudiantes serán conscientes de desarrollar un plan coherente de trabajo de varias etapas que involucra organizar el tiempo, recursos, estrategias y momentos para realizar trabajos de investigación con cantidades y magnitudes. Es así que serán capaces de decidir si un problema requiere una estimación o una respuesta exacta, y saber elegir una estrategia heurística, de cálculo, y ser efectivos con cada uno de ellos.

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de enseñanza aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos de que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar su desempeño integral. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (Mapa de progreso)		
VI CICLO	VII CICLO	DESTACADO
<p>Discrimina información e identifica relaciones no explícitas en situaciones referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra y aumentos o descuentos sucesivos, y las expresa mediante modelos referidos a operaciones, múltiplos o divisores, aumentos y porcentajes. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas, su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con números enteros y racionales, y variaciones porcentuales; medir la masa de objetos en toneladas y la duración de eventos en décadas y siglos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática usando tablas y símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas empleando estrategias heurísticas y procedimientos para calcular y estimar porcentajes, números enteros, racionales y notación exponencial; estimar y medir la masa, el tiempo y la temperatura con unidades convencionales; con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones numéricas o propiedades de operaciones observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.</p>	<p>Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre magnitudes, números grandes y pequeños, y los expresa en modelos referidos a operaciones con números racionales e irracionales, notación científica, tasas de interés simple y compuesto. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre las propiedades de los números irracionales, notación científica, tasa de interés. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática, usando símbolos y tablas. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para calcular y estimar tasas de interés, operar con números expresados en notación científica, determinar la diferencia entre una medición exacta o aproximada, con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones referidas a conceptos y propiedades de los números racionales, las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten el uso de sus conocimientos matemáticos.</p>	<p>Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones o restricciones de situaciones referidas a determinar cantidades expresadas mediante logaritmos; y las expresa mediante operaciones en diferentes sistemas numéricos y una combinación de modelos financieros. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: propiedades de los números y las operaciones en los sistemas numéricos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos, estrategias heurísticas y las propiedades de los números y operaciones en los diferentes sistemas numéricos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.</p>

1. Convenciones matemáticas: p.ej: convenir que el cero es múltiplo de todos los números.

MATRIZ: ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD.

2.° sec.	3.° sec.	4.° sec.	5.° sec.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Relaciona datos en situaciones de medidas y plantea modelos referidos a potenciación de base 10 con exponente positivo y negativo.</li> <li>Reconoce la pertinencia de modelos referidos a la potenciación en determinados problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza, a partir de fuentes de información, magnitudes grandes y pequeñas al plantear modelos con notación exponencial, múltiplos y submúltiplos del S.I.</li> <li>Reconoce la pertinencia de modelos en determinadas situaciones que expresan relaciones entre magnitudes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Selecciona información de fuentes, para organizar datos que expresan magnitudes grandes o pequeñas, al plantear un modelo referido a la notación exponencial y científica.</li> <li>Contrasta modelos al vincularlos a situaciones que expresan relaciones entre magnitudes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Relaciona datos a partir de condiciones con magnitudes grandes o pequeñas, al plantear un modelo referido a la notación exponencial y científica.</li> <li>Examina propuestas de modelos para reconocer sus restricciones al vincularlos a situaciones que expresen cantidades grandes y pequeñas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones no explícitas en problemas aditivos de comparación e igualdad con decimales, fracciones y porcentajes, y los expresa en un modelo.</li> <li>Usa modelos aditivos que expresan soluciones con decimales, fracciones y porcentajes al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica dos o más relaciones entre magnitudes, en fuentes de información, y plantea un modelo de proporcionalidad compuesta.</li> <li>Diferencia y usa modelos basados en la proporcionalidad compuesta al resolver y plantear problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos a partir de vincular información, en situaciones de mezcla, aleación, desplazamiento de móviles, y plantea un modelo de proporcionalidad.</li> <li>Interpola y extrapola datos haciendo uso de un modelo relacionado a la proporcionalidad al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos, a partir de vincular información y reconoce relaciones, en situaciones de mezcla, aleación, desplazamiento de móviles, al plantear un modelo de proporcionalidad.</li> <li>Extrapolando datos, para hacer predicciones, haciendo uso de un modelo relacionado a la proporcionalidad al plantear y resolver problemas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones no explícitas en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo basado en proporcionalidad directa e indirecta.</li> <li>Diferencia y usa modelos basados en la proporcionalidad directa e indirecta al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Selecciona información de fuentes, para obtener datos relevantes y los expresa en modelos referidos a tasas de interés simple.</li> <li>Compara y contrasta modelos de tasas de interés simple al vincularlos a situaciones de decisión financiera.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos a partir de vincular información y los expresa en modelos referidos a tasas de interés simple y compuesto.</li> <li>Examina propuestas de modelos de interés simple y compuesto que involucran extrapolar datos para hacer predicciones de ganancia.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos a partir de vincular información y los expresa en modelos referidos a tasas de interés y compara porcentajes.</li> <li>Examina propuestas de modelos de interés y comparación de porcentaje que involucran hacer predicciones.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Relaciona cantidades y magnitudes en situaciones, y los expresa en un modelo de aumentos y descuentos porcentuales sucesivos.</li> <li>Reconoce la restricción de un modelo de aumentos y descuentos porcentuales sucesivos de acuerdo a condiciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver el problema.</li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver la situación.</li> </ul>			

## COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS

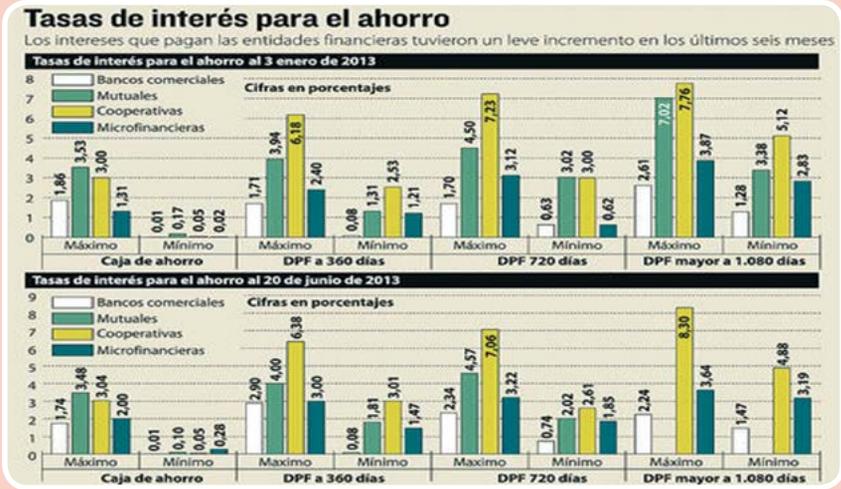
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa un número decimal o fraccionario, en una potencia con exponente entero.</li> <li>• Describe las operaciones de multiplicación y división con potencias de bases iguales, y de exponentes iguales.</li> <li>• Expresa la operación inversa de la potenciación empleando radicales exactos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa rangos numéricos a través de intervalos.</li> <li>• Expresa intervalos en su representación geométrica, simbólica y conjuntista.</li> <li>• Expresa un decimal como notación exponencial, y asociada a múltiplos y submúltiplos.</li> <li>• Expresa el valor absoluto como medida de la distancia de un punto al origen de la recta numérica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa un decimal como notación exponencial y científica.</li> <li>• Lee, escribe y compara números racionales en notación científica utilizando potencias de 10 con exponentes enteros (positivos y negativos).</li> <li>• Expresa la escritura de una cantidad o magnitud grande o pequeña haciendo uso de la notación exponencial y científica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa comparaciones de datos provenientes de medidas, la duración de eventos y de magnitudes derivadas y sus equivalencias usando notaciones y convenciones.</li> <li>• Expresa la escritura de una cantidad o magnitud grande o pequeña haciendo uso de la notación exponencial y científica.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa que siempre es posible encontrar un número decimal o fracción entre otros dos.</li> <li>• Expresa la equivalencia de números racionales (fracciones, decimales, potencia de base 10 y porcentaje) con soporte concreto, gráfico y otros.</li> <li>• Describe que una cantidad es directamente proporcional a la otra.</li> <li>• Organiza datos en tablas para expresar relaciones de proporcionalidad directa e inversa entre magnitudes.</li> <li>• Expresa la duración de eventos, medidas de longitud, peso y temperatura considerando múltiplos y submúltiplos, °C, °F, K</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa relaciones entre magnitudes proporcionales compuestas empleando ejemplos.</li> <li>• Emplea esquemas tabulares para organizar y reconocer dos o más relaciones directa e inversamente proporcionales entre magnitudes.</li> <li>• Expresa de forma gráfica y simbólica números racionales considerando los intervalos.</li> <li>• Emplea la recta numérica y el valor absoluto para explicar la distancia entre dos números racionales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa de forma gráfica y simbólica los números racionales considerando también los intervalos e irracionales.</li> <li>• Expresa en qué situaciones se emplea la proporcionalidad.</li> <li>• Emplea esquemas para organizar y reconocer relaciones directa o inversamente proporcionales entre magnitudes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa de forma gráfica y simbólica los números racionales considerando también los intervalos e irracionales.</li> <li>• Elabora un organizador de información relacionado al significado de la proporcionalidad numérica, porcentaje y proporcionalidad geométrica.</li> <li>• Emplea esquemas para organizar datos relacionados a la proporcionalidad.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora un organizador de información relacionado a la clasificación de las fracciones y decimales, sus operaciones, porcentaje y variaciones porcentuales.</li> <li>• Representa aumentos o descuentos porcentuales sucesivos empleando diagramas, gráficos entre otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora un organizador relacionado a la fracción, el decimal y el porcentaje.</li> <li>• Emplea expresiones como capital, monto, interés, y tiempo en modelos de interés simple.</li> <li>• Describe la variación porcentual en intervalos de tiempo haciendo uso de representaciones y recursos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa el cambio porcentual constante en un intervalo de tiempo identificándolo como interés compuesto.</li> <li>• Emplea expresiones como capital, interés, monto y tiempo en modelos de interés compuesto.</li> <li>• Describe numéricamente, gráficamente y simbólicamente la variación porcentual en intervalos de tiempo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea expresiones como capital, interés, monto y tiempo en modelos de interés compuesto.</li> <li>• Describe numéricamente, gráficamente y simbólicamente la variación porcentual en intervalos de tiempo.</li> </ul>

2.° sec.	3.° sec.	4.° sec.	5.° sec.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas con números racionales y base 10 con exponente positivo y negativo.</li> <li>• Emplea procedimientos basados en teoría de exponentes (potencias de bases iguales, y de exponentes iguales) con exponentes enteros al resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.</li> <li>• Realiza operaciones con intervalos al resolver problemas</li> <li>• Realiza cálculos de multiplicación y división considerando la notación exponencial y científica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza operaciones con intervalos al resolver problemas</li> <li>• Realiza conversiones de medidas considerando la notación exponencial y científica al resolver problemas.</li> <li>• Realiza cálculos de suma, resta, multiplicación y división, con notación exponencial y científica al resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados con la notación exponencial y científica.</li> <li>• Realiza operaciones considerando la notación exponencial y científica al resolver problemas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos para resolver problemas relacionados a fracciones mixtas, heterogéneas y decimales.</li> <li>• Emplea procedimientos de simplificación de fracciones al resolver problemas.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas para resolver problemas que combinen 4 operaciones con decimales, fracciones y porcentajes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea convenientemente el método de reducción a la unidad y la regla de tres simple, en problemas relacionados con proporcionalidad compuesta.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas de proporcionalidad directa e inversa reconociendo cuando son valores exactos y aproximados.</li> <li>• Realiza operaciones con números racionales al resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza operaciones con números racionales e irracionales algebraicos al resolver problemas.</li> <li>• Emplea convenientemente el método de reducción a la unidad y la regla de tres simple en problemas relacionados a mezclas, aleación, reparto proporcional y magnitudes derivadas del S.I.</li> <li>• Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas de proporcionalidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados a la proporcionalidad reconociendo cuando son valores exactos y aproximados.</li> <li>• Realiza operaciones con números racionales e irracionales al resolver problemas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea convenientemente el método de reducción a la unidad y la regla de tres simple, en problemas de proporcionalidad.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados a la proporcionalidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Halla el valor de interés, capital, tasa y tiempo (en años y meses) al resolver problemas.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráfico y otros para resolver problemas relacionados al interés simple.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, para resolver problemas relacionados a tasas de interés simple y compuesto.</li> <li>• Emplea procedimientos de cálculo con porcentajes al resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, para resolver problemas relacionados a tasas de interés simple y compuesto.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, para resolver problemas relacionado al aumento o descuento porcentual sucesivos.</li> <li>• Halla el valor de aumentos o descuentos porcentuales sucesivos al resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan al resolver el problema.</li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema.</li> </ul>			

## RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS

<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas a partir de casos, referidas a la relación entre la potenciación y radicación.</li> <li>Propone conjeturas para reconocer la teoría de exponentes con números fraccionarios.</li> <li>Comprueba a partir de ejemplos las operaciones con potencia de base entera, racional y exponente entero.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas a partir de casos, para reconocer el valor absoluto con números racionales.</li> <li>Justifica las relaciones entre expresiones simbólicas, gráficas y numéricas de los intervalos.</li> <li>Justifica a través de intervalos que es posible la unión, intersección y la diferencia de los mismos.</li> <li>Justifica la densidad entre los números racionales en la recta numérica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea conjeturas basadas en la experimentación, para reconocer números irracionales en la recta numérica.</li> <li>Emplea ejemplos y contraejemplos para reconocer las propiedades de las operaciones y relaciones de orden en <math>\mathbb{Q}</math>.</li> <li>Justifica las operaciones como la unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica y el complemento con intervalos.</li> <li>Generaliza que todo número irracional son decimales infinitos no periódicos.</li> <li>Justifica la condición de densidad y completitud de la recta real.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Explica con proyecciones geométricas la condición de densidad y completitud en los números reales.</li> <li>Justifica las propiedades algebraicas de los <math>\mathbb{R}</math> a partir de reconocerlas en <math>\mathbb{Q}</math>.</li> <li>Emplea ejemplos y contraejemplos para reconocer las propiedades de las operaciones y relaciones de orden en <math>\mathbb{Q}</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas referidas a la noción de densidad, propiedades y relaciones de orden en <math>\mathbb{Q}</math>.</li> <li>Justifica que dos números racionales son simétricos cuando tienen el mismo valor absoluto.</li> <li>Justifica cuando un número racional en su expresión fraccionaria es mayor que otro.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas respecto a que todo número racional es un decimal periódico infinito.</li> <li>Justifica la existencia de números irracionales algebraicos en la recta numérica.</li> <li>Justifica cuando una relación es directa o inversamente proporcional.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica la diferencia entre las relaciones de proporcionalidad directa, inversa y compuesta.</li> <li>Justifica procedimientos de aproximación a los irracionales, empleando números racionales.</li> <li>Plantea conjeturas respecto a relacionar cualquier número con una expresión decimal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Argumenta que dado: tres números racionales fraccionarios <math>q, p, r</math> (<math>q &lt; p</math> y <math>r &gt; 0</math>) se cumple <math>qr &lt; pr</math>; tres números racionales fraccionarios <math>q, p, r</math> (<math>q &lt; p</math> y <math>r &lt; 0</math>) se cumple <math>qr &gt; pr</math>; cuatro números reales <math>a, b, c, d</math> (<math>a &lt; b</math> y <math>c &lt; d</math>) se cumple que <math>a+c &lt; b+d</math>; dos números reales positivos <math>a</math> y <math>b</math> (<math>a &lt; b</math>) se cumple que <math>1/a &gt; 1/b</math>. Plantea conjeturas respecto a la propiedad fundamental de las proporciones a partir de ejemplos.</li> <li>Justifica las propiedades de las proporciones.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica los procedimientos empleados para obtener un aumento o descuento porcentual sucesivo.</li> <li>Explica el significado del IGV y cómo se calcula.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea conjeturas respecto al cambio porcentual constante en un intervalo de tiempo empleando procedimientos recursivos.</li> <li>Explica el significado del impuesto a las transacciones financieras (ITF) y como se calcula.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica procedimientos y diferencias entre el interés simple y compuesto.</li> <li>Explica el significado del porcentaje del impuesto a la renta, entre otros y como se calcula.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica la variación porcentual constante en un intervalo de tiempo empleando procedimientos recursivos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica diferencias y errores en una argumentación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten el uso de sus conocimientos matemáticos.</li> </ul>		

## 2.3.2 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Capacidad	Descripción
<p>Capacidad Matemática situaciones:</p> <p>Selecciona información de fuentes, para obtener datos relevantes y los expresa en modelos referidos a tasas de interés simple.</p>	<p>Seleccionar información implica separar, distinguir, diferenciar por características o condiciones bajo un objetivo propuesto. En la situación mostrada, el estudiante tiene información de entidades financieras, periodo de tiempo, de la tasa de interés e información al mes de enero y junio del 2013.</p> <p>Javier tiene un monto de S/. 2000 y quiere ahorrar a plazo fijo anual de tal forma que sea un capital para sus estudios universitarios dentro de 10 años. Sabiendo que el interés ganado lo deposita en otra cuenta, y ha proyectado ganar un interés S/. 1500, ¿cómo podría saber cuánto de interés tiene acumulado en el año "n" y cuál sería la característica de la entidad bancaria?</p>  <p style="text-align: center;">Adaptación, <a href="http://finanzasybanca.blogspot.com/2013_06_01_archive.html">http://finanzasybanca.blogspot.com/2013_06_01_archive.html</a></p>
<p>Capacidad Comunica y representa ideas matemáticas</p> <p>Expresa un decimal como notación exponencial y científica.</p>	<p>Un número en expresión decimal tiene un valor respecto al punto decimal (hay una diferencia entre 1,25 km, 12,5 km o 125,0 km recorridos). La notación científica y exponencial se utiliza para expresar un valor de acuerdo al contexto en que se presente.</p> <p style="text-align: center;"> <math>5 \times 10^{-8}</math>  <math>0.5 \times 10^{-7}</math>  <math>0.05 \times 10^{-6}</math>  <math>0.005 \times 10^{-5}</math>  <math>0.0005 \times 10^{-4}</math> etc.         </p> <p>Por ello el estudiante en este ciclo deberá manipular de forma flexible estas notaciones.</p>

Capacidad  
Elabora y usa  
estrategias

Emplea  
estrategias  
heurísticas al  
resolver  
problemas de  
proporcionali-  
dad directa,  
reconociendo  
cuando son  
valores exactos  
y aproximados.

Con este indicador se busca que el estudiante emplee estrategias al resolver problemas que requieren comprensión de la situación.

Doña Petra prepara naranjada, todos los días, para llevar al mercado. Ella sabe que 4 kilos de naranjas le sirven para 2,5 litros de naranjada. Un kilo suele tener de 4 a 5 naranjas, dependiendo del tamaño. Este fin de semana, que habrá mucho público por la fiesta de San Juan, ella quiere llevar 40 litros de naranjada. ¿Cuántos kilos de naranja deberá comprar?

Kilos de naranja	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
Litros de naranja	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25	27,5

Kilos de naranja	4	8	12	...	64
Litros de naranja	2,5	5	7,5	...	40

$4 \times 16$   
 $2,5 \times 16$

La situación mostrada se reconoce como estrategia para particularizar el problema; es decir se ha buscado respuestas a partir de interrogantes puntuales que llevan a la solución del problema.

Capacidad

Razona y  
argumenta  
generando  
ideas  
matemáticas

Justifica  
procedimientos  
de aproximación  
a los números  
irracionales,  
empleando  
números  
racionales.

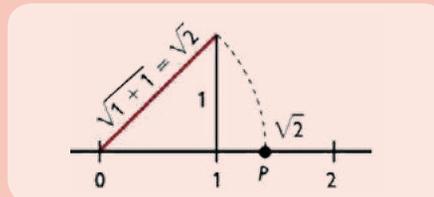
Se sugiere presentar actividades a partir de experiencias de tal forma que el estudiante exprese ideas intuitivas para luego comprender la existencia del número irracional.

Comprueba que el ancho y largo de todas las hojas A4 cumplen esta relación

$$\frac{\text{Largo}}{\text{Ancho}} = \sqrt{2}$$

Ahora, ¿cómo podemos representar  $\sqrt{2}$  en la recta numérica, sin necesidad de hacer uso de aproximaciones y uso de la calculadora?

Utilizando la relación pitagórica entre los lados de un triángulo rectángulo, dibujamos uno cuyos catetos midan 1u y obtenemos que la hipotenusa mida exactamente  $\sqrt{2}u$ .



Habiendo reconocido el procedimiento para obtener el  $\sqrt{2}$  en la recta numérica, es posible hallar otros números como el  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{7}$ ,  $\sqrt{11}$ .

Desarrollar tareas de estas características orienta al estudiante a transitar de una representación a otra y comprender el significado.

### 2.3.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

Desarrollar esta competencia en el VII ciclo implica que los estudiantes exploren su entorno y reconozcan en ellas situaciones de variación, en la resolución de problemas de diversos contextos. Esto involucra tomar como referencia variadas fuentes de información, como por ejemplo, de informativos periodísticos, revistas científicas, registro de datos y reconocer en ellas relaciones de regularidad y de cambio.

En este ciclo, cuando manipulen los símbolos en las expresiones de ecuaciones e inecuaciones, alcanzarán una fluidez en hallar formas equivalentes de las mismas expresiones o funciones. Asimismo, se les facilita experiencias para elaborar y utilizar representaciones tabulares, simbólicas, gráficas y verbales lo que ayudará a los estudiantes a aprender las características de determinadas funciones, por los que se podrá diferenciar y comparar.

Los estudiantes de este ciclo, al enfrentarse a situaciones significativas vinculadas a variantes de funciones, propiciarán el reconocimiento de las propiedades de diferentes tipos de funciones. Por ejemplo, deberían aprender que la función  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  es cuadrática, que su gráfica es una parábola y que esta es "abierta hacia arriba" porque el coeficiente de  $x^2$  es positivo. Deberían también llegar a saber que algunas ecuaciones cuadráticas carecen de raíces reales, y que esta característica corresponde al hecho de que sus gráficas no corta el eje de abscisas.

Cada vez más, se reconocen noticiosos acerca del cambio. Los estudiantes deberán evaluar dichas informaciones, por ejemplo, "Bancos incrementan la TEA". Este tipo de estudio en este ciclo pretende dotar a los estudiantes de una comprensión profunda de las formas en las que pueden representarse matemáticamente los cambios en las cantidades basadas en una razón.

Por otro lado, los estudiantes serán conscientes de que al momento de resolver un problema, desarrollarán un plan coherente de trabajo, de varias etapas, que involucra organizar el tiempo, recursos y momentos para realizar tareas de investigación sobre razones de cambio, regularidades en diversos contextos o explorar condiciones de igualdad y desigualdad, y en ella movilizar estrategias heurísticas y procedimientos algebraicos.

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de enseñanza aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos de que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar su desempeño integral. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (Mapa de progreso)		
VI CICLO	VII CICLO	DESTACADO
<p>Discrimina información e identifica variables y relaciones no explícitas en situaciones diversas referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a patrones geométricos<sup>1</sup>, progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y relaciones de proporcionalidad inversa. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Usa terminologías, reglas y convenciones al expresar su comprensión sobre propiedades y relaciones matemáticas referidas a: progresiones aritméticas, ecuaciones lineales, desigualdades, relaciones de proporcionalidad inversa, función lineal y afin. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática con tablas, gráficos, símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para determinar la regla general de una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas empleando propiedades de las operaciones; con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre expresiones algebraicas, magnitudes, o regularidades observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.</p>	<p>Relaciona datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a diversas situaciones de regularidades, equivalencias y relaciones de variación; y las expresa en modelos de: sucesiones<sup>2</sup> con números racionales e irracionales, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones lineales, inecuaciones lineales con una incógnita, funciones cuadráticas o trigonométricas<sup>3</sup>. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: sucesiones, ecuaciones, funciones cuadráticas o trigonométricas, inecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando símbolos, tablas y gráficos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para generalizar la regla de formación de progresiones aritméticas y geométricas, hallar la suma de sus términos, simplificar expresiones usando identidades algebraicas y establecer equivalencias entre magnitudes derivadas; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación del plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones y relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades de los sistemas de ecuaciones y funciones trabajadas.</p>	<p>Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a sumatorias notables, sucesiones convergentes o divergentes, idea de límite, funciones exponenciales, logarítmicas y periódicas, y ecuaciones exponenciales. Formula modelos similares a los trabajados y evalúa la pertinencia de la modificación realizada a un modelo, reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas, relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: los sistemas de inecuaciones lineales, ecuaciones exponenciales y funciones definidas en tramos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, empleando un amplio repertorio de recursos, estrategias heurísticas o procedimientos de: interpolar, extrapolar o calcular el valor máximo o mínimo de sucesiones y sumatorias notables, plantear sistemas de inecuaciones lineales y exponenciales y definir funciones por tramos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones elaborando relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; las justifica con demostraciones y produce argumentos matemáticos para convencer a otros.</p>

1. Que se generen al aplicar reflexiones o giros.
2. Considerar progresión aritmética y geométrica.
3. Función seno y coseno.

## MATRIZ: ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.

2.° sec.	3.° sec.	4.° sec.	5.° sec.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica relaciones no explícitas entre términos y valores posicionales, y expresa la regla de formación de una progresión aritmética.</li> <li>Usa la regla de formación de una progresión aritmética al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos que exprese términos, posiciones y relaciones que permita expresar la regla de formación de una progresión geométrica.</li> <li>Contrasta reglas de formación de una progresión geométrica con situaciones afines.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina relaciones no explícitas en fuentes de información sobre regularidades, y expresa la regla de formación de sucesiones crecientes, decrecientes y de una progresión geométrica.</li> <li>Contrasta reglas de formación de una sucesión creciente, decreciente y de una progresión geométrica, de acuerdo a situaciones afines.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina relaciones no explícitas en fuentes de información y expresa su regla de formación de una sucesión convergente y divergente.</li> <li>Examina propuestas relacionadas a la regla de formación de una sucesión convergente y divergente para hacer predicciones de comportamientos o extrapolar datos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica relaciones no explícitas en condiciones de igualdad al expresar modelos relacionados a ecuaciones lineales<sup>4</sup> con una incógnita.</li> <li>Selecciona y usa modelos referidos a ecuaciones lineales al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos y expresiones a partir de uno a más condiciones de igualdad, al expresar un modelo referido a sistemas de ecuaciones lineales<sup>5</sup>.</li> <li>Selecciona y usa modelos referido a sistemas de ecuaciones lineales, al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos a partir de fuentes de información, en situaciones de equivalencias al expresar modelos referidos a sistemas de ecuaciones lineales.</li> <li>Reconoce la pertinencia de modelos referidos a sistemas de ecuaciones lineales en determinados problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina relaciones no explícitas en situaciones de equivalencias, al expresar modelos referidos a sistemas de ecuaciones lineales.</li> <li>Examina propuestas de modelos referidos a sistemas de ecuaciones lineales para resolver un problema.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Codifica condiciones de desigualdad considerando expresiones algebraicas al expresar modelos relacionados a inecuaciones lineales<sup>6</sup> con una incógnita.</li> <li>Asocia modelos referidos a inecuaciones lineales con situaciones afines.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica relaciones no explícitas que se presentan en condiciones de desigualdad, y expresa modelos relacionados a inecuaciones lineales<sup>7</sup> con una incógnita.</li> <li>Usa modelos referidos a inecuaciones lineales al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Examina modelos referidos a inecuaciones lineales que expresen situaciones de restricción.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones no explícitas entre datos de dos magnitudes en situaciones de variación, y expresa modelos referidos a proporcionalidad inversa, funciones lineales y lineales afines<sup>8</sup>.</li> <li>Usa modelos de variación referidos a la función lineal y lineal afín, al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Selecciona información de fuentes, para organizar datos de situaciones de equivalencias, y expresa un modelo referido a ecuaciones cuadráticas de una incógnita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina relaciones no explícitas en situaciones de equivalencia al expresar un modelo referido a ecuaciones cuadráticas.</li> <li>Examina modelos referidos a ecuaciones cuadráticas en problemas afines.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compara y contrasta modelos referidos a ecuaciones cuadráticas en problemas afines.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza a partir de fuentes de información, relaciones de variación entre dos magnitudes al expresar modelos referidos a funciones cuadráticas.</li> <li>Compara y contrasta modelos relacionados a las funciones cuadráticas de acuerdo a situaciones afines.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos en dos variables de información al expresar un modelo referido a funciones cuadráticas.</li> <li>Selecciona un modelo referido a funciones cuadráticas al plantear o resolver un problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos en dos variables de información al expresar un modelo referido a funciones cuadráticas.</li> <li>Selecciona un modelo referido a funciones cuadráticas al plantear o resolver un problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce la pertinencia de un modelo referido a funciones cuadráticas al resolver un problema.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Examina modelos referidos a funciones trigonométricas<sup>9</sup> que expresen una situación de cambio periódico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Vincula datos y expresiones a partir de condiciones de cambios periódicos al expresar un modelo referido funciones trigonométricas.</li> <li>Compara y contrasta modelos relacionados a funciones trigonométricas de acuerdo a situaciones afines.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe el desarrollo de una progresión aritmética empleando el término <math>n</math>-ésimo, índice del término, razón o regla de formación.</li> <li>Emplea tablas y diagramas para reconocer relaciones entre términos y valores posicionales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza conceptos, características y condiciones empleando términos relacionados a la progresión geométrica.</li> <li>Vincula representaciones de tablas y gráficos para expresar relaciones entre términos y valores posicionales de una progresión geométrica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpola términos formados por una progresión geométrica, sucesión creciente y decreciente.</li> <li>Relaciona representaciones tabulares, gráficas y simbólicas de una misma progresión geométrica, sucesión creciente y decreciente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Extrapolando términos formados por una progresión geométrica, sucesión creciente y decreciente.</li> <li>Emplea expresiones algebraicas en una progresión geométrica y relaciona representaciones tabulares y gráficas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe una ecuación lineal reconociendo y relacionando los miembros, términos, incógnitas y su solución.</li> <li>Representa operaciones de polinomios de primer grado con material concreto.</li> <li>Emplea gráficas, tablas que expresan ecuaciones lineales de una incógnita para llegar a conclusiones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea expresiones y conceptos respecto a los diferentes elementos que componen el sistema de ecuaciones lineales en sus diferentes representaciones.</li> <li>Representa gráficamente un sistema de ecuaciones lineales para clasificar e interpretar las soluciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la naturaleza de las soluciones (no tiene solución; una solución; infinitas soluciones) en un sistema de ecuaciones lineales.</li> <li>Relaciona representaciones gráficas, simbólicas y el conjunto solución de un mismo sistema de ecuaciones lineales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea expresiones y conceptos respecto a un sistema de ecuaciones lineales en sus diferentes representaciones.</li> <li>Emplea la representación simbólica de un sistema de ecuaciones lineales para expresar otras representaciones equivalentes.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Representa las soluciones de inequaciones lineales de la forma <math>x &gt; a</math> o <math>x &lt; a</math>, <math>ax &gt; b</math> o <math>ax &lt; b</math>.</li> <li>Emplea la representación gráfica de una inequación lineal para obtener su conjunto solución.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la resolución de una inequación lineal relacionando miembros, términos, incógnitas, y el conjunto solución.</li> <li>Emplea la representación gráfica de una inequación lineal para obtener su conjunto solución.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las transformaciones que pueden realizarse en una inequación lineal.</li> <li>Expresa el conjunto solución de una inequación lineal de forma gráfica y simbólica vinculando la relación entre ellos.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea representaciones tabulares, gráficas, y algebraicas de la proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín.</li> <li>Describe las características de la función lineal y la familia de ella.</li> <li>Describe gráficas y tablas que expresan funciones lineales, lineales afín para llegar a conclusiones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Representa la obtención de polinomios de hasta segundo grado con material concreto.</li> <li>Expresa de forma gráfica el conjunto solución de una ecuación cuadrática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa de forma gráfica y simbólica el conjunto solución de una ecuación cuadrática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa que algunas soluciones de ecuaciones cuadráticas se muestran a través de números irracionales.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las características de la función lineal y la familia de ella.</li> <li>Describe gráficas y tablas que expresan funciones lineales, lineales afín para llegar a conclusiones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora representaciones gráficas de <math>f(x) = x^2</math>, <math>f(x) = ax^2 + c</math>, <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>, <math>\forall a \neq 0</math>.</li> <li>Describe como la variación de los valores de <math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> afecta la gráfica de una función <math>f(x) = ax^2 + c</math>, <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>, <math>\forall a \neq 0</math>.</li> <li>Reconoce las funciones cuadráticas a partir de sus descripciones verbales, sus tablas, sus gráficas o sus representaciones simbólicas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa que la gráfica de una función cuadrática se describe como una parábola.</li> <li>Describe la relación entre los elementos que componen una función cuadrática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce las funciones cuadráticas a partir de sus descripciones verbales, sus tablas, sus gráficas o sus representaciones simbólicas.</li> <li>Describe la dilatación y contracción gráfica de una función cuadrática.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Representa de forma gráfica una función trigonométrica de seno y coseno.</li> <li>Expresa las características principales de la función trigonométrica de seno y coseno.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las características de un fenómeno periódico usando la información provista por la gráfica.</li> <li>Traza la gráfica de una función de la forma <math>f(x) = \pm A \sin(Bx + C) + D</math>, e interpreta <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math> y <math>D</math> en términos de amplitud, frecuencia, periodo, desplazamiento vertical y cambio de fase.</li> </ul>

4. Con coeficientes decimales y enteros.  
5. Con dos incógnitas.

6. Con coeficientes de fracciones y decimales.

7. Con coeficientes racionales.  
8. Coeficientes enteros y decimales.  
9. Seno y coseno.

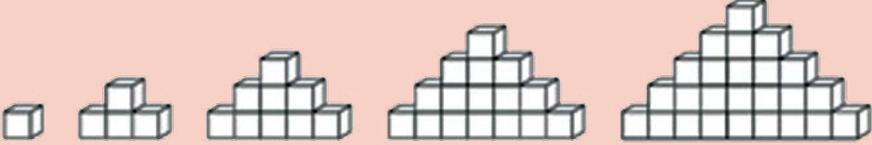
2.° sec.	3.° sec.	4.° sec.	5.° sec.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas.</li> <li>• Halla el <math>n</math>-ésimo término de una progresión aritmética con números naturales.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros al resolver problema de una progresión aritmética.</li> <li>• Calcula la suma de "<math>n</math>" términos de una progresión aritmética.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.</li> <li>• Emplea procedimientos para hallar el <math>n</math>-ésimo término de una progresión geométrica.</li> <li>• Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, para solucionar problemas referidos a progresión geométrica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Halla el valor de un término de una sucesión creciente, decreciente y progresión geométrica, con recursos gráficos y otros.</li> <li>• Calcula la suma de "<math>n</math>" términos de una progresión geométrica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica en la que <math> r  &lt; 1</math>.</li> <li>• Halla el valor de un término de una sucesión convergente, divergente y progresión geométrica.</li> <li>• Adapta y combina estrategias heurísticas para solucionar problemas referidos a progresión geométrica con recursos gráficos y otros.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea operaciones con polinomios y transformaciones de equivalencia<sup>10</sup> al resolver problemas de ecuaciones lineales.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas de ecuaciones lineales expresadas con decimales o enteros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea propiedades e identidades algebraicas para resolver problemas de sistema de ecuaciones lineales.</li> <li>• Ejecuta transformaciones de equivalencias en problemas de sistema de ecuaciones lineales<sup>11</sup>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea un problema que se expresa a partir de unas soluciones o de un sistema de ecuaciones lineales dado.</li> <li>• Aplica los diferentes métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales<sup>12</sup>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos matemáticos y propiedades para resolver problemas de sistema de ecuaciones lineales.</li> <li>• Halla la solución de una problema de sistemas de ecuaciones lineales identificando sus parámetros.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas de inecuaciones lineales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea transformaciones de equivalencias en problemas de inecuaciones <math>ax \pm b &lt; c, ax \pm b &gt; c, ax \pm b \leq c, ax \pm b \geq c, \forall a \neq 0</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea transformaciones de equivalencias en problemas de inecuaciones<sup>13</sup> <math>(ax + b &lt; cx + d \text{ y con expresiones } &gt; \leq \geq), \forall a, c \neq 0</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrolla y aplica la fórmula general de la ecuación cuadrática al resolver problemas.</li> <li>• Aplica los diferentes métodos de resolución de las ecuaciones cuadráticas<sup>15</sup>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín considerando ciertos valores, su regla de la función, o a partir de su representación.</li> <li>• Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos, estrategias, recursos gráficos y otros, para solucionar problemas referidos a ecuaciones cuadráticas.</li> <li>• Emplea operaciones algebraicas para resolver problemas de ecuaciones cuadráticas con una incógnita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve problemas de ecuación cuadrática dado un gráfico, una descripción, o su conjunto solución.</li> <li>• Aplica los diferentes métodos de resolución de las ecuaciones cuadráticas<sup>14</sup>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos y estrategias, recursos gráficos y otros al resolver problemas relacionados a funciones cuadráticas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el eje de simetría, los interceptos, el vértice y orientación de una parábola, en problemas de función cuadrática.</li> <li>• Adapta y combina estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros para resolver un problema de función cuadrática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Halla el dominio y rango de funciones cuadráticas al resolver problemas.</li> <li>• Resuelve problemas de función cuadrática dado un gráfico, una descripción de una relación, o dos pares de entrada-salida (incluye lectura de estos de una tabla).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve problemas considerando una gráfica de función seno y coseno y otros recursos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan al resolver el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos con datos de amplitud, periodo y rango para resolver problemas que involucra construir la gráfica de una función trigonométrica.</li> <li>• Desarrolla y aplica la definición de las funciones seno y coseno para resolver problemas de triángulos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos con datos de amplitud, periodo y rango para resolver problemas que involucra construir la gráfica de una función trigonométrica.</li> <li>• Desarrolla y aplica la definición de las funciones seno y coseno para resolver problemas de triángulos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve problemas considerando una gráfica de función seno y coseno y otros recursos.</li> </ul>

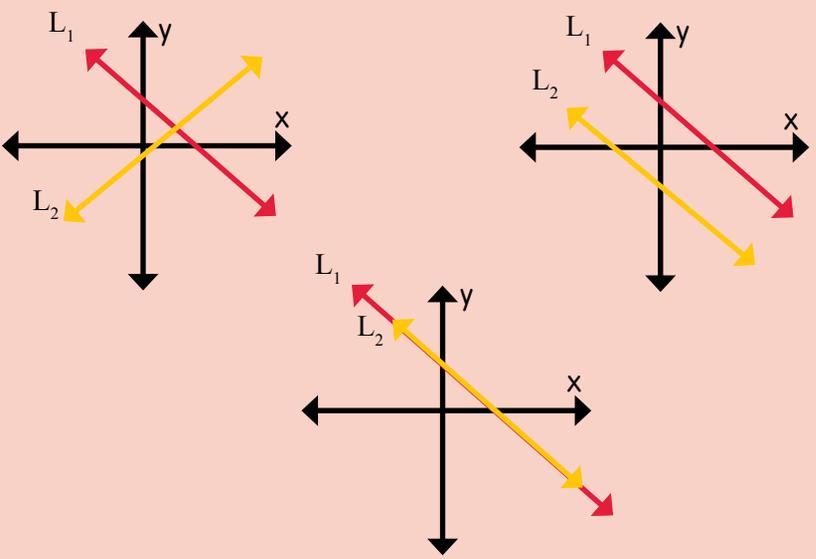
## RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas respecto a la obtención de la suma de términos de una progresión aritmética.</li> <li>• Justifica el vínculo entre una sucesión y una progresión aritmética.</li> <li>• Prueba la progresión aritmética a partir de su regla de formación (expresado de manera verbal o simbólica).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica la generalización de la regla de formación de una progresión geométrica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propone conjeturas basadas en casos particulares para generalizar la suma de una progresión geométrica.</li> <li>• Generaliza características de una sucesión creciente y decreciente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica la razón de cambio encontrada en sucesiones y la utiliza para clasificarlas.</li> <li>• Generaliza características de una sucesión convergente y divergente.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas a partir de reconocer pares ordenados que sean solución de ecuaciones lineales de dos incógnitas.</li> <li>• Prueba las propiedades aditivas y multiplicativas subyacentes en las transformaciones de equivalencia.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prueba que los puntos de intersección de dos líneas en el plano cartesiano satisfacen dos ecuaciones simultáneamente.</li> <li>• Justifica si dos o más sistemas son equivalentes a partir de las soluciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prueba sus conjeturas sobre los posibles conjuntos soluciones de un sistema de ecuaciones lineales.</li> <li>• Justifica conexiones entre la representación gráfica y la representación simbólica de un sistema de ecuaciones lineales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza y explica el razonamiento aplicado para resolver un sistema de ecuaciones lineales.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica la obtención del conjunto solución de una inecuación lineal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica los procedimientos de resolución de una inecuación lineal con una incógnita empleando transformaciones de equivalencia.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evalúa el conjunto de valores que cumplen una condición de desigualdad en una inecuación lineal.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas sobre el comportamiento de la función lineal y lineal afín al variar la pendiente</li> <li>• Prueba que las funciones lineales, afines y la proporcionalidad inversa crecen o decrecen por igualdad de diferencias en intervalos iguales.</li> <li>• Justifica a partir de ejemplos, reconociendo la pendiente y la ordenada al origen, el comportamiento de funciones lineales y lineales afines.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica los procedimientos de resolución de una ecuación cuadrática completa haciendo uso de propiedades</li> <li>• Plantea conjeturas a partir de reconocer el valor que cumplen los componentes y signos de una función cuadrática.</li> <li>• Explica los procesos de reflexión de una función cuadrática respecto al eje X.</li> <li>• Justifica el valor que tiene el intercepto, intervalo de crecimiento o decrecimiento, etc. de una función cuadrática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica la obtención del conjunto solución de ecuaciones cuadráticas con procesos algebraicos.</li> <li>• Plantea conjeturas respecto al valor de "p" al comparar las gráficas de un conjunto de funciones de la forma <math>f(x)=ax^2+p</math>, y a la de <math>f(x)=ax^2</math>, <math>\forall a \neq 0</math>.</li> <li>• Justifica por qué una determinada función en la forma <math>f(x)=ax-p^2+p</math>, <math>\forall a \neq 0</math> es cuadrática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica la naturaleza de las soluciones de una ecuación cuadrática reconociendo el discriminante.</li> <li>• Generaliza utilizando el razonamiento inductivo, una regla para determinar las coordenadas de los vértices de las funciones cuadráticas de la forma <math>f(x)=ax-p^2+q</math>, <math>\forall a \neq 0</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades matemáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica que el valor de cada una de las razones trigonométricas de un ángulo agudo (y la amplitud respectiva) es independiente de la unidad de longitud fija.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica el valor de cada una de las razones trigonométricas de un ángulo agudo (y la amplitud respectiva) es independiente de la unidad de longitud fija.</li> </ul>

10. Eliminación de paréntesis y denominadores, reducción de miembros, transposición de términos.
11. Transposición de términos, multiplicar los dos miembros de una ecuación por un número distinto de cero, sumar o restar a una ecuación otra multiplicada previamente por un número.
12. Sustitución, igualación y reducción, gráfico.
13. Eliminación de paréntesis y denominadores, reducción de miembros, transposición de términos.
14. Factorización (factor común, por agrupación, diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto:  $x^2 + bx + c$ , aspa simple), completando cuadrados, el método de la raíz.
15. Incluyendo además la suma y diferencia de cubos, completando cuadrados, el método de la raíz, la fórmula cuadrática.

## 2.3.4 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

Capacidad	Descripción																
<p><b>Capacidad Matemática</b> Matematiza situaciones</p> <p>Determina relaciones no explícitas en situaciones de equivalencia al expresar un modelo referido a ecuaciones cuadráticas.</p>	<p>Determina condiciones o relaciones no explícitas, implica reconocer datos y las relaciones que hay entre ellos. En esas condiciones, el estudiante deberá generar nuevas relaciones; por ejemplo, el problema mostrado a continuación involucra identificar la relación entre el área de rectángulos y las medidas del largo y ancho de cerco que se quiere hacer.</p> <p>Problema: Don Abel tiene una malla de 100 m de longitud para hacer un cerco. Y quiere hacer un corralón de forma rectangular. No sabe todavía de qué dimensiones hacerlo, pues quiere que sus cuyes tengan el mayor terreno posible. ¿De qué medidas se puede construir el corral rectangular usando los 100 m de malla?</p>  <p><a href="http://www.micuyo.com/alimentacion/heno-de-pasto">http://www.micuyo.com/alimentacion/heno-de-pasto</a></p>																
<p><b>Capacidad Comunicativa</b> Comunica y representa ideas matemáticas</p> <p>Reconoce las funciones cuadráticas a partir de sus descripciones verbales, sus tablas, sus gráficas o sus representaciones simbólicas.</p>	<p>A partir de las regularidades como la mostrada, el estudiante puede expresar la variación reconociendo una función cuadrática (esta actividad se puede hacer con tarjetas, en forma vivencial). Asimismo, la representación en tablas es más apropiada para realizar el paso hacia la representación gráfica.</p>  <p>Es recomendable ordenar en una tabla como la siguiente:</p> <table border="1" data-bbox="463 1560 1378 1696"> <thead> <tr> <th>Bloque</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Número de pilas de bloques</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Para luego expresarlo en forma gráfica. A través de la participación en equipos de trabajo e interrogantes, los estudiantes reconocerán las características de la función cuadrática.</p>	Bloque								Número de pilas de bloques							
Bloque																	
Número de pilas de bloques																	

Capacidad	Descripción
<p>Capacidad Elabora y usa estrategias</p> <p>Aplica los diferentes métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales</p>	<p>Es conveniente enfrentar al estudiante a problemas que involucran métodos de resolución como el de sustitución, igualación y reducción.</p> <p>Un grupo de amigos decidió pasar un día en el parque. Por la tarde, Miriam fue a un quiosco donde compró 2 galletas y 1 refresco, pagó S/. 1,80. Carlos le preguntó a Miriam cuánto pagó por cada cosa y ella respondió que no sabía. Mientras hablaban, Delia también fue a comprar al mismo quiosco, pero ella compró 3 galletas de las mismas que compró Miriam, y 2 refrescos también de la misma marca; pagó S/. 3,10. Cuando volvió Delia (que tampoco preguntó los precios de cada cosa) entre los tres amigos intentaron determinar los precios desconocidos.</p> <p><b>¿Pueden ustedes averiguar los precios? Si pueden, expliquen cómo lo hicieron; si no pueden, expliquen también por qué.</b></p> <p>Más tarde, Darío compró 6 galletas y 3 refrescos, pagó S/. 4,20. Cuando regresó, Carlos dedujo en seguida que Darío había comprado en otro quiosco. ¿Cómo se dio cuenta?</p>
<p>Capacidad Razona y argumenta generando ideas matemáticas</p> <p>Prueba sus conjeturas sobre los posibles conjuntos soluciones de un sistema de ecuaciones lineales</p>	<p>Probar conjeturas involucra verificar si la afirmación que hemos realizado es la correcta, evaluando dicha conjetura en diversas condiciones.</p> <p>En sistemas de ecuaciones como la mostrada.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>y = 3x - 1</math></li> <li>• <math>x - 3y = -13</math></li> </ul> <p>puede desarrollar los procedimientos para promover un razonamiento inductivo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observa casos concretos (qué pasa cuando modificamos los valores de <math>y = 3x - 1</math>, <math>x - 3y = -13</math>).</li> <li>• Organización de los casos concretos trabajados (en este caso: cuando se interceptan en un punto las ecuaciones, cuando no se interceptan)</li> <li>• Predicción o búsqueda de regularidades o patrones, por ejemplo a partir de las gráficas ¿Cuándo se obtiene, una solución, infinitas soluciones, sistema sin solución?</li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulación de conjeturas ("cuando dos rectas se cruzan se obtiene una única solución", "cuando las rectas son paralelas, no hay solución", "cuando las rectas coinciden, hay infinitas soluciones").</li> <li>• Verificación de conjeturas o hipótesis.</li> </ul>

## 2.3.5 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización de cuerpos

En los ciclos anteriores, los estudiantes han explorado y descubierto relaciones entre formas y figuras geométricas, usando diversos recursos. Habiendo experimentado con figuras geométricas conocidas, prismas y pirámides, con ellos han podido comparar y clasificar las figuras.

Desarrollar esta competencia en situaciones de forma, movimiento y localización en el VII ciclo implica que los estudiantes desarrollen y tengan experiencias matemáticas mediante la exploración de su entorno y el uso de propiedades geométricas ya conocidas; esto le permitirá reconocer y vincular más propiedades de los objetos geométricos, descubrir las relaciones trigonométricas, líneas y puntos notables en figuras conocidas, lo que proporcionará recursos adicionales para resolver problemas.

Elaborar y analizar mapas y planos a escala, pensar en cómo se forman los puntos de referencia, las líneas o ángulos sobre una superficie y trabajar sobre la orientación en un sistema rectangular de coordenadas proporciona oportunidades para pensar y razonar acerca del espacio tridimensional en la representación bidimensional. En ese sentido se promueven contextos de visualización y se desarrollan formas de actuación respecto a modelos físicos, dibujos y tramas.

Estas acciones contribuyen al proceso de aprendizaje de la matemática, cuando el estudiante puede expresarlas en modelos matemáticos, de tal modo que caracteriza los atributos de forma, localización y medida de formas bi y tridimensionales. Asimismo, cuando muestra una predisposición a comunicar ideas matemáticas con respecto a las características y propiedades de las formas geométricas empleando términos, convenciones y conceptos propiamente geométricos con respecto al significado de los ángulos y razones trigonométricas, bisectriz, mediatriz, etc.

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Los matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de enseñanza aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos de que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar su desempeño integral. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (Mapa de progreso)		
VI CICLO	VII CICLO	DESTACADO
<p>Discrimina información e identifica relaciones no explícitas de situaciones referidas a atributos, localización y transformación de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas bidimensionales compuestas, relaciones de paralelismo y perpendicularidad, posiciones y vistas de cuerpos geométricos<sup>1</sup>. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales<sup>1</sup>, ángulos, superficies y volúmenes, transformaciones geométricas; elaborando diversas representaciones de una misma idea matemática usando gráficos y símbolos; y las relaciona entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos y distancias en mapas, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; rotar, ampliar, reducir formas o teselar un plano, con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas trabajadas; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.</p>	<p>Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas poligonales, cuerpos geométricos compuestos o de revolución, relaciones métricas, de semejanza y congruencia, razones trigonométricas. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: relaciones entre las propiedades de figuras semejantes y congruentes, superficies compuestas que incluyen formas circulares y no poligonales, volúmenes de cuerpos de revolución, razones trigonométricas. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando mapas, planos, gráficos, recursos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; establecer relaciones de inclusión entre clases para clasificar formas geométricas; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre posibles generalizaciones estableciendo relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos y propiedades matemáticas.</p>	<p>Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones, restricciones de situaciones referidas a formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a composición y transformación de formas bidimensionales, definición geométrica de la elipse e hipérbola. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas compuestas, transformaciones geométricas en el plano. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la más óptima. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, estrategias heurísticas o procedimientos, de usar o combinar propiedades y teoremas de formas geométricas, calcular volumen y superficie de sólidos de revolución compuestos, determinar equivalencias entre composiciones de transformaciones geométricas. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que disponía. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos geométricos; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.</p>

1. Polígonos, prisma, pirámide, círculo, cilindro, rectas paralelas, perpendiculares y secantes.

MATRIZ: ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.

2.° sec.	3.° sec.	4.° sec.	5.° sec.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones no explícitas entre figuras y las expresa en un modelo basado en prismas o pirámides.</li> <li>Selecciona un modelo relacionado a prismas o pirámides para plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Relaciona elementos y propiedades de cuerpos a partir de fuente de información, y los expresa en modelos basados en prismas y cuerpos de revolución<sup>2</sup>.</li> <li>Contrasta modelos basados en prismas y cuerpos de revolución al vincularlos a situaciones afines.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Relaciona elementos y propiedades geométricas de fuentes de información, y expresa modelos de cuerpos geométricos compuestos basados en poliedros, prismas y de revolución<sup>3</sup>.</li> <li>Examina modelos basados en cuerpos geométricos compuestos y de revolución al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diferencia y usa modelos basados en cuerpos geométricos compuestos y de revolución al plantear y resolver problemas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza características y propiedades geométricas en figuras y superficies, y las expresa en un modelo referido a figuras poligonales regulares, compuestas<sup>4</sup>, triángulos y el círculo.</li> <li>Usa modelos, relacionados a figuras poligonales regulares, compuestas, triángulos y el círculo para plantear o resolver problemas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Relaciona información y condiciones, referidas a la semejanza y relaciones de medida entre triángulos<sup>5</sup> y las expresa en un modelo.</li> <li>Diferencia y usa modelos basados en semejanza, congruencia y relaciones de medida entre ángulos.</li> <li>Contrasta modelos basados en relaciones métricas, razones trigonométricas, el teorema de Pitágoras y ángulos de elevación y depresión al vincularlos a situaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Selecciona información para obtener datos relevantes en situaciones de distancias inaccesibles, ubicación de cuerpos, y de superficies, para expresar un modelo referido a relaciones métricas de un triángulo rectángulo, el teorema de Pitágoras y ángulos de elevación y depresión.</li> <li>Examina propuestas de modelos referidos a relaciones métricas de un triángulo rectángulo, el teorema de Pitágoras y ángulos de elevación y depresión al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Examina propuestas de modelos referidos a razones trigonométricas de ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios al plantear y resolver problemas.</li> <li>Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados a la circunferencia y la elipse.</li> <li>Examina propuestas de modelos analíticos de la circunferencia y elipse al plantear y resolver problemas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa diseños de planos y mapas a escala con regiones y formas.</li> <li>Diferencia y usa planos o mapas a escala al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos de medidas en situaciones y los expresa por medio de un plano o mapa a escala.</li> <li>Reconoce la pertinencia de los planos o mapas a escala que expresan las relaciones de medidas y posición al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Discrimina información y organiza datos en situaciones de desplazamientos, altitud y relieves para expresar un mapa<sup>6</sup> o plano a escala.</li> <li>Contrasta mapas<sup>6</sup> o planos al vincularlos a situaciones que involucra decidir rutas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa un mapa<sup>6</sup> o plano en problemas de medida, desplazamiento, altitud y relieve.</li> <li>Reconoce las limitaciones de tramos o rutas a partir de la interpretación de mapas o planos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan transformaciones<sup>7</sup> geométricas.</li> <li>Reconoce la restricción de un modelo relacionado a transformaciones y lo adecuada respecto a un problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Selecciona información para organizar elementos y propiedades geométricas al expresar modelos que combinan transformaciones geométricas<sup>8</sup>.</li> <li>Compara y contrasta modelos que combinan transformaciones geométricas<sup>8</sup> al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones geométricas al expresar modelos que combinan traslación, rotación y reflexión de figuras geométricas.</li> <li>Examina propuestas de modelos que combinan traslación, rotación y reflexión de figuras respecto a un eje de simetría.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Genera nuevas relaciones y datos basados en expresiones analíticas para reproducir movimientos rectos, circulares y parabólicos.</li> <li>Examina propuestas de modelos analíticos para reproducir movimientos de acuerdo a un propósito contextualizado.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver el problema.</li> </ul>		

## COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS

<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe prismas y pirámides en relación al número de sus lados, caras, aristas y vértices.</li> <li>Describe el desarrollo de prismas, pirámides y conos considerando sus elementos.</li> <li>Describe prismas y pirámides indicando la posición desde la cual se ha efectuado la observación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe y relaciona variados desarrollos de un mismo prisma o cuerpo de revolución.</li> <li>Expresa de forma gráfica y simbólica cuerpos basados en prismas y cuerpos de revolución.</li> <li>Expresa enunciados generales relacionados a propiedades en prismas y cuerpos de revolución.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las propiedades y relaciones de poliedros y de cuerpos de revolución.</li> <li>Expresa enunciados generales relacionados a las propiedades del poliedro, pirámide, cono y esfera.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las propiedades y relaciones entre el cilindro, cono y pirámide con sus respectivos troncos.</li> <li>Representa gráficamente el desarrollo de cuerpos geométricos truncados y sus proyecciones.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en polígonos regulares y compuestos<sup>4</sup>, y sus propiedades usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas.</li> <li>Representa figuras poligonales; trazos de rectas paralelas; perpendiculares y relacionadas a la circunferencia siguiendo instrucciones y usando la regla y el compás.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa relaciones y propiedades de los triángulos relacionados a su congruencia, semejanza y relaciones de medidas.</li> <li>Expresa líneas y puntos notables del triángulo usando terminologías matemáticas.</li> <li>Representa triángulos a partir de reconocer sus lados, ángulos, altura, bisectriz y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las líneas y puntos notables del triángulo usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas.</li> <li>Expresa las relaciones métricas en un triángulo rectángulo (teorema de Pitágoras).</li> <li>Representa triángulos a partir de enunciados que expresan sus características y propiedades.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Presenta ejemplos de razones trigonométricas con ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios en situaciones de distancias inaccesibles, ubicación de cuerpos y otros.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Representa cuerpos en mapas o planos a escala, considerando información que muestra posiciones en perspectiva o que contiene la ubicación y distancias entre objetos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las propiedades de un triángulo de <math>30^\circ</math> y <math>60^\circ</math> y <math>45^\circ</math> usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe los movimientos circulares y parabólicos mediante modelos algebraicos en el plano cartesiano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe trayectorias empleando razones trigonométricas, características y propiedades de formas geométricas conocidas, en planos o mapas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las características de la composición de transformaciones geométricas<sup>5</sup> de figuras.</li> <li>Grafica la composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe características de sistemas dinámicos y creación de mosaicos con figuras poligonales que aplican transformaciones geométricas<sup>6</sup>.</li> <li>Grafica la composición de transformaciones de figuras geométricas planas que combinen transformaciones isométricas y la homotecia en un plano cartesiano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe diseños de planos a escala con regiones y formas bidimensionales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe transformaciones geométricas, en sistemas articulados de mecanismos.</li> <li>Usa expresiones simbólicas para expresar transformaciones geométricas con figuras geométricas simples y compuestas.</li> </ul>

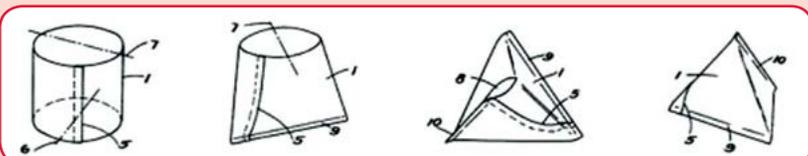
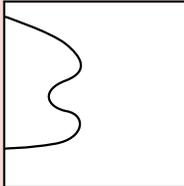
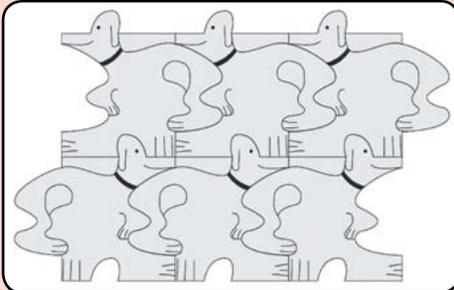
- Cilindro y cono.
- Cono y esfera.
- Considerar los cuadriláteros, como el trapecio, rombo, paralelogramo, etc.
- Considerar isósceles y equilátero.
- Considerar el topográfico.
- De rotación, ampliación y reducción.
- Considerar la homotecia.

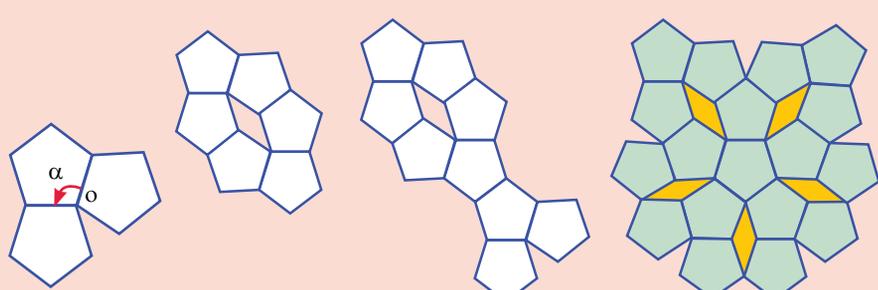
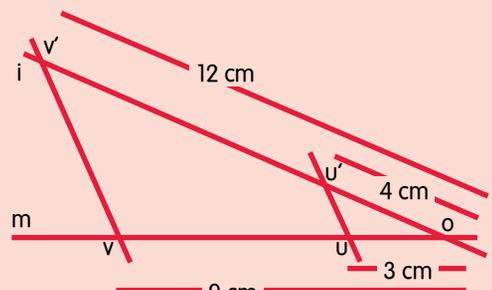
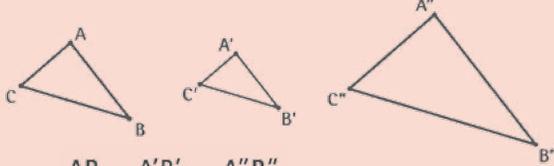
2.° sec.	3.° sec.	4.° sec.	5.° sec.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.</li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea características y propiedades de polígonos para construir y reconocer prismas y pirámides.</li> <li>Halla el área, perímetro y volumen de prismas y pirámides empleando unidades de referencia (basadas en cubos), convencionales o descomponiendo formas geométricas cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Halla el área y volumen de prismas y cuerpos de revolución empleando unidades convencionales o descomponiendo formas geométricas cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Selecciona y combina estrategias para resolver problemas de área y volumen de cuerpos geométricos compuestos, poliedros y de revolución.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucren el cálculo del volumen y áreas del tronco de formas geométricas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos con dos rectas paralelas y secantes para reconocer características de ángulos en ellas.</li> <li>Calcula el perímetro y área de figuras poligonales regulares y compuestas, triángulos, círculos componiendo y descomponiendo en otras figuras cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa estrategias para ampliar, reducir triángulos empleando sus propiedades, semejanza y congruencia, usando instrumentos de dibujo.</li> <li>Halla valores de ángulos, lados y proyecciones en razón a características, clases, líneas y puntos notables de triángulos, al resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Selecciona y utiliza la unidad de medida apropiada para determinar las medidas de ángulos, perímetros, área en figuras compuestas.</li> <li>Emplea procedimientos con líneas y puntos notables del triángulo y la circunferencia al resolver problemas.</li> <li>Usa instrumentos para realizar trazos, rectas paralelas, perpendiculares, transversales relacionadas a la circunferencia.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucren razones trigonométricas de ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea las propiedades de los lados y ángulos de polígonos regulares al resolver problemas.</li> <li>Emplea propiedades de los ángulos y líneas notables de un triángulo al resolver un problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aplica el teorema de Pitágoras para determinar longitudes de los lados desconocidos en triángulos rectángulos.</li> <li>Emplea relaciones métricas para resolver problemas.</li> <li>Emplea razones trigonométricas para resolver problemas.</li> <li>Calcula el perímetro y área de figuras poligonales descomponiendo triángulos conocidos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa coordenadas para calcular perímetros y áreas de polígonos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Calcula el centro de gravedad de figuras planas.</li> <li>Halla puntos de coordenadas en el plano cartesiano a partir de la ecuación de la circunferencia y elipse.</li> <li>Aplica el teorema de Pitágoras para encontrar la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas, con recursos gráficos y otros.</li> <li>Usa coordenadas para calcular perímetros y áreas de polígonos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa estrategias y procedimientos relacionados a la proporcionalidad entre las medidas de lados de figuras semejantes al resolver problemas con mapas o planos a escala, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Adapta y combina estrategias heurísticas, y emplea procedimientos relacionados a ángulos, razones trigonométricas y proporcionalidad al resolver problemas con mapas o planos a escala, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Adapta y combina estrategias heurísticas relacionadas a ángulos, razones trigonométricas y proporcionalidad al resolver problemas con mapas o planos, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Adapta y combina estrategias heurísticas relacionadas a medidas, y optimizar tramos al resolver problemas con mapas o planos, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza proyecciones y composición de transformaciones geométricas<sup>8</sup>, con polígonos en un plano cartesiano al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza proyecciones y composición de transformaciones de traslación, rotación, reflexión y homotecia al resolver problemas relacionados a sistemas dinámicos y mosaicos, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza proyecciones y composición de transformaciones de traslación, rotación, reflexión y homotecia al resolver problemas relacionados a sistemas dinámicos y mosaicos, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan al resolver el problema.</li> </ul>		

## RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propone conjeturas respecto a las relaciones de volumen entre un prisma y la pirámide.</li> <li>• Justifica las propiedades de prismas según sus bases y caras laterales.</li> <li>• Justifica la pertenencia o no de un cuerpo geométrico dado a una clase determinada de prisma según sus características de forma (regulares, irregulares, rectos, etc).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas respecto a la variación del área y volumen en prismas y cuerpos de revolución.</li> <li>• Justifica las propiedades de prismas y pirámides.</li> <li>• Justifica la clasificación de prismas (regulares, irregulares, rectos, oblicuos, paralelepípedos, ortoedros) según sus atributos de forma.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica objetos tridimensionales generados por las relaciones en objetos de dos dimensiones.</li> <li>• Justifica las relaciones de inclusión y diferencia entre poliedros y prismas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa formas geométricas, sus medidas y sus propiedades al explicar objetos del entorno (por ejemplo, modelar el tronco de un árbol o un torso humano como un cilindro).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas para reconocer las propiedades de los lados y ángulos de polígonos regulares.</li> <li>• Justifica la pertenencia o no de una figura geométrica dada a una clase determinada de paralelogramos y triángulos.</li> <li>• Justifica enunciados relacionados a ángulos formados por líneas perpendiculares y oblicuas a rectas paralelas.</li> <li>• Plantea conjeturas para reconocer las líneas notables, propiedades de los ángulos interiores y exteriores de un triángulo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas sobre las propiedades de ángulos determinados por bisectrices.</li> <li>• Emplea la relación proporcional entre las medidas de los lados correspondientes a triángulos semejantes.</li> <li>• Justifica la clasificación de polígonos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica las relaciones entre ángulos inscritos, radios y cuerdas.</li> <li>• Explica las relaciones entre el ángulo central, y polígonos inscritos y circunscritos.</li> <li>• Demuestra que todos los círculos son semejantes.</li> <li>• Explica la relación entre la semejanza de triángulos, teorema de Tales y proporcionalidad geométrica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas al demostrar el teorema de Pitágoras.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica condiciones de proporcionalidad en el perímetro, área y volumen entre el objeto real y el de escala, en mapas y planos.</li> <li>• Justifica la localización de objetos a partir de sus coordenadas (con signo positivo y negativo) y ángulos conocidos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica deductivamente la congruencia, semejanza y la relación pitagórica empleando relaciones geométricas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expone las relaciones y estructuras dentro del sistema de escala, con mapas y planos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas respecto a la condición de paralelismo y perpendicularidad de dos rectas.</li> <li>• Justifica la obtención de la pendiente de una recta, dadas las coordenadas de dos puntos.</li> <li>• Justifica la longitud de un segmento de recta, dadas las coordenadas de dos puntos extremos.</li> <li>• Justifica la obtención de la circunferencia y la elipse a partir de corte en cuerpos cónicos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas respecto a las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación.</li> <li>• Explica las transformaciones respecto a una línea o un punto en el plano de coordenadas por medio de trazos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica la combinación de proyecciones y composiciones de transformaciones geométricas<sup>8</sup> con polígonos en un plano cartesiano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica que una figura de dos dimensiones es similar o congruente a otro considerando el plano cartesiano y transformaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica el efecto de transformaciones respecto a líneas verticales u horizontales o un punto empleando puntos de coordenadas y expresiones simbólicas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades matemáticas.</li> </ul>		

## 2.3.6 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Capacidad	Descripción
<p>Capacidad Matematisa situaciones</p> <p>Relaciona elementos y propiedades geométricas al expresar modelos de cuerpos geométricos compuestos basados en poliedros, prismas y de revolución.</p>	<p>Con este indicador, se pretende que el estudiante reconozca las relaciones y propiedades geométricas (en este caso relacionados al hexaedro, el cilindro y el tetraedro), de tal forma que exprese nuevos modelos basados en prismas o cuerpos de revolución.</p> <p>A partir del cilindro, la industria del envase obtiene un hexaedro (por ejemplo las cajas de leche), pero más llamativo aun es que a partir de un cilindro se elaboren packs como la figura mostrada, estos contienen comúnmente jugos y leche chocolatada, y tienen una capacidad de 200 ml.</p>  <p><a href="http://productexplorer.tetrapak.com/en/package/tetra-classicr-aseptic-200-base">http://productexplorer.tetrapak.com/en/package/tetra-classicr-aseptic-200-base</a></p> <p>Una empresa quiere lanzar al mercado un nuevo pack con las características mencionadas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>A partir de una caja de leche construye un cilindro y a partir de este elabora un pack como el mostrado.</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Cuál es el diámetro y la altura del cilindro necesario para formar un tetraedro de <math>1000 \text{ cm}^3</math> de volumen?</li> </ul>
<p>Capacidad Comunica y representa ideas matemáticas</p> <p>Expresa transformaciones que permitan cambiar las formas de paralelogramos en figuras de animales (perro) para embaldosar en un plano cuadrículado.</p>	<p>Proponer a los estudiantes actividades como la siguiente. Comienza con una hoja de papel de forma cuadrada de papel. En un lado del cuadrado, dibuja una figura. La figura debe ser de una sola pieza que comience y termine en el mismo lado. Corta cuidadosamente la figura que dibujaste, manténla de una sola pieza.</p>  <p>Ahora realiza las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Traslada la figura al otro lado del cuadrado.</li> <li>Rota <math>90^\circ</math> sobre uno de los vértices adyacentes a tu figura.</li> </ul> <p>Partir de ello, crea tesselados que impliquen dos o más acciones en la construcción de la figura.</p> 

Capacidad	Descripción
<p>Capacidad Elabora y usa estrategias</p> <p>Realiza proyecciones y composición de transformación geométricas (traslación, rotación, reflexión y de homotecia) con polígonos al resolver problemas respecto a sistemas dinámicos y mosaicos.</p>	<p>Este indicador está orientado a que el estudiante desarrolle transformaciones geométricas considerando las características de los lados y ángulos con polígonos.</p> <p>Un plano no se puede teselear con pentágonos regulares, pues no encajan bien. Sin embargo, A. Durero (1471-1528) logró desarrollar un polígono no regular con los cuales pudo teselear los planos. Explica cómo se puede llegar a ello haciendo uso de un polígono y de las transformaciones geométricas.</p> 
<p>Capacidad Razona y argumenta generando ideas matemáticas</p> <p>Explica la relación entre la semejanza de triángulos, teorema de Thales y proporcionalidad geométrica.</p>	<p>Este indicador está orientado a que se establezcan conexiones entre diversas experiencias matemáticas, en este caso la semejanza, el teorema y la proporcionalidad geométrica.</p> <p><b>Teorema de Thales</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es la razón de semejanza del triángulo <math>OVV'</math> con respecto al triángulo <math>OUU'</math>?</li> <li>• Solo una de las siguientes igualdades es verdadera. Enciérrala en un círculo</li> </ul> $(OV)(OV') = (OU)(OU') \dots\dots\dots (1)$ $\frac{OV}{OV'} = \frac{OU}{OU'} \dots\dots\dots (2)$ $\frac{OV}{OU'} = \frac{OV'}{OU} \dots\dots\dots (3)$ <p>Describe un procedimiento para llegar de <math>\frac{OV}{OV'} = \frac{OU}{OU'}</math></p> <p><b>Semejanza de triángulos</b></p>  <p><b>Proporcionalidad geométrica</b></p> $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'} = \frac{A''B''}{A''C''}$

### 2.3.7 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

Desarrollar esta competencia en el VII ciclo implica que los estudiantes tengan la oportunidad de cuestionar su entorno, plantearse preguntas con su escuela, localidad y comunidad, de tal forma que puedan abordarse con recoger, organizar y presentar datos relevantes que faciliten reconocer diferentes clases de estudio estadístico, asimismo, reconocer los tipos de inferencias.

Los estudiantes de este ciclo al conocer las características de estudios diseñados, incluyendo el papel que desempeña lo muestral y lo aleatorio en encuestas y experimentos, comprenden el significado de los datos cuantitativos y cualitativos, del término variable; asimismo en qué condiciones es pertinente mostrar tipos de gráficos estadísticos basados en tablas de frecuencia relativa, absoluta etc.

Esto involucra la capacidad del estudiante para poder plantearse preguntas en los estudios estadísticos y de los experimentos controlados. Asimismo, deberán propiciar espacios para que vinculen componentes numéricos, algebraicos y geométricos, para expresar el modelo y analizar datos, llegando a valorar el que los datos encajen en un modelo.

Estas acciones contribuyen al desarrollo del aprendizaje de la matemática, cuando el estudiante puede expresarlas en gráficos estadísticos y medidas de tendencia central, de dispersión y localización, así como el de probabilidad. Asimismo, cuando muestra una predisposición a comunicar ideas matemáticas relacionadas, por ejemplo, a la población, muestra, frecuencia relativa, absoluta, acumulada, probabilidad de sucesos compuestos y dependiente, etc. Por otro lado, los estudiantes serán conscientes de gestionar eficazmente los recursos con los que cuenta para realizar sus investigaciones movilizándolo un plan coherente de trabajo para organizar fichas de registro, procesar datos, analizarlos y obtener conclusiones de ellos.

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o periodo determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de enseñanza aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos de que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar su desempeño integral. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (Mapa de progreso)		DESTACADO
VI CICLO	VII CICLO	
<p>Discrimina y organiza datos de diversas situaciones y los expresa mediante modelos que involucran variables cualitativas, cuantitativas discretas y continuas, medidas de tendencia central y la probabilidad. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre datos contenidos en tablas y gráficos estadísticos, la pertinencia de un gráfico a un tipo de variable y las propiedades básicas de probabilidades. Elabora y emplea diversas representaciones usando tablas y gráficos; relacionándolos entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos para recopilar y organizar datos cuantitativos discretos y continuos, calcular medidas de tendencia central, la dispersión de datos mediante el rango, determinar por extensión y comprensión sucesos simples y compuestos, y calcular la probabilidad mediante frecuencias relativas; con apoyo de material concreto y recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre los datos o variables contenidas en fuentes de información, observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.</p>	<p>Interpreta y plantea relaciones entre datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a situaciones que demandan caracterizar un conjunto de datos, y los expresa mediante variables cualitativas o cuantitativas, desviación estándar, medidas de localización y la probabilidad de eventos. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre población y muestra, un dato y el sesgo que produce en una distribución de datos, y espacio muestral y suceso, así como el significado de la desviación estándar y medidas de localización. Realiza y relaciona diversas representaciones de un mismo conjunto de datos seleccionando la más pertinente. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas para investigar o resolver problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos de recopilar y organizar datos, extraer una muestra representativa de la población, calcular medidas de tendencia central y la desviación estándar y determinar las condiciones y restricciones de una situación aleatoria y su espacio muestral; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas<sup>1</sup> sobre posibles generalizaciones en situaciones experimentales estableciendo relaciones matemáticas; las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten sus puntos de vista e incluyan conceptos y propiedades de los estadísticos.</p>	<p>Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a caracterizar un conjunto de datos, y expresarlas mediante coeficiente de variación y probabilidad condicional. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando lenguaje matemático su comprensión sobre las relaciones entre medidas descriptivas, el significado del coeficiente de variación, y la probabilidad condicional. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o resolución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos, estrategias heurísticas y procedimientos de recopilar y organizar datos de diversas variables, aplicar técnicas de muestreo, extraer la muestra aleatoria de la población y calcular la probabilidad condicional. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática, y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.</p>

1. Tener en cuenta que el razonamiento probabilístico y estadístico no es exacto como en matemáticas. Por lo tanto, en general las conjeturas que se puedan establecer no serán demostradas con rigor, serán afirmaciones con un grado de validez, porque se trata de elegir representantes de un sistema de datos (media, mediana, modal), o cuantificar la posibilidad (probabilidad teórica, empírica, etc.) pero que detrás de ello está la noción de incertidumbre.

MATRIZ: ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE GESTIÓN DE DATOS E INCERTIDUMBRE.				
	2.° sec.	3.° sec.	4.° sec.	5.° sec.
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos en variables cualitativas (ordinal y nominal) y cuantitativas, provenientes de variadas fuentes de información y los expresa en un modelo basado en gráficos estadísticos.</li> <li>Selecciona el modelo gráfico estadístico al plantear y resolver situaciones que expresan características o cualidades de una población.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos en variables cualitativa (ordinal y nominal) y cuantitativas, provenientes de variadas fuentes de información de una muestra representativa, en un modelo basado en gráficos estadísticos.</li> <li>Diferencia y usa modelos basados en gráficos estadísticos al plantear y resolver problemas que expresan características o cualidades de una muestra representativa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos en variables cuantitativas (discreta y continua) y cualitativas, datos provenientes de variadas fuentes de información y determina una muestra representativa en un modelo basado en gráficos estadísticos.</li> <li>Compara y contrasta modelos gráficos estadísticos al plantear y resolver problemas que expresan características o cualidades de una muestra representativa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos en variables cuantitativas provenientes de una muestra representativa y plantea un modelo basado en un gráfico de dispersión.</li> <li>Examina propuesta de gráficos estadísticos que involucran expresar características o cualidades de una muestra representativa.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ordena datos al reconocer eventos independientes provenientes de variadas fuentes de información, de característica aleatoria al expresar un modelo referido a probabilidad de sucesos equiprobables.</li> <li>Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos relativos a frecuencia de sucesos provenientes de variadas fuentes de información, considerando el contexto, las condiciones y restricciones para la determinación de su espacio muestral y plantea un modelo probabilístico</li> <li>Diferencia y usa modelos probabilísticos al plantear y resolver situaciones referidas a frecuencias de sucesos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos relativos a sucesos compuestos considerando el contexto provenientes de variadas fuentes de información, las condiciones y restricciones para la determinación de su espacio muestral y plantea un modelo referido a la probabilidad de su operación con sucesos.</li> <li>Examina propuestas de modelos al plantear y resolver situaciones de sucesos compuestos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos basados en sucesos considerando el contexto de variadas fuentes de información, las condiciones y restricciones para la determinación de su espacio muestral y plantea un modelo referido a la probabilidad condicional.</li> <li>Examina propuestas de modelos de probabilidad condicional que involucran eventos aleatorios.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver el problema.</li> </ul>		

## COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS

<ul style="list-style-type: none"> <li>Sugiere preguntas para el cuestionario de una encuesta presentada acorde al propósito planteado.</li> <li>Expresa información presentada en tablas y gráficos estadísticos para datos no agrupados y agrupados.</li> <li>Expresa información y el propósito de cada una de las medidas de tendencia central y el rango con la media, para datos no agrupados.</li> <li>Usa cuadros, tablas y gráficos estadísticos para mostrar datos no agrupados y datos agrupados, y sus relaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Redacta preguntas cerradas respecto de la variable estadística de estudio para los ítems de la encuesta.</li> <li>Formula una pregunta de interés y define las variables claves que pueden atenderse a través de una encuesta.</li> <li>Expresa información presentada en tablas y gráficos pertinentes al tipo de variables estadísticas.</li> <li>Expresa relaciones entre las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión (varianza, desviación típica, rango), con datos agrupados y no agrupados.</li> <li>Representa las medidas de tendencia central y de dispersión para datos agrupados y no agrupados en tablas y gráficos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Redacta preguntas cerradas y abiertas respecto de la variable estadística de estudio para los ítems de la encuesta.</li> <li>Expresa predicciones a partir de datos en tablas y gráficos estadísticos.</li> <li>Expresa relaciones entre las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión (varianza, desviación típica, coeficiente de variación, rango).</li> <li>Representa las características de un conjunto de datos con medidas de localización (cuartiles) y coeficiente de variación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Redacta preguntas cerradas y abiertas respecto de la variable estadística de estudio para los ítems de la encuesta. Describe la información de investigaciones estadísticas simples que implican muestreo.</li> <li>Representa el sesgo de una distribución de un conjunto de datos.</li> <li>Distingue entre preguntas que pueden investigarse a través de una encuesta simple, un estudio observacional o de un experimento.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa el concepto de la probabilidad de eventos equiprobables usando terminologías y fórmulas.</li> <li>Representa con, diagramas de árbol, por extensión o por comprensión, sucesos simples o compuestos relacionados a una situación aleatoria propuesta.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa conceptos de probabilidad de frecuencias usando terminologías y fórmulas.</li> <li>Representa en fracciones, decimales, porcentajes la probabilidad de que ocurra un evento, la cantidad de casos y de frecuencia para organizar los resultados de las pruebas o experimentos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa conceptos sobre probabilidad condicional y probabilidad de eventos independientes usando terminologías y fórmulas.</li> <li>Expresa operaciones con eventos al organizar datos y sucesos en diagramas de Venn, árboles, entre otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa conceptos sobre probabilidad condicional, total, teorema de Bayes y esperanza matemática, usando terminologías y fórmulas.</li> <li>Expresa operaciones con eventos al organizar datos y sucesos en diagramas de Venn, árboles, entre otros.</li> </ul>

2.° sec.	3 sec.	4.° sec.	5.° sec.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas.</li> <li>• Recopila datos cuantitativos discretos y continuos o cualitativos ordinales y nominales provenientes de su comunidad usando una encuesta de preguntas cerradas.</li> <li>• Organiza datos en histogramas y polígonos de frecuencias al resolver problemas.</li> <li>• Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas.</li> <li>• Determina el rango o recorrido de una variable y la usa como una medida de dispersión.</li> <li>• Reconoce sucesos equiprobables en experimentos aleatorios.</li> <li>• Usa las propiedades de la probabilidad en el modelo de Laplace al resolver problemas.</li> <li>• Reconoce que si el valor numérico de la probabilidad de un suceso, se acerca a 1 es más probable que suceda y por el contrario, si va hacia 0 es menos probable.</li> <li>• Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.</li> <li>• Recopila datos provenientes de su comunidad referidos a variables cualitativas o cuantitativas usando una encuesta de preguntas cerradas y abiertas.</li> <li>• Determina la muestra representativa de un conjunto de datos, usando criterios aleatorios y pertinentes a la población al resolver problemas.</li> <li>• Reconoce la pertinencia de un gráfico para representar variables cualitativas al resolver problemas.</li> <li>• Compara los valores de las medidas de tendencia central de dos poblaciones para señalar diferencias entre ellas.</li> <li>• Determina la media, mediana y moda al resolver problemas.</li> <li>• Formula una situación aleatoria considerando sus condiciones y restricciones.</li> <li>• Determina el espacio muestral de un suceso estudiado.</li> <li>• Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan al resolver el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recopila datos provenientes de su comunidad referidos a variables cualitativas o cuantitativas usando una encuesta de preguntas cerradas y abiertas.</li> <li>• Determina la muestra representativa de un conjunto de datos, usando criterios aleatorios y pertinente a la población al resolver problemas.</li> <li>• Reconoce la pertinencia de un gráfico para representar variables cuantitativas discretas o continuas al resolver problemas.</li> <li>• Determina cuartiles como medidas de localización para caracterizar un conjunto de datos al resolver problemas.</li> <li>• Formula una situación aleatoria considerando el contexto, las condiciones y restricciones.</li> <li>• Determina el espacio muestral de sucesos compuestos al resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora una encuesta de un tema de interés, reconociendo variables y categorizando las respuestas.</li> <li>• Ejecuta técnicas de muestreo aleatorio estratificado al resolver problemas.</li> <li>• Reconoce la pertinencia de un gráfico para representar una variable en estudio al resolver problemas.</li> <li>• Determina medidas de localización como cuartil, quintil o percentil y desviación estándar, apropiadas a un conjunto de datos al resolver problemas.</li> <li>• Escribe la ecuación de la gráfica de dispersión y la usa para establecer predicciones; e interpreta la pendiente de la línea en el contexto del problema.</li> <li>• Formula una situación aleatoria considerando el contexto, las condiciones y restricciones.</li> <li>• Determina el espacio muestral de eventos compuestos e independientes al resolver problemas.</li> </ul>

## RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica los procedimientos del trabajo estadístico realizado y la determinación de la(s) decisión(es) con datos agrupados y no agrupados.</li> <li>• Argumenta procedimientos para hallar la media, mediana y moda de datos agrupados y no agrupados; determina la medida más representativa de un conjunto de datos y su importancia en la toma de decisiones.</li> <li>• Justifica el proceso de obtención de frecuencias de datos generados a partir de un proceso probabilístico no uniforme.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica que variables intervienen en una investigación de acuerdo a la naturaleza de la variable.</li> <li>• Argumenta procedimientos para hallar las medidas de tendencia central y de dispersión, y la importancia de su estudio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica las tendencias observadas en un conjunto de variables relacionadas.</li> <li>• Argumenta procedimientos para hallar la medida de localización de un conjunto de datos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica sus interpretaciones del sesgo en la distribución obtenida de un conjunto de datos.</li> <li>• Argumenta la diferencia entre un procedimiento estadístico de correlación y causalidad.</li> <li>• Justifica si el diagrama de dispersión sugiere tendencias lineales, y si es así, traza la línea de mejor ajuste.</li> <li>• Explica la comparación de las medidas de tendencia central y de dispersión obtenidas, utilizando una muestra de una población con las mismas medidas y con datos obtenidos de un censo de la población.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propone conjeturas sobre la probabilidad a partir de la frecuencia de un suceso en una situación aleatoria.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas relacionadas con los resultados de la probabilidad entendida como una frecuencia relativa.</li> <li>• Justifica a través de ejemplos eventos independientes y condicionales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas relacionadas a la determinación de su espacio muestral y de sus sucesos.</li> <li>• Justifica el desarrollo de una distribución de probabilidad de una variable aleatoria definida por un espacio de muestra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea conjeturas relacionadas al estudio de muestras probabilísticas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica diferencias y errores en una argumentación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten sus puntos de vista e incluyan conceptos, relaciones y propiedades de los estadísticos.</li> </ul>		

## 2.3.8 Descripción de algunos indicadores relacionados a la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

CAPACIDAD	DESCRIPCIÓN																														
<p>Capacidad Matematiza situaciones</p> <p>Organiza datos en variables cuantitativas y cualitativas provenientes de una muestra representativa y plantea un modelo basado en gráficos estadísticos.</p>	<p>Se recomienda plantear problemas como el siguiente:</p> <p>Un grupo de pobladores de la provincia de Chacas, departamento de Áncash, ha recolectado datos con respecto al crecimiento mensual (en pulgadas) de muestras de maíz recién plantadas:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>0,4</td><td>1,9</td><td>1,5</td><td>0,9</td><td>0,3</td><td>1,6</td><td>0,4</td><td>1,5</td><td>1,2</td><td>0,8</td> </tr> <tr> <td>0,9</td><td>0,7</td><td>0,9</td><td>0,7</td><td>0,9</td><td>1,5</td><td>0,5</td><td>1,5</td><td>1,7</td><td>1,8</td> </tr> </tbody> </table> <p>Hallar el gráfico que representa los datos obtenidos.</p>	0,4	1,9	1,5	0,9	0,3	1,6	0,4	1,5	1,2	0,8	0,9	0,7	0,9	0,7	0,9	1,5	0,5	1,5	1,7	1,8										
0,4	1,9	1,5	0,9	0,3	1,6	0,4	1,5	1,2	0,8																						
0,9	0,7	0,9	0,7	0,9	1,5	0,5	1,5	1,7	1,8																						
<p>Capacidad Comunica y representa ideas matemáticas</p> <p>Redacta preguntas cerradas respecto de la variable estadística de estudio para los ítems de la encuesta</p>	<p>Se recomienda plantear problemas como el siguiente:</p> <p>Suponga que se encuesta a una muestra de hogares de la comunidad en la que se localiza el colegio. La encuesta incluye las siguientes preguntas relacionadas con la vivienda:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es el área de construcción?</li> <li>• ¿Cuántos dormitorios?</li> <li>• ¿Cuál es el material predominante en las paredes?</li> <li>• ¿Hace cuánto tiempo se construyó?</li> <li>• ¿Cuántos servicios sanitarios posee?</li> <li>• ¿Cuál es el estado general de la vivienda: bueno, regular, malo?</li> <li>• ¿Cuántas personas habitan en ella?</li> </ul> <p>Con respecto a las preguntas anteriores:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determine la unidad estadística y las características que involucra el estudio.</li> <li>• Identifique las características cuantitativas y las cualitativas.</li> </ul>																														
<p>Capacidad Elabora y usa estrategias</p> <p>Determina la media, mediana y moda</p>	<p>Se recomienda plantear problemas como el siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En una encuesta sobre tráfico, se ha preguntado a 2064 personas cuántas multas de tráfico han tenido durante los últimos 5 años. Se obtuvo, la siguiente tabla de frecuencias.</li> </ul> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>Número de multas</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td> </tr> <tr> <td>Frecuencia</td><td>498</td><td>645</td><td>375</td><td>262</td><td>161</td><td>56</td><td>38</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>Número de multas</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td> </tr> <tr> <td>Frecuencia</td><td>14</td><td>5</td><td>5</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Calcule la media, mediana y moda, respectivamente. Elabora.</p>	Número de multas	0	1	2	3	4	5	6	Frecuencia	498	645	375	262	161	56	38	Número de multas	7	8	9	10	11	12	Frecuencia	14	5	5	2	2	1
Número de multas	0	1	2	3	4	5	6																								
Frecuencia	498	645	375	262	161	56	38																								
Número de multas	7	8	9	10	11	12																									
Frecuencia	14	5	5	2	2	1																									

CAPACIDAD	DESCRIPCIÓN																																																																		
<p>Capacidad Razona y argumenta generando ideas</p> <p>Justifica las tendencias observadas en un conjunto de variables relacionadas</p>	<p>Se recomienda plantear problemas como el siguiente: La siguiente información corresponde a una muestra aleatoria de 20 partos producidos en cierto hospital. Se incluye el peso al nacer (en kg) y el número de hermanos de cada niño.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>N.º</th> <th>Peso</th> <th>N.º herm.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>3,33</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3,09</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>2,72</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>3,04</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>3,95</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td>3,36</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>3,36</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>2,92</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>2,69</td><td>2</td></tr> <tr><td>10</td><td>3,74</td><td>1</td></tr> </tbody> </table> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>N.º</th> <th>Peso</th> <th>N.º herm.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>11</td><td>2,71</td><td>0</td></tr> <tr><td>12</td><td>3,02</td><td>1</td></tr> <tr><td>13</td><td>4,36</td><td>1</td></tr> <tr><td>14</td><td>3,62</td><td>2</td></tr> <tr><td>15</td><td>2,98</td><td>1</td></tr> <tr><td>16</td><td>3,34</td><td>0</td></tr> <tr><td>17</td><td>2,80</td><td>1</td></tr> <tr><td>18</td><td>3,00</td><td>1</td></tr> <tr><td>19</td><td>3,06</td><td>0</td></tr> <tr><td>20</td><td>3,51</td><td>3</td></tr> </tbody> </table> <p>Observe que la unidad estadística es el recién nacido y se valoran las características: bajo peso al nacer y número de hermanos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Construya una distribución de frecuencias y el polígono de frecuencias correspondiente.</li> <li>• De acuerdo con la gráfica anterior, identifique el intervalo en el que se presenta la mayor concentración de niños.</li> <li>• Si tuviera que caracterizar el peso de estos niños por medio de un solo valor, ¿qué dato utilizaría? ¿Por qué?</li> </ul>	N.º	Peso	N.º herm.	1	3,33	1	2	3,09	2	3	2,72	2	4	3,04	1	5	3,95	0	6	3,36	0	7	3,36	1	8	2,92	0	9	2,69	2	10	3,74	1	N.º	Peso	N.º herm.	11	2,71	0	12	3,02	1	13	4,36	1	14	3,62	2	15	2,98	1	16	3,34	0	17	2,80	1	18	3,00	1	19	3,06	0	20	3,51	3
N.º	Peso	N.º herm.																																																																	
1	3,33	1																																																																	
2	3,09	2																																																																	
3	2,72	2																																																																	
4	3,04	1																																																																	
5	3,95	0																																																																	
6	3,36	0																																																																	
7	3,36	1																																																																	
8	2,92	0																																																																	
9	2,69	2																																																																	
10	3,74	1																																																																	
N.º	Peso	N.º herm.																																																																	
11	2,71	0																																																																	
12	3,02	1																																																																	
13	4,36	1																																																																	
14	3,62	2																																																																	
15	2,98	1																																																																	
16	3,34	0																																																																	
17	2,80	1																																																																	
18	3,00	1																																																																	
19	3,06	0																																																																	
20	3,51	3																																																																	

## 2.4 Campos temáticos

Ciclo	Relacionado a situaciones de cantidad	Relacionado a situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Relacionado a situaciones de forma, movimiento y localización	Relacionado a situaciones de gestión de datos e incertidumbre
VII	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Números racionales, propiedades, e irracionales.</li> <li>• Modelos financieros (tasa de interés simple y compuesto).</li> <li>• Problemas multiplicativos de proporcionalidad (mezcla, aleación, magnitudes derivadas).</li> <li>• Notación exponencial y científica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sucesiones.</li> <li>• Progresión geométrica.</li> <li>• Operaciones algebraicas.</li> <li>• Inecuaciones lineales.</li> <li>• Sistema de ecuaciones lineales.</li> <li>• Ecuaciones cuadráticas.</li> <li>• Funciones cuadráticas.</li> <li>• Función trigonométrica (seno y coseno).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prismas, cuerpos de revolución, poliedros, características, propiedades, área y volumen.</li> <li>• Polígonos regulares y compuestos, propiedades.</li> <li>• Círculo y circunferencia.</li> <li>• Triángulos, congruencia, semejanza, líneas y puntos notables.</li> <li>• Razones trigonométricas.</li> <li>• Teorema de Pitágoras, relaciones métricas.</li> <li>• Mapa y planos a escalas.</li> <li>• Transformaciones geométricas (considerando la homotecia)</li> <li>• Modelos analíticos recta, circunferencia y elipse.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Variables estadísticas.</li> <li>• Muestra.</li> <li>• Gráficos estadísticos.</li> <li>• Medidas de tendencia central.</li> <li>• Medidas de dispersión.</li> <li>• Medidas de localización.</li> <li>• Espacio muestral.</li> <li>• Probabilidad condicional.</li> <li>• Probabilidad de eventos independientes.</li> <li>• Probabilidad de frecuencias.</li> </ul>

# 3. Orientaciones didácticas

## 3.1 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

### 3.1.1 Prácticas en laboratorio de matemática

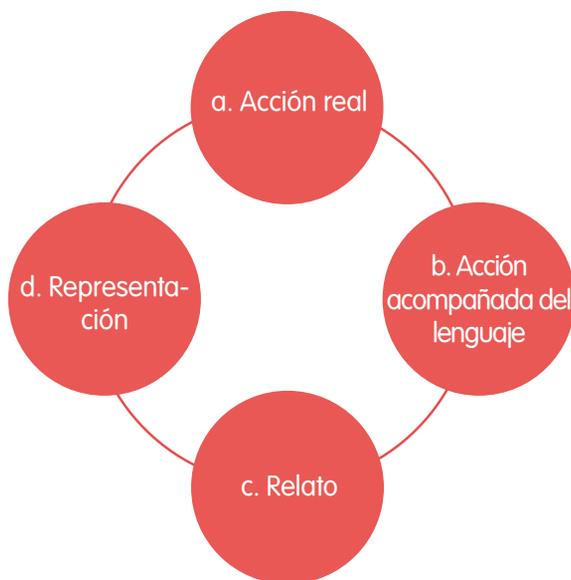


Las prácticas de laboratorio de matemática son entendidas como actividades que pueden realizar los estudiantes en la educación secundaria con materiales manipulables, que pueden ser físicos y virtuales. Físicos como el ábaco, regletas, tangram, bloques lógicos, geoplanos, multicubos, cuerpos geométricos, pentaminos, triángulos de Pascal, entre otros; y virtuales con computadoras y softwares educativos. Las actividades pueden abordar diferentes aspectos relacionados a los conocimientos de matemática, como los siguientes:

- Introducir nuevos conceptos.
- Corregir errores.
- Descubrir y/o comprobar propiedades.

Gaston Mirialet presenta una serie de fases para el logro de aprendizajes de la matemática relacionadas con la acción, el relato y el símbolo.

Fases:



## a. La acción real ejercida por el estudiante

No se refiere a la acción imaginada por el estudiante o narrada por el docente. En esta acción se requiere la manipulación del material didáctico, en la que se representen las operaciones y se logre su comprensión.

### Ejemplo

A continuación se muestra una actividad con materiales concretos:

- Hojas cuadriculadas
- Tiras de papel celofán de color amarillo y azul, y otros
- Regla
- Tijera

### Problema

La semana pasada y ésta, la temperatura en grados °C en Cerro de Pasco se representa por los siguientes intervalos:

$$\text{semana 1: } L_1 = [-2;6]$$

$$\text{semana 2: } L_2 = [1;8]$$

¿Cómo expresarías la temperatura de la semana pasada o de esta semana?

Usando una recta numérica, pega encima de ella una tira de papel celofán que exprese el intervalo de la semana 1. Repite similar situación para la semana 2.

Nota: Dibuja las características de representación de los intervalos en los extremos de las tiras (se pinta, según sea el caso, al interior de los círculos para expresar intervalos abiertos o cerrados).

## b. La acción acompañada del lenguaje

Cuando el estudiante está realizando acciones, aprende palabras y expresiones relacionadas con la matemática, necesarias para decir lo que hace.

### Ejemplo

- Dibuja el procedimiento que realizaste.
- ¿Qué subconjunto representa la tira del celofán verde?
- ¿Qué subconjunto representa la tira del celofán celeste?
- ¿Qué subconjunto representa el resultado de los dos colores?
- ¿Cómo expresarías la temperatura de la semana 1 o de la semana 2?
- Justifica tu respuesta usando las tiras de celofán.

## c. Relato

El estudiante llega a ser capaz de decir lo que hace. Así se inicia en el trabajo en un nivel abstracto.

### Ejemplo

Con los intervalos se realizan diversas operaciones como:

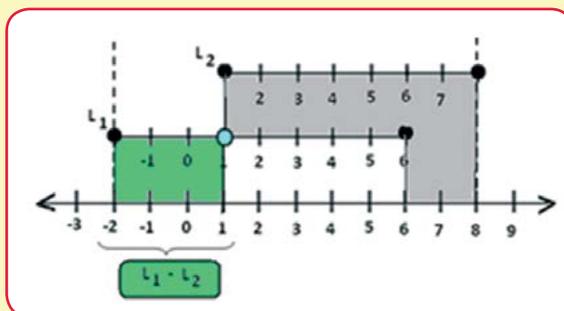
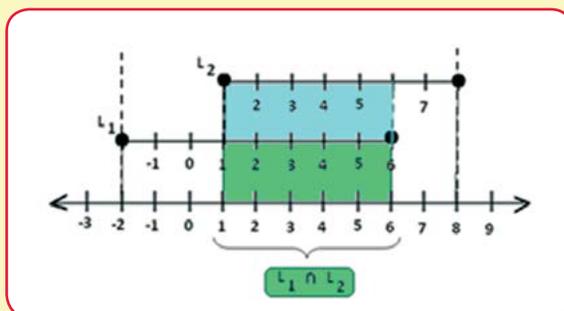
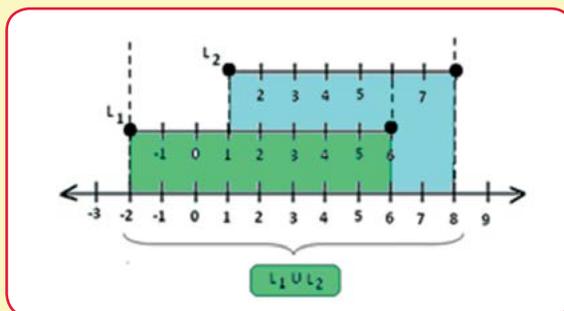
- Unión de intervalos: la unión de dos intervalos  $L_1 = [-2;6]$  y  $L_2 = [1;8]$  es el conjunto de números reales que pertenecen al menos a uno de los dos intervalos.
- Intersección de intervalos: la intersección de dos intervalos es el conjunto de los números reales que pertenecen a la vez a los dos intervalos.
- Diferencia de intervalos: la diferencia del intervalo  $L_1$  y  $L_2$  es el conjunto de los números reales que pertenecen al intervalo  $L_1$  y no pertenecen al intervalo  $L_2$ .

## d. Representación gráfica

Aquí las representaciones gráficas pueden, ante todo, ser muy concretas y luego irse alejando poco a poco de la realidad hasta llegar a convertirse en expresiones simbólicas.

### Ejemplo

Representa en tu cuaderno, en forma gráfica y usando colores, las siguientes acciones:



Representa en tu cuaderno, en forma gráfica y usando colores, las siguientes operaciones con intervalos:

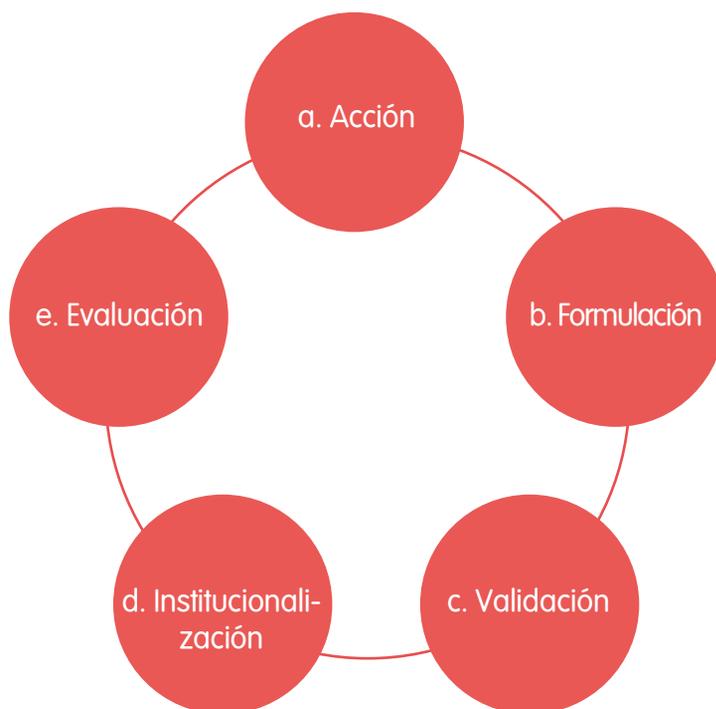
1.  $] -4 ; 9[ \cup [ 2 ; 10[$
2.  $[-3 ; 7[ \cap [ 7 ; 12[$
3.  $[-5 ; 3[ - ] -2 ; 1]$

## 3.1.2 Situaciones didácticas de Brousseau<sup>1</sup>

Una situación es didáctica cuando el docente tiene la intención de enseñar un saber matemático dado explícitamente y debe darse en un medio.

1. MINEDU (2007)

## Fases:



### a. Fases de acción

Esta fase involucra tanto aspectos cognitivos como cuestiones de índole práctica, ambos dirigidos a la solución de problemas que es preciso resolver en condiciones específicas.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"><li>• Expone la situación y las consignas, y se asegura que han sido comprendidas, si es necesario, parte de los conocimientos anteriores u "organizadores previos" mediante actividades especiales para este fin.</li><li>• Adopta el rol de un "coordinador descentrado" que interviene solamente como mediador de la búsqueda, pero se abstiene de brindar informaciones que condicionen la acción de los estudiantes.</li><li>• Aclara las consignas, alerta sobre obstáculos inexistentes agregados por los estudiantes.</li><li>• Señala contradicciones en los procedimientos, etc.</li><li>• Promueve la aparición de muchas ideas, pues esta fase es la más creativa y la que debe poner en juego la imaginación, la inventiva y la intuición.</li><li>• Propicia el intercambio entre los miembros del grupo, asegurándose de que el grupo no siga adelante sin antes tomarse el tiempo para la discusión de los acuerdos.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• En esta fase se plantea el problema, los estudiantes dan lectura y analizan los factores que definen al problema como tal, se identifican los datos, el propósito, la factibilidad de su resolución(es) y solución.</li><li>• Se imagina la situación apelando a sus saberes previos.</li><li>• Esta fase involucra tanto aspectos cognitivos como cuestiones de índole práctica, ambos dirigidos a la solución de problemas que es preciso resolver en condiciones específicas y con recursos limitados.</li></ul>

### Ejemplo

Un hombre cobró el cheque de su pensión. El cajero del banco se equivocó y le entregó tantos nuevos soles como centavos figuraban en el cheque y tantos centavos como nuevos soles le correspondía. De la suma recibida, el hombre dio cinco centavos a un mendigo y contó entonces el dinero: tenía en sus manos el doble del importe del cheque. ¿Cuál era la cantidad que aparecía en el cheque?

Familiarízate con la situación problemática y encuentra la solución adecuada.

## b. Fases de formulación

Se busca la adquisición de destrezas para la decodificación de los lenguajes más apropiados, y se mejora progresivamente la claridad, el orden y la precisión de los mensajes.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"><li>• Estimular a los estudiantes.</li><li>• Evitar que los estudiantes pierdan el hilo del proceso.</li><li>• Procurar que se organicen de modo que puedan diseñar y materializar la solución (seleccionar los materiales, las herramientas, dividir las tareas, etc.).</li><li>• Indicar las pautas para que los estudiantes utilicen los medios de representación apropiados.</li><li>• Sondear el "estado del saber" y los aspectos efectivos y actitudinales.</li><li>• Detectar procedimientos inadecuados, prejuicios, obstáculos y dificultades, para trabajarlos con los estudiantes, según convenga a su estrategia.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• En esta fase se obtiene el plan ordenando procedimientos, estrategias, recursos y el producto que resuelve los problemas.</li><li>• La solución del problema exige al estudiante explicitar los conocimientos en un lenguaje que los demás puedan entender. Para ello se utilizan medios convencionales de representación que permiten la comunicación.</li><li>• Se pone énfasis en el manejo de lenguajes muy variados, ya sea de tipo verbal, escrito, gráfico, plástico, informático o matemático.</li></ul>

### Ejemplo:

Se socializa la solución obtenida para la situación, esto es:

$x, y \Rightarrow$   $\boxed{x}$  representa el número de soles.  $\boxed{y}$  representa el número de centavos.  
 $x, y$ : figuraba en el cheque.

Luego:  $y, x - 0,05 = 2x + 2y$

Caso:  $50 < y \leq 99$ , entonces, se tiene:  
 $y + x - 5 = 2x + 1 + 2y - 100$

Luego:  
 $y = 2x + 1 \dots\dots\dots (1)$   
 $x - 5 = 2y + 100 \dots\dots\dots (2)$

Resolvemos (1) y (2), tenemos:  
 $x = 31 \wedge y = 63$

### c. Fases de validación

Es una fase de balance, expresión de resultados y de confrontación:

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"><li>• El docente estimula y coordina las pruebas, los ensayos, las exposiciones, los debates y las justificaciones.</li><li>• Absuelve las dudas y las contradicciones que aparezcan, señala procedimientos diferentes, lenguajes inapropiados, y busca que el consenso valide los saberes utilizados.</li><li>• En este momento crece el valor de las intervenciones del docente, que debe recurrir a las explicaciones teóricas y metodológicas necesarias de acuerdo con las dificultades surgidas.</li><li>• Esta es una buena oportunidad para tomar datos evaluativos y para introducir nuevas variantes de problematización.</li><li>• Coordina y resume las conclusiones que son clave para la sistematización de la próxima fase.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Los estudiantes verifican sus productos y resultados como parte de las situaciones mismas sin tener que recurrir al dictamen del docente.</li><li>• Las producciones de las situaciones son sometidas a ensayos y pruebas por sus pares en un proceso metacognitivo que se completa en la fase siguiente.</li></ul>

**Ejemplo:** Los estudiantes ponen a prueba sus diversas soluciones, discutiéndolas y haciendo que se adopte la mejor solución:

### d. Fases de institucionalización

Es esta fase se generaliza y se abstraen los conocimientos en base a los procedimientos realizados y resultados obtenidos:

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"><li>• El docente cumple un rol como mediador de códigos de comunicación.</li><li>• Explica, sintetiza, resume y rescata los conocimientos puestos en juego para resolver la situación planteada.</li><li>• Destaca la funcionalidad.</li><li>• Rescata el valor de las nociones y los métodos utilizados. Señala su alcance, su generalidad y su importancia.</li><li>• Formaliza conceptos y procedimientos matemáticos, contribuyendo a resignificar el aprendizaje en el contexto del estudiante.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• En esta fase el saber se descontextualiza y se despersonaliza para ganar el estatus cultural y social de objeto tecnológico autónomo, capaz de funcionar como herramienta eficaz en otras situaciones.</li><li>• Se explica y se redondea lenguaje matemático apropiado, avanzando en los niveles de abstracción correspondientes, formalizando conceptos y procedimientos matemáticos, contribuyendo a resignificar el aprendizaje en el contexto global del estudiante.</li></ul>

**Ejemplo:** Se establece en generalizaciones para estos casos particulares y se refuerzan los contenidos de: números decimales, relaciones de orden en  $\mathbb{R}$ .

### e. Fases de evaluación

Se plantea el escenario de una nueva secuencia articulada con los temas aquí tratados para no aislar la secuencia didáctica de la unidad y planificación anual. En esta fase se realiza la autoevaluación del estudiante y la coevaluación entre pares como instancias de aprendizaje: aprendizaje y evaluación como proceso recursivo.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El seguimiento del docente desde la aparición de los primeros borradores y bocetos hasta el producto final como forma de evaluar el desempeño del estudiante.</li> <li>• Puede presentar algunos trabajos adicionales con el propósito de obtener más datos evaluativos y permitir la transferencia y la nivelación.</li> <li>• Anticipa una nueva secuencia articulada con los temas y/o contenidos tratados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En esta fase se realiza la autoevaluación del estudiante y la coevaluación entre pares como instancias de aprendizaje y evaluación como proceso recursivo.</li> <li>• Observamos que el estudiante traduce la situación, interpreta, realiza representaciones simbólicas, discute sus supuestos en su equipo, se comunica, socializa sus resultados, encuentra el error en el compañero, refuta y generaliza superando los errores y el modelo intuitivo instalado.</li> </ul>

**Ejemplo:** Se pone en práctica la autoevaluación y coevaluación, y se inicia el estudio de la solución de ecuaciones en  $R$ .

### 3.1.3 Planteamiento de talleres matemáticos

El taller de matemática adquiere una característica especial y no pretende ser una sesión de aprendizaje. El taller tiene la característica de desplegar las competencias y capacidades ya desarrolladas por los estudiantes en los grados respectivos, en ese sentido la relación entre el estudiante y el docente tendrá una excepcional característica.

Fases del taller matemático	Características
Familiarización	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se desarrolla en un clima de motivación y confianza en los estudiantes.</li> <li>• Se presentan problemas con un nivel de desarrollo elemental, la intención es que los estudiantes reconozcan el desarrollo de competencias y capacidades.</li> </ul>
Problema de traducción simple	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes son expuestos a un problema no típico y se asegura que lo entiendan.</li> <li>• Los estudiantes son expuestos a interrogantes que requieren emplear operaciones y conceptos básicos desarrollados previamente.</li> <li>• El docente adopta un rol de coordinador, intervienen solo como mediador.</li> <li>• Los estudiantes desarrollan sus propios procesos.</li> <li>• Coordinan y resumen sus conclusiones.</li> </ul>
Problema de traducción compleja	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A partir de plantear otro problema no típico.</li> <li>• Los estudiantes se enfrentan a problemas que implican más de dos etapas y que movilizan estrategias heurísticas.</li> <li>• Los estudiantes explican y sintetizan los planteamientos elaborados.</li> <li>• Valoran las competencias y capacidades desarrolladas.</li> </ul>
Problemas de interpretación, aplicación y valoración.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se presentan problemas con características de ser complejos y abiertos.</li> <li>• Se propicia el intercambio entre los estudiantes.</li> <li>• Los estudiantes explican y sintetizan los planteamientos elaborados.</li> <li>• Valoran las competencias y capacidades desarrolladas.</li> </ul>

Familiarización

Problema de traducción simple

Problema de traducción compleja

Problemas de interpretación, aplicación y valoración.

Esta propuesta debe ir de acuerdo a las características de los estudiantes. El docente puede considerar conveniente trabajar de forma progresiva en el año escolar.

La empresa "Tierra Firme" ganó un proyecto de obra en el que se realizará la construcción de un pozo de forma cilíndrica. Al momento de elaborar los planos, ha decidido que necesita excavar 50 metros de profundidad con un diámetro de 2,7 m. La excavadora extrae  $9 \text{ m}^3$  por hora. Una vez terminada la excavación, un camión, que puede hacer cuatro viajes por hora, se encarga de retirar la tierra en su contenedor de  $500 \text{ cm} \times 250 \text{ cm} \times 150 \text{ cm}$ . Por cada hora, el operario de la excavadora gana  $\$/.60$  y el chofer del camión,  $\$/.30$ .  
¿Cuánto se gasta en el salario del operario de la excavadora?

Ejemplo de problema de traducción simple

Supongamos que se tiene un medidor de agua que expresa la cantidad consumida en  $\text{m}^3$  y  $\text{dm}^3$ . La familia Sotil ha consumido  $14 \text{ m}^3$  y  $21 \text{ dm}^3$  de agua durante el mes de enero. La empresa de servicio de agua potable y alcantarillado tiene una tarifa, según el consumo durante el mes, con los siguientes precios:

¿Cuánto tienen que pagar por el consumo realizado el mes de enero?

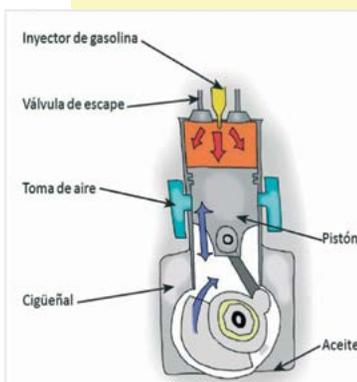
	Tarifa $\$/.$ por $\text{m}^3$
De 0 a $10 \text{ m}^3$	0,94
De 10 a $25 \text{ m}^3$	1,091
De 25 a $50 \text{ m}^3$	2,414
De $50 \text{ m}^3$ a más	4,095

Problema de traducción compleja

La energía generada por el motor hace que las ruedas de un vehículo giren y, por ello, este se mueve. Los motores usuales son los de combustión interna, donde el combustible (la gasolina) se quema dentro de los cilindros (en la cámara de combustión). Es frecuente leer, en la parte trasera de los vehículos, datos como los siguientes: 1,3 litros; 1,6 litros; 2,0 litros; 4,0 litros; 16 litros, entre otros.

En los cuadernos de trabajo Resolvamos 1 y 2, encontrarás actividades como estas.

Los números se refieren a la cilindrada del vehículo, esto es al volumen útil de los cilindros. Por ejemplo, un vehículo tiene las siguientes especificaciones técnicas en su manual:



Componente	Especificaciones técnicas
Motor	1,6 l
Cilindros	4 en línea
Válvulas	2 por cilindro
Diámetro de los cilindros	82,07 mm
Carrera	75,48 mm
Cilindrada	$1597 \text{ cm}^3$

Problemas de interpretación, aplicación y valoración.

El volumen está expresado en  $\text{cm}^3$ ; sin embargo, el motor indica 1,6 litros. ¿Cumple con esta característica?

## 3.2 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

### 3.2.1 Aprendizaje basado en problemas de modelación matemática

En los últimos años, las investigaciones en didáctica de la matemática dan cuenta de que uno de los temas que ha concitado la atención es el diseño de actividades matemáticas basado en la modelización de situaciones reales y de las ciencias, transformándose en “una vía prometedora tanto para enfrentar las dificultades y deficiencias como para elevar la calidad de los aprendizajes matemáticos” (Aravena 2002: 66). En diferentes países y condiciones, su inclusión en el currículo ha permitido desarrollar capacidades de tipo cognitivas, metacognitivas y de formación transversal que ayudan a comprender el rol de la matemática en una sociedad moderna (Niss 1993; Keitel 1993; Abrantes 1994; William & Ahmed 1997; Alsina 1998; Blomhoj 2000; Aravena 2001; Gómez 2002).



Considerar esta estrategia para el desarrollo de aprendizajes matemáticos en contextos reales, la oportunidad de relacionarlos e integrarlos con otros aprendizajes, como ciencias, comunicación y otros.

Esta estrategia consiste en entregar a los estudiantes un problema vinculado a una situación en contextos diversos, y a partir de ello desarrollar un modelo matemático. Esto permite debatir entre los estudiantes puntos de vista matemático respecto de la situación. Permite a los estudiantes llegar a un planteamiento de equipo, estar seguros y tener un sentido funcional de los conocimientos matemáticos al resolver el problema.

Por otro lado, prepara a los estudiantes para afrontar retos en diversos espacios; esto debido a que comúnmente nos enfrentamos a problemas cuya solución no se da espontáneamente, sino que es el resultado de reconocer relaciones, regularidades y propiedades matemáticas asociadas a la realidad.

#### Importante

- Para ampliar estudios respecto a las funciones se recomienda visitar: Aspectos metodológicos en el aprendizaje de funciones en secundaria [http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s2\\_f3.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f3.pdf)
- Aspectos metodológicos en el aprendizaje del álgebra en secundaria [http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s2\\_f2.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f2.pdf)
- Resolución de ecuaciones en secundaria [http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s3\\_f4.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f4.pdf)

## Fases:



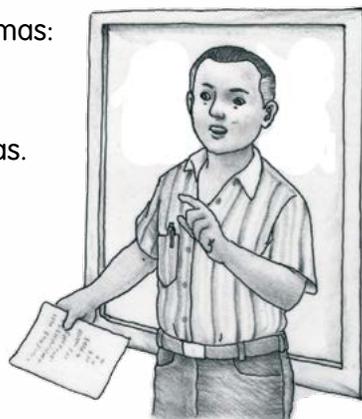
### a. Reconocer un problema muy vinculado a la realidad

Esto implica reconocer un problema planteado por el docente o por un equipo de estudiantes; este debe ser muy general y estar libre de tantos datos como sea posible, ya que en las etapas posteriores el estudiante examinará y recogerá lo que se necesita.

De preferencia, este tipo de problemas deben ir asociados a imágenes o a material referencial concreto que los lleve a vincularlos con contextos de su entorno.

Se recomienda plantear los siguientes tipos de problemas:

- Situación de problemas realistas.
- Problemas de traducción compleja de varias etapas.



### Ejemplo:

Tener cercos vivos permite no solo mantenerlos a una altura que admita que los entornos se vean cuidados, bellos y ordenados, sino que además ofrece ventajas sobre la seguridad y salud.

La ligustrina es un tipo de arbusto de cerco vivo que alcanza una altura de casi 3 metros; deben situarse tres plantas por metro lineal. Se puede podar en forma recta, de ese modo, el cerco vivo estará rígido. Una mejor forma de podar es como prismas rectos, a fin de que el sol pueda llegar a la base.



<http://www.flordeplanta.com.ar/disenio-jardin/cerco-vivo-opciones-especies-y-plantas-mas-aptas/>

Es importante que el estudiante se familiarice con la situación y lo haga suyo. Para ello debe de conocer a grandes rasgos el hecho o fenómeno que se presenta. Así el estudiante entenderá el valor funcional del conocimiento matemático, en este caso relacionado a la función cuadrática.

Un jardinero corta la ligustrina de modo que este tenga una altura de 120 cm. Bajo estas condiciones, la planta comenzará a crecer rápidamente, la velocidad de crecimiento irá disminuyendo hasta lograr una altura máxima, al cabo de 90 días. Suponga que el crecimiento de la ligustrina se ajusta a un modelo cuadrático, y que se sabe que cuando han pasado 45 días, el cerco tiene una altura de 2,55 metros.

- Determine la expresión que modela la altura del cerco vivo en función del tiempo.
- Suponga que usted llega a un lugar cuyo cerco es cortado en un lapso de dos meses. Grafique el comportamiento de la altura en esta situación.

### b. Concretar una finalidad problemática y reconocer cómo resolverla

Es recomendable que los estudiantes identifiquen los datos y relaciones que están presentes en la situación planteada.

Por tratarse de un problema real, muchas veces vamos a encontrar términos que deben ser relacionados con expresiones y conceptos matemáticos. Por ejemplo, el crecimiento de la planta está vinculado a una situación de variación (en términos matemáticos, una función).

Es recomendable proponer a los estudiantes:

- Hacer una lista de los términos, expresiones o datos que encuentran en la situación.
- Desarrollar una lluvia de ideas; en este caso, anotamos en la pizarra las variables.
- En los grupos de trabajo, se van encontrando y generando preguntas que permitan incluir aquellos datos relevantes que no hayan sido considerados.
- Organizarse en grupos de trabajo, de tal forma que se permita:
  - Elaborar la lista de términos, expresiones, datos.
  - Considerar o eliminar la información de la lista desarrollada.
  - Establecer relaciones en la información, a fin de reconocer la resolución del problema.

A continuación, ejemplificamos a partir del caso anterior:

### Ejemplo:

- Hacer una lista de términos, expresiones o datos que reconocen en la situación presentada.
- Seleccionar y relacionar entre los términos, expresiones o datos que consideren que dan solución al problema planteado.

Por ejemplo de la situación:

- Cerco vivo
- Altura de la planta de 2 metros
- Recomendable tres plantas por metro lineal.
- Podar en forma recta.
- Podar el cerco en forma de prisma recto
- Jardinero corta la planta a una altura de 120 cm
- Altura de la planta en 45 días, de 2,25 m
- Altura máxima de la planta en 90 días
- ¿Cuál será la altura de la planta a los 45 días, 50 días y 90 días?
- ¿Cómo te puede ayudar esta información para dar solución al problema?

Trabajando en equipos, los estudiantes reconocerán ideas, planteamientos; discutirán, llegarán a acuerdos para determinar qué parte de la información mostrada es relevante para resolver la situación.

Este tipo de interrogantes orientan a los estudiantes a establecer relaciones entre los datos considerados relevantes.

### c. Hacer suposiciones o experimentar

Es la parte más valiosa y no debe ser apresurada. Consiste en plantear cómo varían los datos respecto de las condiciones que intervienen y luego tratar de simplificar o modificar la lista. En esta etapa se hace evidente que existe la necesidad de obtener cierta información para constituir las condiciones esenciales del problema. Esta información se puede obtener también a partir de actividades de simulación y experimentación para obtener datos y relaciones entre ellas.

### Importante:

Las calculadoras estimulan la actividad matemática. Mediante el empleo de esta herramienta, los estudiantes tienen mayores posibilidades de tomar decisión, discutir con mayor libertad, etc. Incluso, aumentan la motivación de los niños por la matemática (Fielker 1986). Se descarta así la creencia de que la calculadora reduzca la comprensión matemática por parte de la persona que la emplea. (Cockcroft 1982).

Se recomienda visitar: Uso de los recursos tecnológicos en el aprendizaje del matemática

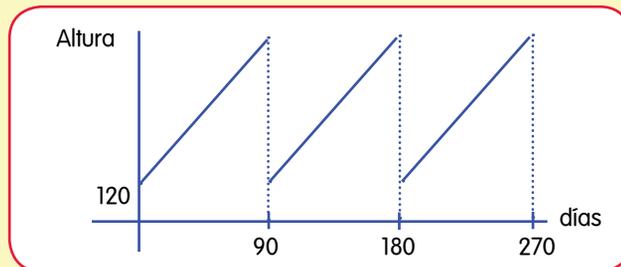
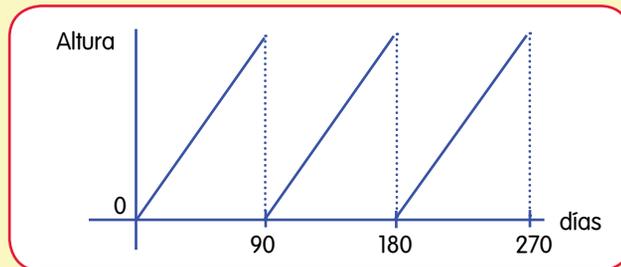
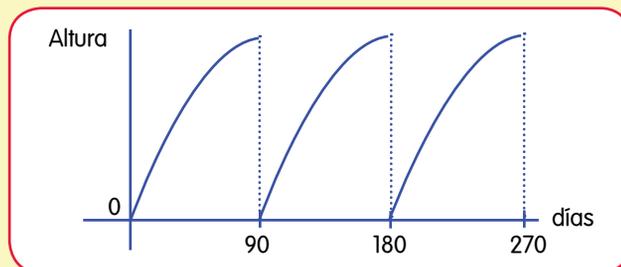
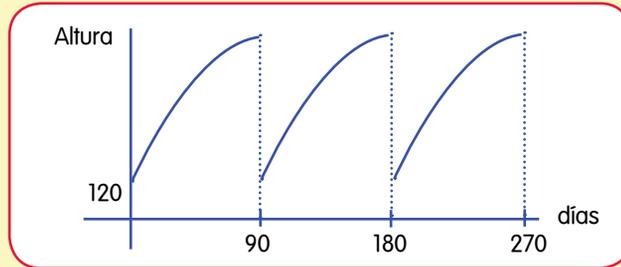
[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s1\\_f6.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s1_f6.pdf)

### Ejemplo:

- Sin usar un instrumento o recursos adicionales, ¿cómo crees que sería el comportamiento del crecimiento de la planta y su corte periódico?

Los estudiantes expresarán variadas formas de representación, en las que se reconocerán diversas formas de interpretar los datos:

Este planteamiento orienta a los estudiantes a exponer sus creencias y saberes respecto de la situación de variación (crecimiento de la planta en un periodo de tiempo) mostrada.



El proceso de modelación matemática tiene como punto central, estimular la investigación y la creatividad. Por ello se debe dar cierto grado de libertad al estudiante en este proceso.

### d. Realizar la formulación matemática

A partir de los supuestos planteados por los estudiantes, ellos expresan relaciones matemáticas constituidas en modelos.

Si en la clase se decide por un modelo que no coincide con el previsto por el docente, este tiene la opción de intervenir y orientar el proceso o esperar hasta el final para compararlo con el realizado por los estudiantes.

### Ejemplo:

- Para la primera pregunta se dan tres datos sobre la altura de la planta:
  - Recién cortado
  - Al cabo de 45 días
  - Al cabo de 90 días
- A partir de los supuestos planteados, reconocen que la función que describe el comportamiento de la planta es una función cuadrática.

$$f(t) = at^2 + bt + c, \quad \text{con } a \neq 0$$

$$\begin{aligned} \text{Cuando } t = 0, \quad f(0) = 120 &\Rightarrow a(0)^2 + b(0) + c = 120 \\ &\Rightarrow c = 120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cuando } t = 45, \quad f(45) = 255 &\Rightarrow a(45)^2 + b(45) + 120 = 255 \\ &\Rightarrow 2025a + 45b = 135 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cuando } t = 90, \quad f(90) = 300 &\Rightarrow a(90)^2 + b(90) + 120 = 300 \\ &\Rightarrow 8100a + 90b = 180 \end{aligned}$$

- Reconocido un sistema de ecuaciones, verifique que las aproximaciones que efectúan los estudiantes sean convenientes, recordando que con ello la solución no es exacta.

### e. Validación de la solución

En este momento, los modelos, junto con los supuestos que se asignan a ellos, deben ser confrontados con datos. Los grupos de trabajo comparan sus soluciones o previsiones. Es un espacio para aceptar o no los modelos propuestos.

Después de la obtención de sus soluciones, los estudiantes se dirigen de nuevo al problema. Ellos deben comprobar para asegurarse de que han contestado el problema dentro de los supuestos que han hecho.

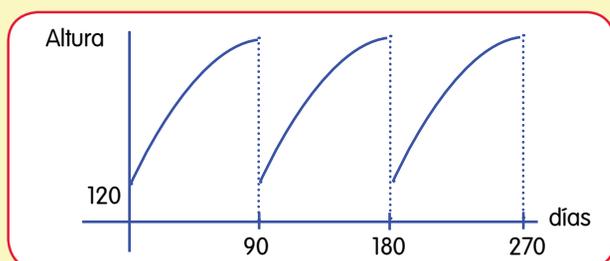
Este es un paso importante para ayudar a los estudiantes a que se den cuenta de que las soluciones a los problemas se ven limitadas por el contexto.

Algunos factores relacionados con el problema original pueden causar rechazo o aceptación de modelos. Ante la negativa, la solución es volver a los datos iniciales del experimento, y reanudar el proceso.

### Ejemplo:

Para esta actividad, es importante que los estudiantes reconozcan que:

- La función tiene un coeficiente de posición distinto de cero (se observa que  $c = 120$  cm), por lo que el origen del sistema no está en el inicio del crecimiento de la planta (altura igual a 0), sino a partir del corte realizado por el jardinero.
- Es importante hacer un diagrama de la trayectoria del crecimiento de la planta.



Este planteamiento orienta a los estudiantes a exponer sus creencias y saberes respecto de la situación de variación (crecimiento de la planta en un periodo de tiempo).

### 3.2.2. El juego como fuente de aprendizaje de la matemática

Cuando se utilizan los juegos en las clases de matemática, se consideran las siguientes ventajas.

- Rompen la rutina, evita el aprendizaje tradicional.
- Desarrollan las capacidades particulares de los estudiantes hacia la matemática, ya que aumentan la disposición al aprendizaje.
- Fortalecen la socialización entre estudiantes, así como con sus docentes.
- Refuerzan la creatividad de los estudiantes.
- Promueven el espíritu crítico y autocrítico, la disciplina, el respeto, la perseverancia, la cooperación, el compañerismo, la lealtad, la seguridad, la audacia, la puntualidad, entre otros valores y actitudes.
- Propician el compañerismo, el gusto por la actividad y la solidaridad.

A partir de un medio natural, como es el juego, se pretende llegar a la abstracción de cuestiones matemáticas; mediados en primera instancia por la sensación, percepción e intuición; para luego, con la lógica del pensamiento, llegar a comprender ideas matemáticas. Este proceso tan delicado, mediado por el docente, es el que se consigna en las siguientes fases, según Zoltan Dienes:

Fases:



#### a. Adaptación

A esta etapa corresponden los juegos libres o preliminares, como actividades "desordenadas", sin objetivo aparente; ello permite que el estudiante interactúe de forma abierta con objetos concretos, los explore y encuentre satisfacción en la actividad misma, de donde surge la adaptación para las etapas posteriores.

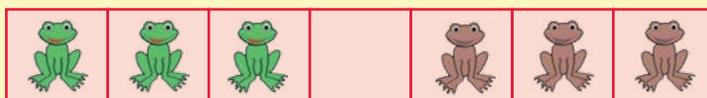
## b. Estructuración

Resultado de la manipulación abierta. La actividad conduce al mayor número de experiencias para comprender las reglas del juego (restricciones). Sin embargo, una característica de esta etapa es que se reconoce la ausencia de claridad de las condiciones del juego.

Incluye la percepción de enunciados, así como del propósito del juego y el uso de reglas establecidas.

### Ejemplo: Juego “La rana saltarina”

- Se trata de un juego de tipo solitario, para un solo jugador.
- Se parte de una tira de papel dividida en siete casillas.
- La posición inicial es la indicada con tres fichas azules y tres rojas colocadas como en la figura.
- El objetivo del juego es permutar las posiciones de las fichas verde y marrón. Es decir, las verdes han de pasar a ocupar las posiciones de las marrones y viceversa.
- Para ello son válidos los siguientes movimientos:
  - Una ficha puede moverse a un lugar contiguo, si este está vacío.
  - Una ficha junto a otra de distinto color puede saltar por encima de ella si el salto (por encima de una sola ficha) lo lleva a una casilla vacía.
  - Son válidos tanto los movimientos hacia atrás como hacia adelante.



## c. Abstracción

En esta etapa, los estudiantes reconocen la estructura común que está presente en los juegos y se deshacen de los aspectos carentes de interés. Aquí, se interioriza la operación en tanto relaciona aspectos de naturaleza abstracta.

Asimismo, los estudiantes establecen conexiones con otros juegos o experiencias parecidas, básicamente se hace explícita la estrategia que conducirá todo el juego; para tal propósito es recomendable plantear algunas interrogantes que ayudarán en esta sección, por ejemplo:

¿Puedes usar ahora la misma estrategia del juego para realizar el nuevo juego planteado?

¿Puedes resolver al menos parte del juego? ¿Lo puedes hacer en circunstancias especiales, suponiendo por ejemplo que hubieras conseguido superar una etapa inicial? Supón que se te pide un poco menos, ¿puedes entonces?

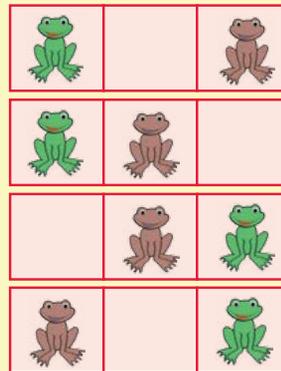
- ¿Puedes tratar de recorrerlo hacia atrás? ¿Puedes pensar desde aquí en alguna pista?
- Introduce tú mismo modificaciones en las reglas, en las condiciones, tratando de sacar alguna luz de estas modificaciones.

**Ejemplo:**

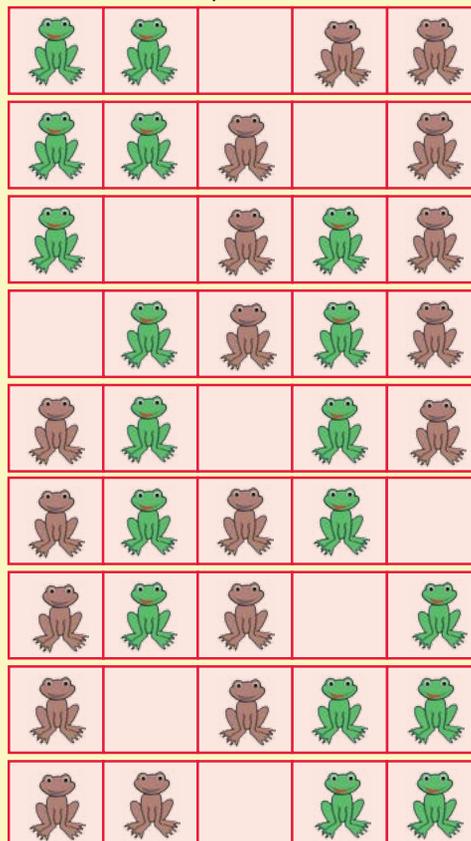
- Por ejemplo para resolver este juego se puede modificar sus condiciones. Se requería que fueran 6 fichas (en dos colores diferentes) y en una tira de papel lineal de 7 secciones.
- ¿Qué pasa si consideramos 2 a 4 fichas en una tira de papel lineal de 3 y 5 secciones?

A partir de actividades como esta el estudiante tiene oportunidades para indagar, experimentar a partir de las características y condiciones del juego.

2 fichas y 3 secciones



4 fichas y 5 secciones





## e. Descripción de las representaciones

Es donde se nombran y se explican las propiedades de la representación con el lenguaje propiamente matemático del procedimiento u operación, introduciendo el lenguaje simbólico de la matemática. Se pueden plantear consignas como las siguientes para orientar al estudiante:

- Trata de localizar la razón del éxito de tu estrategia.
- Trata de entender, a la luz de tu solución, qué lugar ocupan las condiciones y reglas del juego.

Asimismo, se recomienda plantear interrogantes que impliquen conflictos y desafíos a los estudiantes; por ejemplo, Javier afirma que la relación del número de cuadrados lineales con el número de ranas de cada color está en función lineal, es un tipo de interrogante que moviliza a que los estudiantes argumenten si esta afirmación es cierta o no. En este proceso los estudiantes lo representarán en una gráfica.

### Ejemplo:

- Registra los movimientos realizados en la siguiente tabla:

N.º de cuadrados lineales	N.º de ranas de cada color	N.º movimientos mínimos
3	1	3
5	2	8
....	....	

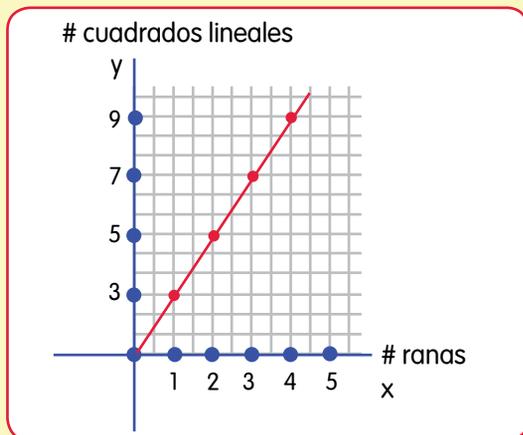
- Cómo podemos generalizar los movimientos realizados en la siguiente tabla.

N.º de cuadrados lineales	N.º de ranas de cada color	N.º movimientos mínimos
$1 + (1+1)$	1	$4 - 1 = 2^2 - 1 = 3$
$2 + (2 + 1)$	2	$9 - 1 = 3^2 - 1 = 8$
$3 + (3 + 1)$	3	$16 - 1 = 4^2 - 1 = 15$
....	....	....
$n + (n+1)$	n	$(n+1)^2 - 1$

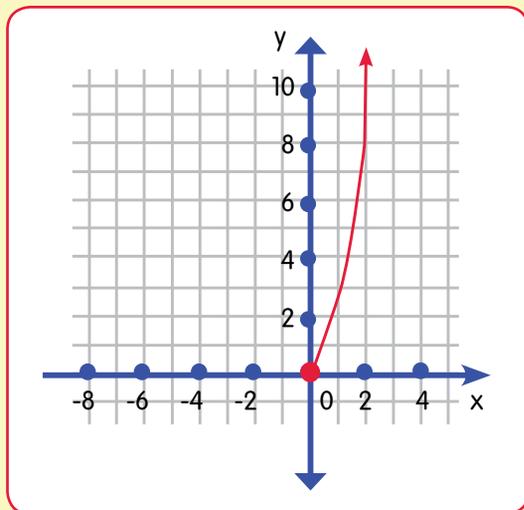
Los estudiantes del VII ciclo aprenderán que los patrones se pueden representar y analizar matemáticamente. Para ello se organiza por categorías (agrupar ordenadamente datos en razón de categorías), con tablas, gráficas, reglas verbales y simbólicas, de modo que permita explorar algunas relaciones lineales y no lineales.

### Ejemplo:

- Qué tipo de relación encuentras entre el número de ranas de cada color y el número de cuadrados lineales.



- Jaime afirma que de la relación entre el número de ranas de cada color y el número de movimientos mínimos expresada en una forma gráfica, se obtendría una línea oblicua. ¿Qué opinas?



Los estudiantes deberán tener oportunidad de profundizar en la comprensión de las relaciones y funciones que emergen de estas regularidades y de ampliar su repertorio de funciones conocidas por ellos (función lineal).

A partir de esta situación, el estudiante puede explorar el comportamiento de las funciones, esto se puede dar con el uso de herramientas tecnológicas.

### f. Formalización o demostración

En este momento, el estudiante es capaz de exponer lo aprendido de manera segura y de forma convencional; al mismo tiempo, tiene la facultad de explicar cada uno de los procesos anteriores.

- ¿Cuáles son los valores numéricos en los que se cumplen las condiciones del juego?
- A partir de ello, cuál es la expresión algebraica que más se ajusta a las características del juego con sus restricciones.

Promover la discusión ayudaría a los estudiantes a ver las características y limitaciones del juego.

### 3.2.3 Empleo de la cruz demostrativa

Los organizadores visuales, en este caso la cruz demostrativa, son recursos que posibilitan la estructuración de conocimientos, procedimientos para una exposición o discusión, para determinar la validez o no de una situación matemática.

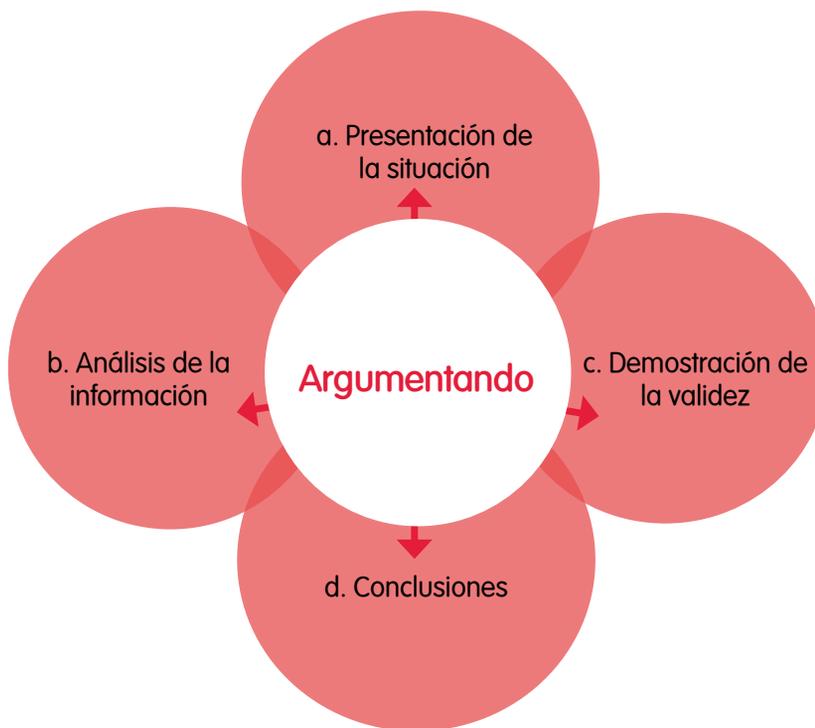
Esta estrategia tiene como finalidad que los estudiantes, al analizar la información, identifiquen el carácter de verdad de una proposición; es decir, la validez o no de las relaciones de la situación matemática analizada, y a través de razonamientos inductivos y deductivos logren dar razones suficientes que lo justifiquen; luego expresarán una conclusión mediante el lenguaje verbal y el lenguaje matemático.

En este proceso se van a relacionar datos, siguiendo las reglas del pensamiento crítico, para obtener información nueva.

#### Fases:

- a. Presentación de la situación: en este paso se dará lectura a la información explícita e implícita en un texto continuo o discontinuo.
- b. Análisis de la información: los estudiantes en este paso elaboran conjeturas y respuestas a las preguntas del problema; es decir, exploran la situación y extraen nuevos conocimientos y relaciones.
- c. Demostración de la validez: los estudiantes responden a la pregunta. En este paso se aborda la identificación de elementos de la situación matemática presentada para establecer relaciones. Se anticipa una respuesta, se generan secuencias de procesos y se contrastan con las respuestas a las siguientes preguntas: ¿Qué estoy tratando de probar? ¿Qué haría primero para demostrar?
- d. Conclusiones: Los estudiantes aquí expresan sus respuestas, sus transformaciones de una representación a otra, tratando de probar el carácter de verdad de una proposición justifican respondiendo a la pregunta central.

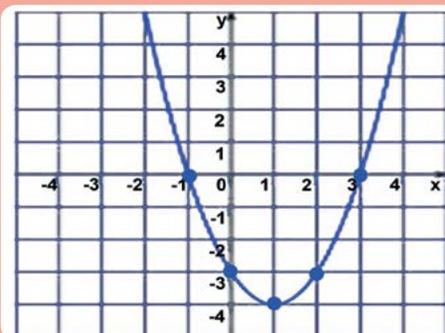
La estrategia se debe realizar de forma permanente, hasta promover un hábito en el estudiante para analizar la información contenida en un problema, de tal forma que el estudiante estará facultado para justificar validez de sus procedimientos y conclusiones.



**Ejemplo:**

**Presentación de la situación**

¿La expresión algebraica  
 $f(x) = x^2 - 2x - 3$  corresponde a la gráfica?



Análisis de la información  
 ¿Por qué creo que sí?  
 ¿Por qué creo que no?

Argumentando

Demostración de la validez  
 o de la falsedad  
 ¿Qué estoy tratando de  
 probar?  
 ¿Qué haría primero para  
 demostrar que la expresión  
 algebraica  
 $f(x) = x^2 - 2x - 3$  corresponde  
 a la gráfica?

¿Cuál es mi conclusión?

### a. Presentación de la situación

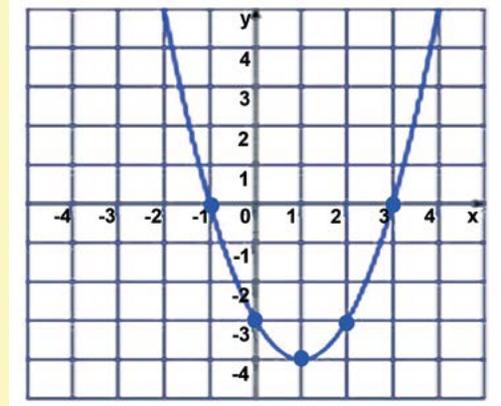
¿La expresión algebraica  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  corresponde a la gráfica?

### b. Análisis de la información

¿Por qué sí? ¿Por qué no?

### c. demostración de la validez

- ¿Qué estoy tratando de probar?
- ¿Qué harías primero para demostrar que la expresión algebraica  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  corresponde a la gráfica?
- ¿La gráfica de la ecuación pasa por el eje x, en esos puntos  $y = 0$ ?
- ¿Cuáles son esos puntos?
- ¿Por qué los puntos x son soluciones de la ecuación?  $(-1,0)$   $(3,0)$
- ¿Es correcto anotar la expresión  $x = -1$   $x = 3$ ?
- ¿Cómo puedes expresar estas ecuaciones en factores?
- ¿Podrías multiplicar estos dos factores? ¿Por qué se obtiene la ecuación cuadrática?  
 $(x+1)(x-3) = 0$
- ¿Por qué multiplicamos por "a" la expresión anterior?  
 $a(x+1)(x-3) = 0$  :
- ¿Qué podrías decir de la expresión: Cuando x vale 1, y vale -4?



### d. Arribando a la conclusión

- Ahora nuestra ecuación se convierte en función: así:

$$f(x) = a(x+1)(x-3)$$

¿Por qué será lo mismo decir  $y = a(x+1)(x-3)$  que  $f(x) = a(x+1)(x-3)$ ?

¿Cómo puedes reemplazar valores,  $x = 1$  y  $y = -4$  para hallar el valor de a?

$$-4 = a(1+1)(1-3)$$

$$-4 = -4a$$

$$a = -4/-4 \Rightarrow a = 1$$

¿Cuál es la función cuadrática?

- La función cuadrática es:  $f(x) = 1(x+1)(x-3)$

Si multiplicas los factores o efectúas operaciones la función es:

- $f(x) = (x+1)(x-3)$

$$f(x) = (x^2 - 2x - 3)$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

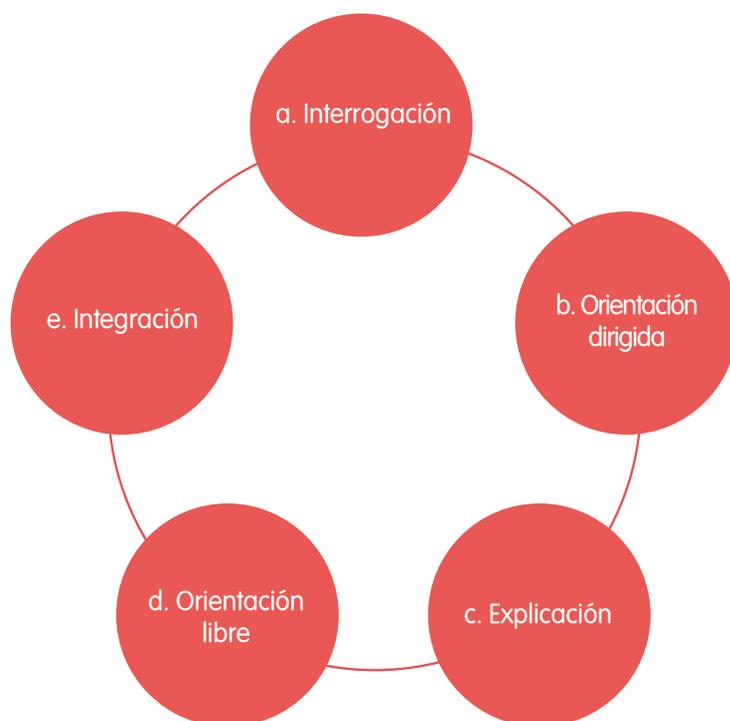
Por lo tanto, la gráfica si corresponde a la función  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ .

## 3.3 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma y movimiento

### 3.3.1 Modelo de Van Hiele para el aprendizaje de la geometría

El modelo de enseñanza de Van Hiele marca la pauta que se debe seguir en el aprendizaje de la geometría. El modelo explica, al mismo tiempo, cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y cómo es posible ayudarlos a mejorar la calidad de su razonamiento. El modelo consta de una serie de etapas de razonamiento que permiten analizar el aprendizaje de la geometría. Así como de niveles de razonamiento (los que están graduados curricularmente en los indicadores de los grados).

Fases:

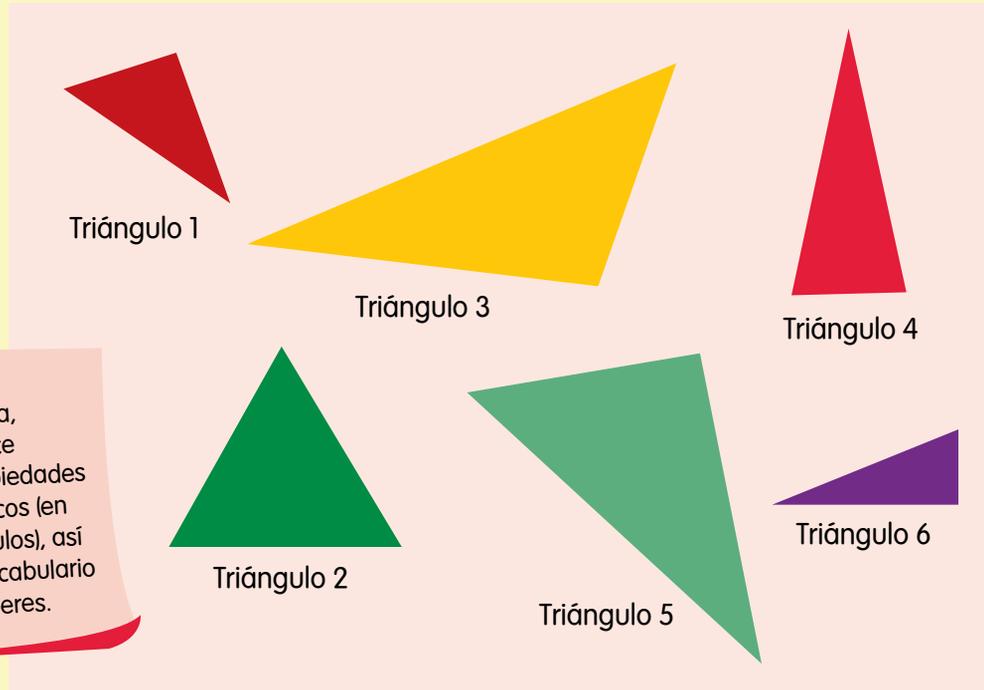


#### a. Interrogación

En esta etapa el docente y los estudiantes conversan sobre los conocimientos aprendidos. Mediante preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los estudiantes y el camino a seguir en las actividades siguientes. Se reconoce, hacen observaciones y se introduce un vocabulario específico de la geometría para el grado. El docente se informa del conocimiento previo que tienen los estudiantes sobre el tema.

Ejemplo:

Observen los siguientes triángulos:



A partir de actividades como esta, el estudiante reconoce características y propiedades de objetos geométricos (en este caso de triángulos), así como maneja un vocabulario respecto de sus saberes.

1. ¿Qué tipo de triángulos observas?
2. ¿Cuánto miden los lados de los triángulos?
3. ¿Cuál es el lado más grande de cada triángulo?
4. Si el ángulo más grande de un triángulo es agudo, este triángulo se llama agudo.
5. Define un triángulo rectángulo y un triángulo obtuso.
6. Miriam observa una propiedad geométrica: en un triángulo, a mayor lado mayor ángulo. En qué triángulos se puede aplicar esta propiedad.

### b. Orientación dirigida

Los estudiantes exploran el tema de estudio con materiales que el docente ha secuenciado cuidadosamente. Aquí la capacidad didáctica del docente se va a necesitar, debido a que debe plantear una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los estudiantes descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc., las ideas, conceptos, propiedades o relaciones que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel. Se recomienda dividir la clase en grupos de trabajo, con la intención de que cualquier estudiante que no sepa abordar la situación planteada pueda ser ayudado directamente por algún miembro del grupo.

**Ejemplo:**

6. Midan la longitud de los lados de cada triángulo que encontraron y anoten las medidas (como A, B, C), en la siguiente tabla.

Triángulo	Medidas de los lados		
	A	B	C (lado mayor)

7. Utilicen las medidas de los lados de cada triángulo para completar la siguiente tabla.

Triángulo	Medidas de los lados			
	$A^2$	$B^2$	$A^2+B^2$	$C^2$

8. ¿Qué relación observan entre los resultados obtenidos a partir de las medidas de los lados de los triángulos rectángulos?
9. ¿Se cumple la relación que encontraste en los triángulos rectángulos?

La geometría proporciona un rico contexto para el desarrollo del razonamiento inductivo y el deductivo, permite que los estudiantes formulen y confirmen conjeturas.

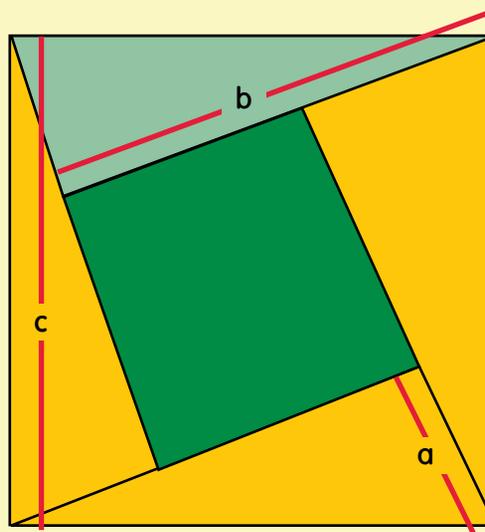
Por ejemplo, en la actividad mostrada, los estudiantes, a partir de las medidas realizadas, reconocen que en algunos triángulos se cumple la condición de  $A^2+B^2=C^2$ , esto los llevará a expresar afirmaciones para después comprobarlas.

### c. Explicación

Los estudiantes expresan e intercambian sus visiones sobre las estructuras que han sido observadas, y construyen sobre sus experiencias previas. La interacción entre estudiantes es importante, ya que los obliga a ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás. Cada grupo expondrá al resto de la clase los logros alcanzados. Lo hará mediante un portavoz elegido libremente. Cada vez que el equipo sea interpelado, intervendrá un portavoz diferente. El docente asiste a los estudiantes en el uso cuidadoso y apropiado del lenguaje y a la participación de todos.

#### Ejemplo:

10. ¿Creen que en cualquier triángulo rectángulo la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa? ¿Por qué?
11. En tu cuaderno, construye cuatro triángulos rectángulos iguales entre sí y acomódalos como se indica en la figura ("a" es la medida del cateto menor, "b" la del mayor y "c" la de la hipotenusa):



Los estudiantes deben mostrar una comprensión sólida de la experiencia realizada previamente.

Por ello, deberían organizar más formalmente sus ideas respecto de los conocimientos (en este caso el teorema de Pitágoras).

Un aspecto importante es que muestren descripciones precisas de cada uno de los retos planteados. Las descripciones realizadas vincularán los conocimientos conocidos con los nuevos planteados; por ejemplo, cuadrado, cuadrilátero, área, etc.

- ¿El cuadrilátero que forman las hipotenusas de los cuatro triángulos rectángulos es un cuadrado? ¿Qué razones darías para asegurarlo?
- ¿El cuadrilátero que se forma en el interior de la figura es también un cuadrado? ¿Por qué? ¿Cuánto mide por lado ese cuadrado?

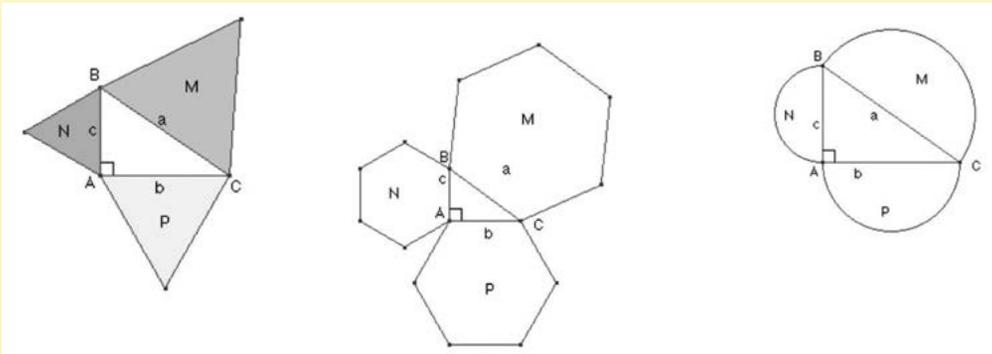
### d. Orientación libre

Es el momento de la investigación en la clase (introducción de problemas), de la diferenciación y actividades de apoyo (ejercicios de consolidación y de recuperación). Los estudiantes enfrentan retos más complejos. Desafíos con muchos pasos que pueden ser resueltos de varias formas.

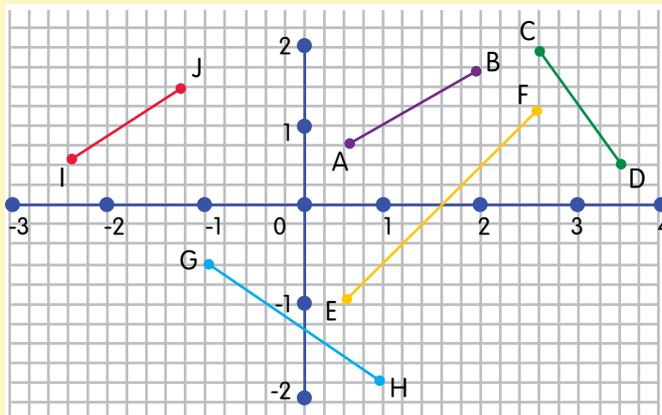
Por ello, estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea los obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potentes.

En esta fase, se aprecian actividades que demandan razonamientos más complejos, y en esta se emplea lo desarrollado anteriormente, induciendo a los estudiantes a justificar sus respuestas de manera consistente.

#### Ejemplo:



$$\text{área } M = \text{área } N + \text{área } P$$

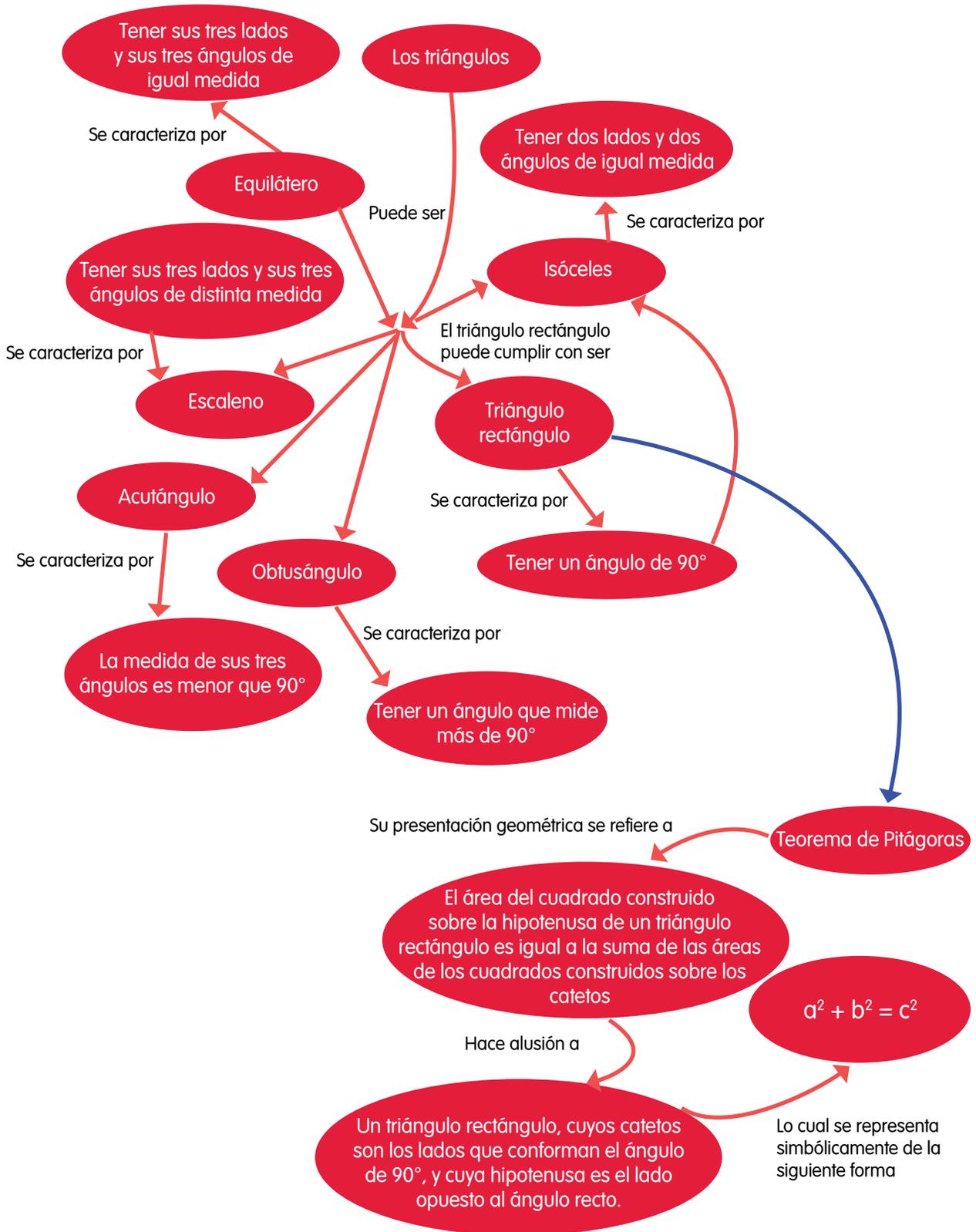


Los problemas de características abiertas pueden proporcionar contextos ricos para usar ideas geométricas, y la resolución de problemas.

### e. Integración

La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos sino que solo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la ya existente. Los estudiantes revisan y resumen lo que han aprendido sobre los objetos y sus relaciones, con el objetivo de tener una vista panorámica. El docente puede apoyar esta síntesis exponiendo visiones globales, recopilando el trabajo de los estudiantes; ordenará los resultados a partir de las situaciones vividas en clase y su conocimiento como matemático experto.

Ejemplo:

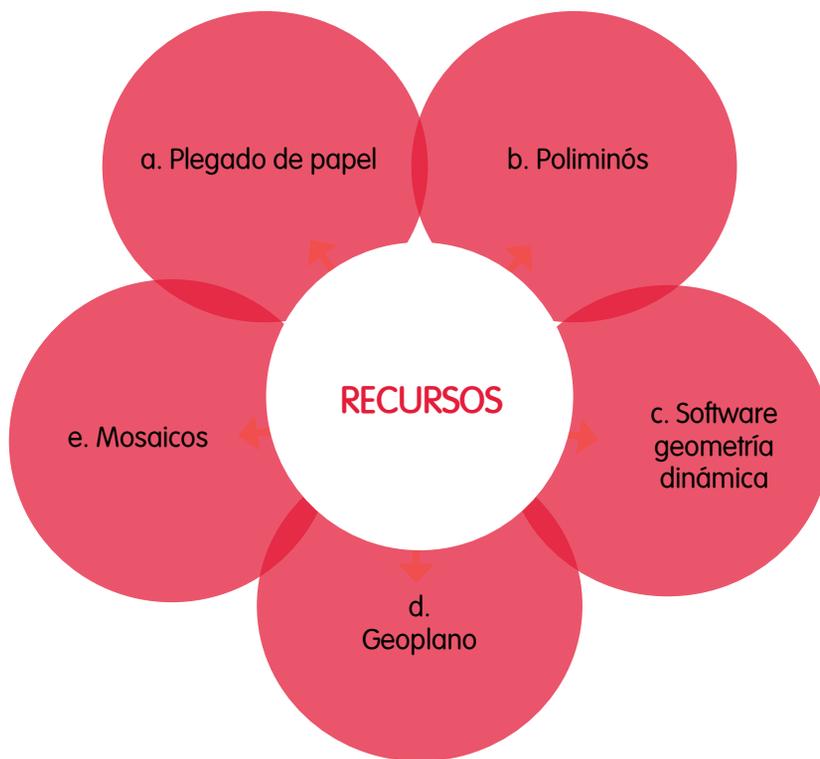


### 3.3.2 Reconocimiento de recursos didácticos para la enseñanza de la geometría

Para el aprendizaje de la geometría, el estudiante debe experimentar las relaciones y propiedades de los objetos geométricos, independientemente de la posición que ocupan en el plano o el espacio. La forma de enseñanza de la geometría ha sido tradicionalmente estática, mediante el empleo del lápiz y el papel o la pizarra y la tiza como únicos recursos didácticos.

Vamos a presentar aquí una selección de recursos que invitan a asociar entre figuras planas o sólidos, manipular las posiciones en el plano o espacio, ya que permiten desplazar las figuras, comprobando qué propiedades permanecen invariables, a pesar del movimiento.

Podemos utilizar en las aulas una gran variedad de recursos según el concepto geométrico a tratar.



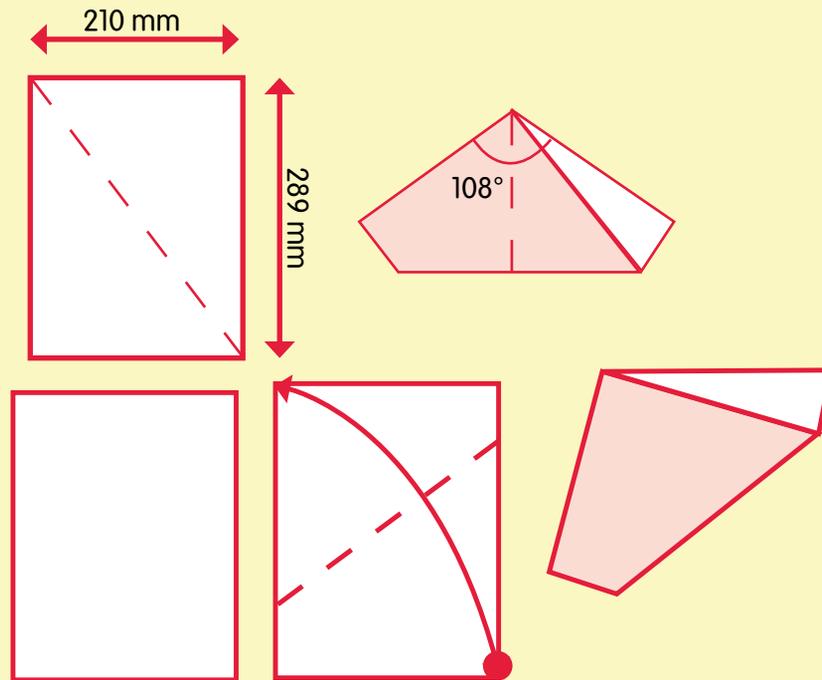
#### a. Plegado de papel

La papiroflexia o plegado de papel es un recurso que desarrolla la comprensión de conceptos geométricos básicos, tales como diagonal, mediana, vértice, bisectriz, etc., y favorece la visualización de figuras y cuerpos tridimensionales. El proceso de creación y ejecución de una figura de papiroflexia implica, en mayor o menor grado dependiendo de su complejidad, análisis e imaginación.

Asimismo, es importante no olvidar que la papiroflexia es un medio, no un fin. No consiste solo en una herramienta para visualizar, es mucho más rica, pues permite estudiar propiedades, observar, analizar y conjeturar (Cañadas y otros 2003).

### Ejemplo:

### Construcción de un pentágono regular y su demostración



- Para obtener un pentágono regular se propone trabajar con un hoja A4 modificada (se le quita 8 mm de su lado más largo).
- No olvidar que se va a trabajar con números irracionales, lo cual nos fuerza a redondear los valores.
- A continuación se muestra una secuencia completa para que la pieza resulte un pentágono regular.

### Importante:

Para ampliar estudios respecto a la enseñanza de la geometría se recomienda visitar:

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la geometría

[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s2\\_f4.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f4.pdf)

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los poliedros

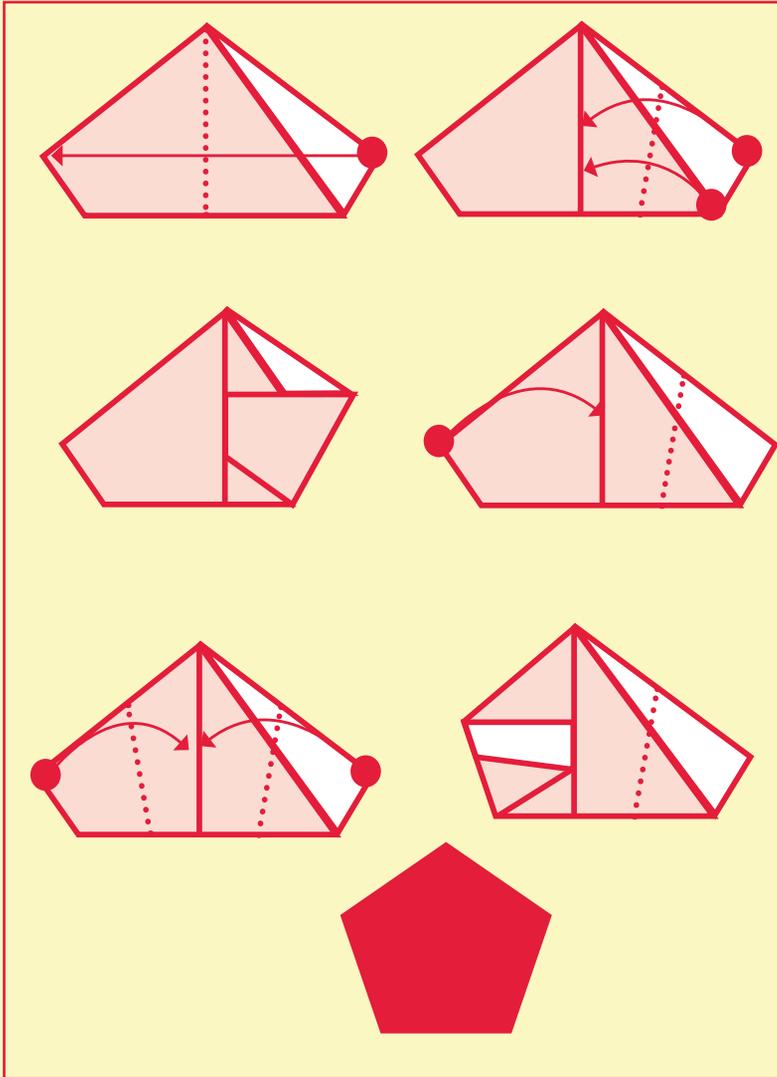
[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s3\\_f7.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f7.pdf)

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la geometría con corte y doblado de papel

[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_e\\_s2\\_f1.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s2_f1.pdf)

Aspectos metodológicos en el aprendizaje de transformaciones geométricas

[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_e\\_s2\\_f7.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s2_f7.pdf)

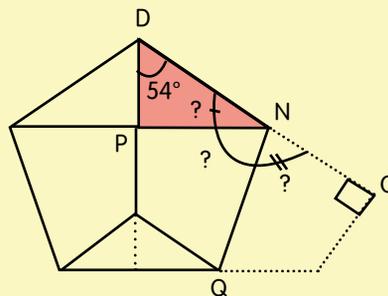


Sus características:

- Incita a la observación y la abstracción.
- Fomenta el pensamiento matemático y el desarrollo de estrategias.
- Estimula el espíritu artístico y fomenta la creatividad.
- Desarrolla y fortalece las actitudes relacionadas con la autoestima y la confianza en sí mismas.

¿Cómo demostramos que un pentágono es regular?

Reconociendo la congruencia de los ángulos interiores del pentágono.



$D\hat{P}N$  es recto en  $\hat{P}$  y el ángulo  $\hat{D} = 54^\circ$

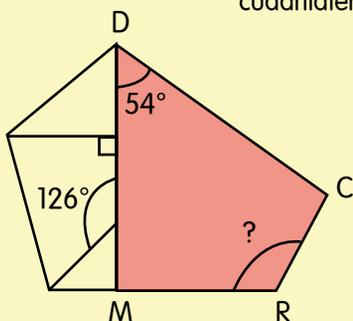
- $\hat{D} + \hat{P} + \hat{N} = 180^\circ$  ... (por propiedad de la suma de ángulos interiores de un triángulo)
- $54^\circ + 90^\circ + \hat{N} = 180^\circ$
- $\hat{N} = 36^\circ$

**Ejemplo:**

$\overline{NQ}$  es bisectriz de  $P\hat{N}C$  en la construcción por plegado. Entonces  
 $P\hat{N}Q = Q\hat{N}C = 72^\circ$

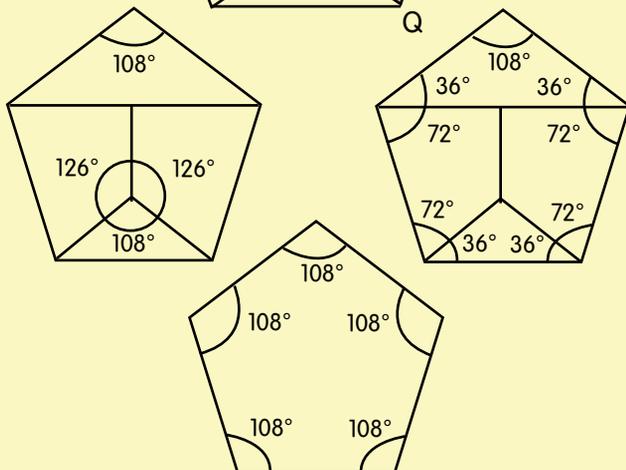
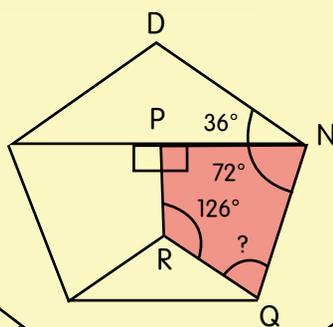
$DMRC$  es un cuadrilátero con  $\hat{M} = \hat{C} = 90^\circ$

$\hat{D} + \hat{M} + \hat{R} + \hat{C} = 360^\circ$  ..... (por propiedad  
 $54^\circ + 90^\circ + \hat{R} + 90^\circ = 360^\circ$  de suma de los  
 $\hat{R} = 126^\circ$  ángulos internos de un  
 cuadrilátero)



$PRQN$  es un cuadrilátero

$\hat{P} + \hat{R} + \hat{Q} + \hat{N} = 360^\circ$   
 $90^\circ + 126^\circ + \hat{Q} + 72^\circ = 360^\circ$   
 $\hat{Q} = 72^\circ$



Por lo tanto, el polígono es un pentágono regular.

**Importante**

Construcción del polígono estrellado de seis puntas.  
[http://platea.pntic.mec.es/anunezca/experiencias/experiencias\\_AN\\_0506/estrellado.doc](http://platea.pntic.mec.es/anunezca/experiencias/experiencias_AN_0506/estrellado.doc)

Jugando y pensando con papel.  
<http://i-matematicas.com/feria2007/papel/index.htm#slide=10>

Geometría con papel: poliedros.  
[http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com\\_docman&task=doc\\_download&gid=435](http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=435).

Construcción de poliedros. Técnicas sencillas. Origami modular.  
<http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/construccionpoliedros/origami.html>

Videos tutoriales  
[https://www.youtube.com/watch?v=fl2TH\\_WfRHo](https://www.youtube.com/watch?v=fl2TH_WfRHo)

<https://www.youtube.com/watch?v=FaXqloeljak>

[https://www.youtube.com/watch?v=BzOV\\_zrNaBg](https://www.youtube.com/watch?v=BzOV_zrNaBg)

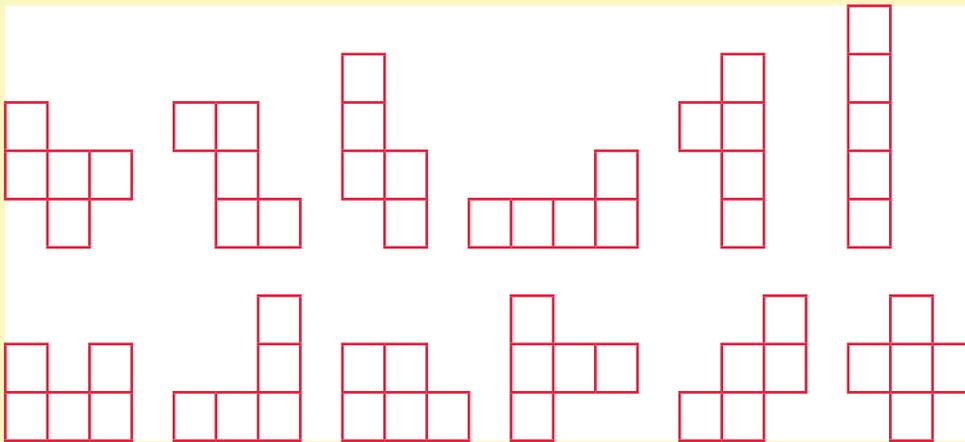
<https://www.youtube.com/watch?v=nUVZzL36oJc>

## b. Los poliminós.

Son figuras hechas con varios cuadrados pegados por uno de sus lados (2 cuadrados: dominós, 3 cuadrados: triminós, 4 cuadrados: tetraminós, 5 cuadrados: pentaminós y 6 cuadrados: hexaminós).

Ejemplo:

### Pentaminós



### Actividades para desarrollar con los pentaminós

#### Actividad 1

Cálculo del área y del perímetro de las piezas del pentaminós.

Los estudiantes realizan el cálculo del área y del perímetro de todos los pentaminós. En este caso, los estudiantes reflexionan sobre los conceptos de área y perímetro.

#### Actividad 2

Construcción de figuras geométricas.

Los estudiantes construirán figuras geométricas con diferentes cantidades de piezas (desde un mínimo de 3 hasta el máximo de los 12 pentaminós).

#### Actividad 3

Construcción de una figura creativa utilizando las piezas del pentaminós. Tras un cierto tiempo, se les proporcionan figuras que se pueden construir con los pentaminós y se les pide que las construyan.

### Importante

Fichas didácticas, poliminós y otros:

<http://repositorio.educacion.gov.ar/dspace/bitstream/handle/123456789/92139/EL000560.pdf?sequence=1>

Juegos geométricos y poliminós.

<http://www.mauriciocontreras.es/JUEGOS5.pdf>

Taller matemático, actividades con poliminós.

<http://servicios.educarm.es/templates/portal/ficheros/websDinamicas/124/MatematicasRecreativas/116LibroTallerMatematicas.pdf>

### c. Geoplano

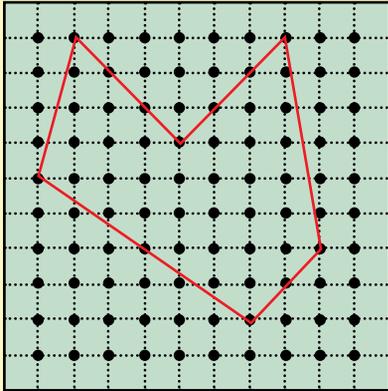
Consiste en una superficie plana donde se disponen de modo regular una serie de puntos. Dependiendo de la colocación de los puntos se distinguen varios tipos de geoplanos: cuadrangular, triangular y circular. El geoplano puede construirse fácilmente con una plancha de corcho o madera y una trama con puntos que sirva de plantilla para ir colocando puntas o chinchetas que permitan enganchar las ligas elásticas para construir los polígonos.

Ejemplo:

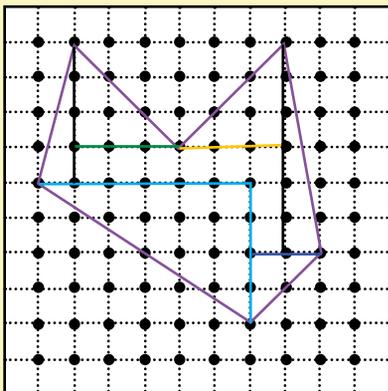
#### Actividades con el geoplano

##### Actividad 1

Construya, calcule el perímetro y área de la siguiente figura.

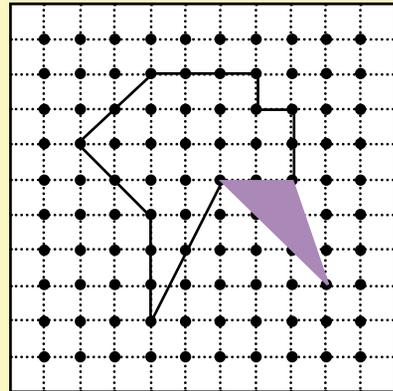


Note que la figura se puede separar en triángulos rectángulos como se muestra a continuación.

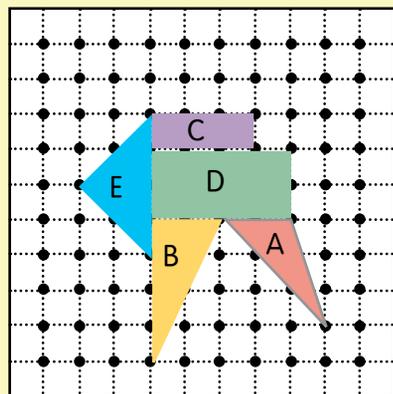


##### Actividad 2

Construya y calcule el área del triángulo sombreado si el área total de la siguiente figura es 22 unidades cuadradas.



Note que la figura se puede separar como se muestra a continuación:



Así podemos calcular el área como la suma de cada una de las figuras en las que se ha dividido, es decir:

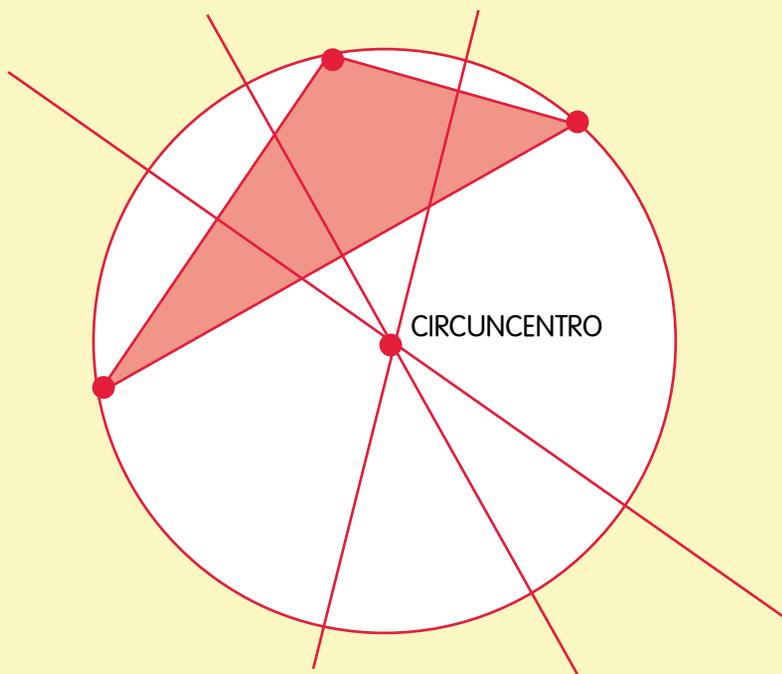
$$A = A_{\text{total}} - (B + C + D + E) = 3 \text{ u}^2$$

#### d. Geometría dinámica

Los programas de geometría dinámica permiten la construcción de figuras geométricas en el plano o en el espacio y su posibilidad de arrastre. Al mover las figuras, cambian sus propiedades y su forma. Lo que interesa es la variación de las propiedades con el movimiento, y no solo las propiedades que permanecen invariables.

##### Ejemplo:

- Construyan un triángulo y tracen en él las mediatrices.
- Comprueben que las tres mediatrices se cortan en un único punto.
- ¿Qué posición ocupa este punto si cambiamos la forma del triángulo?
- ¿Este punto siempre está dentro de cualquier triángulo?
- ¿Qué propiedad cumple siempre el punto de corte de las mediatrices respecto de los vértices del triángulo?
- ¿Por qué se llamará circuncentro dicho punto?



A través de la experimentación, el estudiante podrá ir comprobando y justificando propiedades que con la geometría estática requerirían de mayor tiempo para resolver.

Existen infinidad de programas de software de geometría dinámica, unos precisan licencia y otros son de uso libre. A continuación se presentan algunos que son interesantes, se da prioridad a los de uso libre.

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cabri II</li> </ul>	<p>Los archivos pueden exportarse directamente a una página web. Necesita el complemento Cabriweb.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="http://www.cabri.com/es">http://www.cabri.com/es</a></li> <li>• <a href="http://www.cabri.net/cabrijava">http://www.cabri.net/cabrijava</a></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cabri II +</li> </ul>	<p>Se pueden exportar construcciones a calculadoras.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Texas Instrument. <a href="http://www.cabri.com/es">http://www.cabri.com/es</a></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geo Gebra</li> </ul>	<p>Software interactivo en el que se vinculan la geometría y el álgebra. Exporta directa e inmediatamente las figuras a html. Se puede descargar en múltiples idiomas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="http://www.geogebra.org/">http://www.geogebra.org/</a> y</li> <li>• <a href="http://recursostic.educacion.es/gauss/web/index.htm">http://recursostic.educacion.es/gauss/web/index.htm</a></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Poly</li> </ul>	<p>Permite visualizar todo tipo de poliedros y sus desarrollos planos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="http://www.peda.com/poly/">http://www.peda.com/poly/</a></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tess</li> </ul>	<p>Genera ilustraciones simétricas, rosetones y mosaicos atractivos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="http://www.peda.com/tess/">http://www.peda.com/tess/</a></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Regla y compás</li> </ul>	<p>Programa de geometría dinámica y que funciona directamente en Java.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/home.htm">http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/home.htm</a></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geospace</li> </ul>	<p>Para dibujar figuras en el espacio.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="http://es.kioskea.net/download/descargar-4089-geoplan-geospace">http://es.kioskea.net/download/descargar-4089-geoplan-geospace</a></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cabri3D</li> </ul>	<p>Para la construcción de figuras geométricas en el espacio.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="http://www.cabri.com/es">http://www.cabri.com/es</a></li> </ul>

### 3.3.3 La Uve de Gowin

El diagrama Uve de Gowin, empleado de manera adecuada en el aula, puede constituirse en un potente instrumento de investigación y aprendizaje. El estudiante construye de forma activa su propio conocimiento, inmerso en el medio social en el que se desenvuelve a partir de sus saberes previos.

La V muestra los acontecimientos y objetos que están en la base de toda producción y construcción de conocimiento. Es de suma importancia que los estudiantes se apropien y sean conscientes de los acontecimientos y objetos con los que están experimentando y en relación a los cuales se construye y reconstruye el conocimiento.

### LAS PARTES QUE FORMAN EL DIAGRAMA V

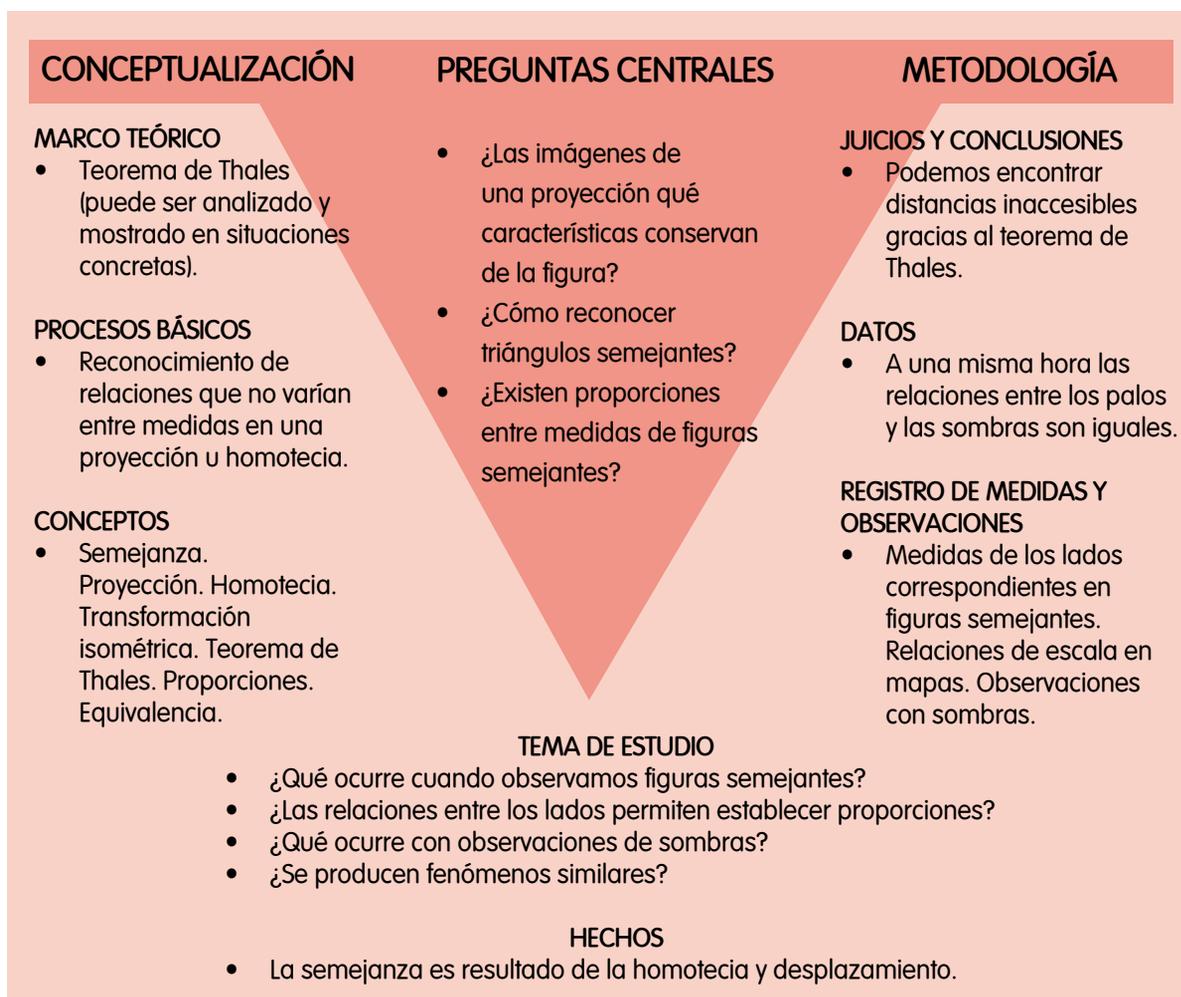
El diagrama V está formado por tres zonas bien diferenciadas:

- El lado izquierdo: es el lado conceptual del diagrama. Es la teoría, el conocimiento. Es el lado de “pensar”. Incorpora el conocimiento que tienes a tu estudio.
- El lado derecho: es el lado metodológico. Aquí se puede trabajar aquello que ha sido observado, manipulado. Es el lado de “hacer”. Incorpora información a la V de la investigación inmediata. Este conocimiento es construido dentro de tu estudio.
- La parte inferior: va el acontecimiento, tema de investigación o estudio.
- La parte central: va las preguntas centrales de investigación.

## ELABORACIÓN DE UN DIAGRAMA V

En general, para elaborar un diagrama V, se debe realizar un diseño similar al que se muestra, y seguidamente responder a cada uno de los espacios reservados.

- En la parte central, se plantean las interrogantes de estudio; estas no son simples preguntas, sino que están en estrecha relación con el tema de investigación.
- Tema de estudio: en el vértice precisamos el acontecimiento que será estudiado.
- Se determinan los registros de medidas y observaciones que se deberán realizar para poder desarrollar la investigación.
- Se debe precisar el marco teórico que permitirá la comprensión e interpretación de los datos recogidos (registros y transformaciones).
- Desarrollada la investigación, sobre la base del conocimiento conceptual, se plantean los juicios y conclusiones de conocimiento sobre el acontecimiento o tema estudiado.
- Finalmente, se invita a los estudiantes a tomar conciencia de que “su visión del mundo” motiva y orienta sus acciones como tales; es decir, determina la selección de recursos (teóricos y metodológicos) para comprender los acontecimientos estudiados.



### 3.4 Orientaciones para desarrollar la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

#### La investigación escolar

La elaboración de pequeños proyectos estadísticos en el aula es un método que nos ayuda a abarcar los contenidos estadísticos en un contexto cercano al estudiante; el contexto es el que convierte un número en un dato. El desarrollo de cada fase permitirá al estudiante trabajar activamente en su formación, desde la documentación hasta la elaboración de conclusiones.

A continuación, se muestra una propuesta de fases en el ciclo de la investigación<sup>1</sup>.

Fases:



1. Chandía Eugenio y otros 2012, Texto para el formador. Para futuros profesores de la educación básica. Programa ReFIP.

## a. Planteamiento del problema

El docente presenta una situación o problema a los estudiantes, estos se organizan para expresar su comprensión.

### Ejemplo:

Problema

En el centro escolar donde tú estudias puedes realizar un estudio para reconocer las características de los padres de familia, el tiempo de estudio, etc. ¿Cómo podemos hacer para saber esta información, sin involucrar a todos los estudiantes de la escuela?

## b. Desarrollo del plan

En esta fase es importante diseñar un instrumento para el recojo de la información. Una vez que los grupos de estudiantes han seleccionado el trabajo que desean investigar, deben documentarse sobre el tema de estudio antes de elaborar las preguntas.

El objetivo de esta fase es que los estudiantes conozcan el tema de estudio que van a abordar y que planteen posibles variables, también será parte de esta fase el diseño de un cuestionario.

### Ejemplo:

- Formar equipos de cuatro a seis estudiantes.
- Pedir a la dirección de la escuela las listas de los estudiantes del 1.º al 5.º de secundaria.
- Cada equipo dispondrá de una fotocopia de estos datos, seleccionará una muestra representativa.
- Recogerán datos a través de una encuesta.
- Contrastarán las tablas elaboradas por los diferentes equipos (que deben ser iguales para todos) y corregir errores, si los hubiera.

### Importante:

Para ampliar estudios respecto a estadística y probabilidad se recomienda visitar:

- Aspectos metodológicos para elaborar encuestas  
[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_e\\_s1\\_f9.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s1_f9.pdf)
- Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la probabilidad  
[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_e\\_s1\\_f8.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s1_f8.pdf)
- Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la estadística y probabilidad  
[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s2\\_f5.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f5.pdf)

## RECONOCIMIENTO DE LA MUESTRA REPRESENTATIVA

Por ejemplo en la I.E. Andrés A. Cáceres, se cuenta con los siguientes datos:

Estudio	TOTAL	Varones	Mujeres	Proporción de varones	Proporción de mujeres	Proporción de cada nivel
1.º	38	23	15	$23/38= 0,61$	$15/38=0,39$	$38/153= 0,25$
2.º	53	32	21	$32/53= 0,60$	$21/53= 0,40$	$53/153= 0,35$
3.º	34	16	18	$16/34= 0,47$	$18/34= 0,53$	$34/153= 0,22$
4.º	28	14	14	$14/28= 0,50$	$14/28= 0,50$	$28/153= 0,18$
Total	153	85	68			

Los coeficientes que acabamos de calcular indican la proporción de estudiantes de cada nivel y de cada sexo que hay dentro de la población. Estas proporciones deben mantenerse en la muestra.

Si, por ejemplo, tomamos una muestra del 25% de la población de este centro, aproximadamente 38 personas, vamos a calcular cuántas personas de cada nivel y de cada sexo deberíamos entrevistar (redondea el resultado sin decimales).

Estudio	Estudiantes		Proporción de varones	Proporción de mujeres	Proporción de cada nivel	Muestra de varones	Muestra de mujeres
	Varones	Mujeres					
1.º	23	15	0,61	0,39	0,25	$(0,61)(0,25)(38) = 6$	$(0,39)(0,25)(38) = 4$
2.º	32	21	0,60	0,40	0,35	$(0,60)(0,35)(38)= 8$	$(0,40)(0,35)(38)= 5$
3.º	16	18	0,47	0,53	0,22	$(0,47)(0,22)(38)= 4$	$(0,53)(0,22)(38)= 4$
4.º	14	14	0,50	0,50	0,18	$(0,50)(0,18)(38)= 3$	$(0,50)(0,18)(38)= 3$
Total	85	68					

Comprueba que al sumar la muestra obtenida para varones y mujeres de todos los niveles obtienes 38 (ojo: si lo has hecho bien, te saldrá una unidad de diferencia. No te preocupes, es por efecto del redondeo).

Calcula el número de entrevistas que se debería hacer en cada nivel y contrasta el resultado con la suma de varones y mujeres de su fila.

Por ejemplo, para calcular el número de individuos de la muestra que le corresponde a 1.º de secundaria:

(Proporción de nivel).  $38=0,24 \times 38=9$  con redondeo serán 9 entrevistas.

Los estudiantes calculan este valor para el resto de los niveles.

## FICHA DE ENCUESTA

Edad: .... años      Varon:.....      Mujer:.....

Nivel que cursa: 1.º ...2.º ... 3.º...4.º ... 5.º

1. Edad de tu madre:
  - De 26 a 35 años
  - De 36 a 45 años
  - De 46 a 55 años
  - De 56 a 65 años
2. Cuál es el mayor nivel de estudios:
  - Sin estudios
  - Primario sin certificado
  - Certificado de escolaridad
  - Secundaria incompleta
  - Secundaria concluida
3. Edad de tu padre:
  - De 26 a 35 años
  - De 36 a 45 años
  - De 46 a 55 años
  - De 56 a 65 años
4. Cuál es el mayor nivel de estudios:
  - Sin estudios
  - Primario sin certificado
  - Certificado de escolaridad
  - Secundaria incompleta
  - Secundaria concluida
5. Número de personas que residen en tu hogar:  
2... 3... 4... 5... 6...  
O más ¿Cuántas? ...
6. ¿Cuánto tiempo dedicas diariamente a ver la TV?
  - 1 hora o menos
  - Más de 1 hora y hasta 2
  - Más de 2 horas y hasta 3
  - Más de 3 horas... ¿Cuántas?
7. ¿Cuánto tiempo dedicas diariamente a estudiar? (fuera de las horas de clase)
  - Más de 1 hora y hasta 2
  - Más de 2 horas y hasta 3
  - Más de 3 horas... ¿Cuántas?
8. ¿Cómo consideras tu rendimiento escolar?
  - Muy bueno
  - Bueno
  - Regular
  - Malo
  - Muy malo
  - No sabe/no contesta
9. Indica el número de cursos que has reprobado el mes anterior  
1... 2... 3... 4...  
5... 6... 7... 8...  
9... 10... 11...12...

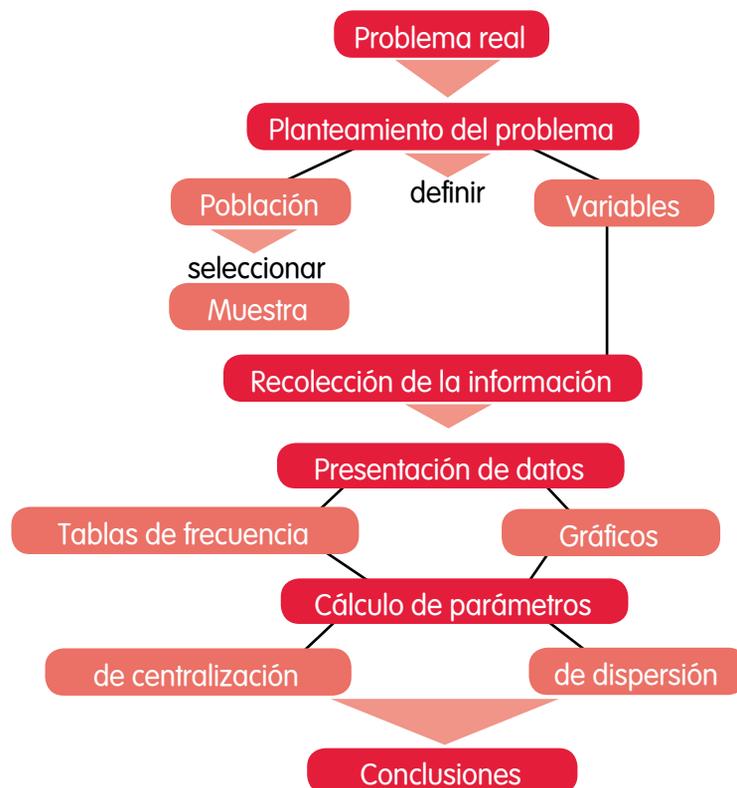
### c. Recolección y manejo de datos

Los estudiantes realizan procedimientos para encuestar de acuerdo al reconocimiento de la población, la muestra y las variables.

Antes de entrevistar deben estar perfectamente organizados para reconocer quiénes van a realizar las encuestas y cómo van a proceder a realizar las interrogantes. No es necesario ni conveniente que todas las encuestas se hagan en la hora de clase, solo algunas a modo de ejemplo y el resto como tarea fuera del aula (los recreos son un buen momento para hacerlas).

#### Ejemplo:

- Enumera las estudiantes de cada nivel empezando con la primera y de forma correlativa hasta la última.
- Introduce en una bolsa los números obtenidos, puedes usar bolas de loterías o papeles doblados.
- Extrae una bola o papel de la bolsa y marca en el listado la estudiante a la que corresponde ese número.
- Continúa la extracción hasta completar la muestra necesaria.
- Repite los pasos anteriores para los estudiantes.
- Se desarrolla la encuesta.
- Si un estudiante de los seleccionados no está en la escuela en el momento de pasar la encuesta, escoger como suplente el siguiente de la lista del mismo sexo.
- No se deben mezclar las encuestas de los diferentes grupos para facilitar el recuento.



## d. Análisis de datos

Hay diversas formas de organizar esta fase, pero es clave tenerla bien planeada, pues podemos invertir demasiado tiempo si no se organiza adecuadamente. El docente debe explicar primero cómo se va a llevar a cabo esta fase. Te proponemos los siguientes métodos a modo de ejemplo:

### Ejemplo:

- **Primer método:** cada integrante del equipo realiza el llenado de las tablas a partir de las encuestas realizadas por él. Luego, el coordinador del equipo unificará en una sola tabla los datos que les den sus compañeros. Esta fase la pueden hacer en una hoja de cálculo o a mano.
- **Segundo método:** una persona apoyada de un auxiliar realiza el llenado de la tabla en una hoja de cálculo directamente y hace el recuento utilizando las funciones de recuento del propio programa informático.
- Cada equipo debe elegir uno de los siguientes temas:
  - a) Padres y madres.
  - b) Tiempo de estudio.
- Los equipos se repartirán el recuento de las preguntas de la siguiente manera:
  - a) Padres y madres, preguntas: 1, 2, 3 y 4.
  - b) Tiempo de estudio preguntas: 9 y 10.
- Distribuir las encuestas de los diferentes grupo/clases entre los equipos, y rellenar las tablas.
- Construye los siguientes gráficos, de forma que reflejen los datos de las tablas.
- **Padres y madres:**
  - a) TABLA 1: dos histogramas, uno para madres y otro para padres.
  - b) TABLAS 2 y 3: diagrama de barras.
  - c) TABLA 4: diagrama de sectores.
- **Tiempo de estudio:**
  - a) TABLAS 1 y 2: histograma.
  - b) TABLA 3: diagrama de barras.
  - c) TABLA 4: diagrama de sectores.

### Importante:

El programa Excel es un paquete informático que a pesar de no ser diseñado específicamente para la educación es muy útil porque integra tres ambientes propios de la actividad matemática: Una hoja de cálculo en la que se puede inscribir numerosos datos y relacionar funciones, fórmulas y operadores, permite organizar de forma sistemática en filas y columnas, permite graficar los contenidos de la base de datos. En los textos de matemática puede encontrar actividades en Excel.

Recuento de las preguntas 1 y 3

$x_i$	1.º		2.º		3.º		4.º	
	Madre	Padre	Madre	Padre	Madre	Padre	Madre	Padre
[26,35]	4	3	2	2	2	1	2	2
[36,45]	4	3	2	3	2	2	2	1
[46,55]	1	2	3	4	3	3	3	4
[56,65]	1	2	3	1	3	4	3	3
Total								

Recuento de las preguntas 1 y 2

	[26,35]	[36,45]	[46,55]	[56,65]	Total
• Sin estudios	0	0	0	2	2
• Primario sin certificado	1	1	1	3	6
• Certificado de escolaridad	2	1	4	1	8
• Secundaria incompleta	1	2	5	2	10
• Secundaria concluida	4	2	6	2	14
Total	8	6	16	10	40

Recuento de las preguntas 3 y 4

	[26,35]	[36,45]	[46,55]	[56,65]	Total
• Sin estudios	0	0	0	1	1
• Primario sin certificado	1	1	2	2	6
• Certificado de escolaridad	2	1	4	3	10
• Secundaria incompleta	2	1	6	3	12
• Secundaria concluida	2	2	6	1	11
Total	7	50	18	10	40

Recuento de las preguntas 2 y 4

$x_i$	1.º		2.º		3.º		4.º		Total	
	Madre	Padre								
• Sin estudios	0	0	0	0	1	0	1	1	2	1
• Primario sin certificado	1	2	1	1	2	2	2	1	6	6
• Certificado de escolaridad	4	5	1	3	1	1	3	1	8	10
• Secundaria incompleta	4	5	4	6	1	2	1	1	10	12
• Secundaria concluida	3	4	3	4	4	3	4	0	14	11
Total									40	40

### Análisis de datos:

Edad media y desviación típica para las edades de las madres y padres de tu institución educativa.

	Padre				Madre		
	$x_i$	$f_i$	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$	$F_i$	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[26,35]							
[36,45]							
[46,55]							
[56,65]							
Total							

	[26,35]	[36,45]	[46,55]	[56,65]	Total
• Sin estudios					
• Primario sin certificado					
• Certificado de escolaridad					
• Secundaria incompleta					
• Secundaria concluida					
Total					

- Calcula el porcentaje de población que se encuentra en el intervalo [46,55] para cada grupo. Comenta el resultado.
- La mayoría de las madres tiene un nivel de estudios de..., ¿Qué porcentaje del total de madres representa?
- La mayoría de los padres tiene un nivel de estudios de..., ¿Qué porcentaje del total de padres representa?
- La mayoría de las madres entre 36 y 46 años tienen un nivel de estudios de..., ¿Qué porcentaje del total de madres representa?
- La mayoría de los padres entre 36 y 46 años tienen un nivel de estudios de..., ¿Qué porcentaje del total de padres representa?

### e. Conclusiones

Esta fase es fundamental, pues el estudiante desarrollará sus habilidades de analizar los datos, extraer conclusiones, interpretar un dato en su contexto, plantear afirmaciones, entre otras. El docente orientará esta fase para que el estudiante no se limite a dar su opinión del tema que está estudiando, sino que haga su argumentación en función de los datos obtenidos a lo largo de todo el proceso.

# MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

## Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

CICLO	Descripción del nivel
II 5 años	Identifica situaciones referidas a agregar o quitar objetos y las asocia con nociones aditivas <sup>1</sup> . Expresa con su propio lenguaje sobre agrupar objetos por características perceptuales, ordenar <sup>2</sup> hasta 5 objetos, ordenar objetos en una fila y señalar hasta el quinto lugar, comparar la duración de eventos cotidianos usando “antes” o “después”, comparar de manera cuantitativa colecciones de objetos usando algunos términos matemáticos o cuantificadores “más que”, “menos que”, “pocos”, “ninguno” y “muchos”. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para experimentar o resolver situaciones de manera vivencial y con apoyo de material concreto; emplea estrategias y procedimientos como agrupar, agregar y quitar objetos hasta 5, contar hasta 10 objetos, y comparar el peso <sup>3</sup> de dos objetos, con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.
III 1ro y 2do prim	Identifica datos en situaciones referidas a acciones de juntar, separar, agregar, quitar, igualar o comparar cantidades y los expresa en modelos de solución aditivas <sup>4</sup> , doble y mitad. Expresa los criterios para clasificar objetos en grupos y subgrupos, ordenar números naturales hasta 100, estimar y comparar la duración de eventos, empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos o cuantificadores “todos”, “algunos” y “ninguno”. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas de doble entrada y en forma simbólica. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar, contar y ordenar cantidades hasta 100, medir y comparar la masa de objetos con unidades arbitrarias; con apoyo de material concreto. Comprueba los procedimientos y estrategias usados. Elabora supuestos y explica el porqué de sus afirmaciones, procedimientos o resultados con ejemplos.
IV 3ro y 4to prim	Plantea relaciones entre los datos en situaciones que combinan una o más acciones de agregar, combinar, igualar, comparar, repetir o repartir una cantidad, y los expresa con modelos aditivos o multiplicativos con números naturales y fracciones usuales. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre reagrupar con criterios distintos, ordenar números naturales hasta millares, medir la masa de objetos en gramos y kilogramos, medir la duración de eventos en horas, medias horas o cuartos de hora, el significado de la noción de división y fracción, problemas aditivos <sup>5</sup> y multiplicativos <sup>6</sup> ; los representa mediante tablas de doble entrada y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo mental y escrito, conteo, orden con cantidades de hasta cuatro cifras; estimar, medir y comparar la masa de objetos y la duración de eventos empleando unidades convencionales, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas trabajadas, y las justifica usando ejemplos.
V 5to y 6to prim	Interpreta datos y relaciones no explícitas de situaciones diversas referidas a una o varias acciones de comparar e igualar dos cantidades con números naturales, expresiones decimales, fraccionarias o porcentajes, y los relaciona con modelos aditivos <sup>7</sup> y multiplicativos <sup>8</sup> . Determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe, utilizando el lenguaje matemático, su comprensión sobre el significado de la equivalencia entre fracciones, decimales y porcentajes y la noción de potencia; compara y estima la masa de objetos en unidades convencionales, y la duración de eventos en minutos y segundos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y estimación con porcentajes usuales <sup>9</sup> y números naturales, fracciones y decimales; estimar, medir directa o indirectamente la masa de objetos y la duración de eventos; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre procedimientos, propiedades de los números y las operaciones trabajadas, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.
VI 1ro y 2do sec	Discrimina información e identifica relaciones no explícitas en situaciones referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra y aumentos o descuentos sucesivos, y las expresa mediante modelos referidos a operaciones, múltiplos o divisores, aumentos y porcentajes. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas <sup>10</sup> , su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con números enteros y racionales, y variaciones porcentuales; medir la masa de objetos en toneladas y la duración de eventos en décadas y siglos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática usando tablas y símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas empleando estrategias heurísticas, procedimientos para calcular y estimar con porcentajes, números enteros, racionales y notación exponencial; estimar y medir la masa, el tiempo y la temperatura con unidades convencionales; con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones numéricas o propiedades de operaciones observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.
VII 3ro, 4to y 5to sec	Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre magnitudes, números grandes y pequeños, y los expresa en modelos referidos a operaciones con números racionales e irracionales, notación científica, tasas de interés simple y compuesto. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre las propiedades de los números irracionales, notación científica, tasa de interés. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática, usando símbolos y tablas. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para calcular y estimar tasas de interés, operar con números expresados en notación científica, determinar la diferencia entre una medición exacta o aproximada, con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones referidas a conceptos y propiedades de los números racionales, las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten el uso de sus conocimientos matemáticos.
DESTACADO	Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones o restricciones de situaciones referidas a determinar cantidades expresadas mediante logaritmos; y las expresa mediante operaciones en diferentes sistemas numéricos y una combinación de modelos financieros. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: propiedades de los números y las operaciones en los sistemas numéricos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos, estrategias heurísticas y las propiedades de los números y operaciones en los diferentes sistemas numéricos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

<sup>1</sup> Problemas PAEV: Cambio 1 y 2.

<sup>2</sup> Seriación.

<sup>3</sup> Coloquialmente se dice peso cuando nos referimos a la masa de un objeto, pero lo formal es decir masa.

<sup>4</sup> Problemas PAEV: Cambio 3 y 4, Combinación 2, y Comparación e igualación 1 y 2.

<sup>5</sup> Problemas PAEV: Cambio 5 y 6, Comparación e igualación 3 y 4.

<sup>6</sup> Problemas multiplicativos (proporcionalidad simple).

<sup>7</sup> Problemas PAEV: Comparación e igualación 5 y 6.

<sup>8</sup> Problemas multiplicativos conocidos como de producto cartesiano.

<sup>9</sup> (10%, 20%, 25%, 50%, 75%).

<sup>10</sup> Convenciones matemáticas: p.ej: convenir que el cero es múltiplo de todos los números.

# MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

CICLO	Descripción del nivel
II 5 años	Reconoce patrones de repetición <sup>1</sup> en secuencias sonoras, de movimientos o perceptuales. Expresa con su propio lenguaje patrones y relaciones entre objetos de dos colecciones. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone y realiza acciones para experimentar o resolver una situación de manera vivencial y con material concreto, emplea estrategias y procedimientos propios para ampliar, completar o crear patrones con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.
III 1ro y 2do prim	Identifica datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, y los expresa con patrones de repetición <sup>2</sup> y patrones aditivos, igualdades que contienen adiciones y sustracciones. Describe patrones, equivalencias y relaciones empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas simples y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias agregando o quitando cantidades <sup>3</sup> o para hallar un valor desconocido, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos o resultados. Elabora supuestos basados en lo observado en experiencias concretas y los explica usando ejemplos similares.
IV 3ro y 4to prim	Plantea relaciones entre los datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio; y la expresa con patrones de repetición <sup>4</sup> o patrones multiplicativos, igualdades con multiplicaciones y relaciones de cambio entre dos magnitudes. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre patrones, equivalencias y cambio. Elabora y emplea tablas simples, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias con expresiones multiplicativas o hallar el valor desconocido en una igualdad multiplicando o dividiendo, establecer equivalencias entre unidades de medida de una misma magnitud, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas y las justifica usando ejemplos.
V 5to y 6to prim	Interpreta datos y relaciones no explícitas en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio entre dos magnitudes; y los expresa con modelos referidos a patrones geométricos, patrones crecientes y decrecientes, ecuaciones, desigualdades, y proporcionalidad directa y determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe utilizando lenguaje matemático acerca de su comprensión sobre: patrones, ecuaciones y desigualdades, y relaciones de proporcionalidad directa. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con tablas, gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para completar términos de una sucesión gráfica o numérica de acuerdo a su posición, simplificar expresiones o ecuaciones empleando propiedades aditivas y multiplicativas o establecer equivalencias entre unidades de una misma magnitud; con apoyo de recursos; y compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre regularidades, equivalencias y relaciones entre dos magnitudes, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.
VI 1ro y 2do sec	Discrimina información e identifica variables y relaciones no explícitas en situaciones diversas referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a patrones geométricos <sup>5</sup> , progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y relaciones de proporcionalidad inversa. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Usa terminologías, reglas y convenciones al expresar su comprensión sobre propiedades y relaciones matemáticas referidas a: progresiones aritméticas, ecuaciones lineales, desigualdades, relaciones de proporcionalidad inversa, función lineal y afín. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática con tablas, gráficos, símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para determinar la regla general de una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas empleando propiedades de las operaciones; con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre expresiones algebraicas, magnitudes, o regularidades observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.
VII 3ro, 4to y 5to sec	Relaciona datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a diversas situaciones de regularidades, equivalencias y relaciones de variación; y las expresa en modelos de: sucesiones <sup>6</sup> con números racionales e irracionales, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones lineales, inecuaciones lineales con una incógnita, funciones cuadráticas o trigonométricas <sup>7</sup> . Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: sucesiones, ecuaciones, funciones cuadráticas o trigonométricas, inecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando símbolos, tablas y gráficos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para generalizar la regla de formación de progresiones aritméticas y geométricas, hallar la suma de sus términos, simplificar expresiones usando identidades algebraicas y establecer equivalencias entre magnitudes derivadas; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación del plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones y relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades de los sistemas de ecuaciones y funciones trabajadas.
DESTA-CADO	Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a sumatorias notables, sucesiones convergentes o divergentes, idea de límite, funciones exponenciales, logarítmicas y periódicas, y ecuaciones exponenciales. Formula modelos similares a los trabajados y evalúa la pertinencia de la modificación realizada a un modelo, reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas, relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: los sistemas de inecuaciones lineales, ecuaciones exponenciales y funciones definidas en tramos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, empleando un amplio repertorio de recursos, estrategias heurísticas o procedimientos de: interpolar, extrapolar o calcular el valor máximo o mínimo de sucesiones y sumatorias notables, plantear sistemas de inecuaciones lineales y exponenciales y definir funciones por tramos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones elaborando relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; las justifica con demostraciones y produce argumentos matemáticos para convencer a otros.

<sup>1</sup> Patrones de repetición con un criterio perceptual (color, forma, tamaño, grosor).

<sup>2</sup> Patrones de repetición con dos criterios perceptuales.

<sup>3</sup> Equivalencias con igualdades que involucran adiciones y sustracciones con cantidades hasta 20.

<sup>4</sup> Patrones de repetición que combinan criterios perceptuales y de posición.

<sup>5</sup> Que se generan al aplicar reflexiones o giros.

<sup>6</sup> Considerar progresión aritmética y geométrica.

<sup>7</sup> Función seno y coseno.

# MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

CICLO	Descripción del nivel
II 5 años	Relaciona objetos del entorno con formas bidimensionales y tridimensionales. Expresa con su propio lenguaje lo que observa al comparar dos objetos de diferente longitud, desplazarse e identificar la posición de un objeto en el espacio en relación a sí mismo u otro objeto; y realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para resolver una situación, empleando estrategias propias y procedimientos al realizar desplazamientos y localización, o caracterizar objetos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.
III 1ro y 2do prim	Identifica las características de objetos del entorno y los relaciona con elementos <sup>1</sup> de formas bidimensionales y tridimensionales, determina su ubicación, longitud, superficie o capacidad. Describe las formas bidimensionales y tridimensionales, ubicación y movimiento de objetos y las formas simétricas, los atributos medibles de los objetos (longitud, superficie, y capacidad); empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos, dibujos, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, emplea estrategias heurísticas y procedimientos como medir, comparar y estimar longitudes, superficies y capacidades de objetos con unidades arbitrarias, con apoyo de material concreto y recursos; comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto. Elabora supuestos sobre las características y atributos medibles de las formas geométricas y de los objetos, a partir de la observación en experiencias concretas, y los explica usando ejemplos similares.
IV 3ro y 4to prim	Relaciona características, atributos, localización y movimiento de los objetos del entorno, con las formas geométricas, ubicación en el plano y el espacio, simetría y traslación. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre características de las formas bidimensionales y tridimensionales; longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos; simetría y traslaciones. Elabora y emplea representaciones mediante tablas de doble entrada, gráficos, croquis y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o solucionar un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ubicar objetos y rutas, medir y estimar la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria o convencional apropiada, reflejar o trasladar formas en cuadrículas, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas sobre semejanzas y diferencias entre formas geométricas y las justifica usando ejemplos.
V 5to y 6to prim	Interpreta datos y relaciones no explícitas de localización y movimiento de los objetos, con las formas geométricas bidimensional y tridimensional, su rotación, ampliación o reducción y determina en qué otras situaciones es aplicable. Expresa su comprensión utilizando lenguaje matemático sobre las propiedades de las formas bidimensionales o tridimensionales <sup>2</sup> ; ángulos, superficies, volumen y capacidad; ampliaciones, reducciones, giros y la posición de un objeto en el plano cartesiano. Elabora diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos, relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar y medir ángulos, calcular perímetro, superficie, capacidad y volumen seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinente; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Elabora conjeturas sobre relaciones entre propiedades de las formas geométricas trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.
VI 1ro y 2do sec	Discrimina información e identifica relaciones no explícitas de situaciones referidas a atributos, localización y transformación de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas bidimensionales compuestas, relaciones de paralelismo y perpendicularidad, posiciones y vistas de cuerpos geométricos <sup>3</sup> . Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales <sup>4</sup> , ángulos, superficies y volúmenes, transformaciones geométricas; elaborando diversas representaciones de una misma idea matemática usando gráficos y símbolos; y las relaciona entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos y distancias en mapas, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; rotar, ampliar, reducir formas o teselar un plano, con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas trabajadas; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.
VII 3ro, 4to y 5to sec	Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas poligonales, cuerpos geométricos compuestos o de revolución, relaciones métricas, de semejanza y congruencia, y razones trigonométricas. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: relaciones entre las propiedades de figuras semejantes y congruentes, superficies compuestas que incluyen formas circulares y no poligonales, volúmenes de cuerpos de revolución, razones trigonométricas. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando mapas, planos, gráficos, recursos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; establecer relaciones de inclusión entre clases para clasificar formas geométricas; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre posibles generalizaciones estableciendo relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos y propiedades matemáticas.
DESTACADO	Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones, restricciones de situaciones referidas a formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a composición y transformación de formas bidimensionales, definición geométrica de la elipse e hipérbola. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas compuestas, transformaciones geométricas en el plano. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la más óptima. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, estrategias heurísticas o procedimientos, de usar o combinar propiedades y teoremas de formas geométricas, calcular volumen y superficie de sólidos de revolución compuestos, determinar equivalencias entre composiciones de transformaciones geométricas. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que disponía. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos geométricos; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

<sup>1</sup> Lados, caras, esquinas.

<sup>2</sup> Triángulos, cuadriláteros, ángulos, círculos, circunferencias, prismas y pirámides.

<sup>3</sup> prisma, pirámide, círculo, cilindro.

<sup>4</sup> Polígonos, prisma, pirámide, círculo, cilindro, rectas paralelas, perpendiculares y secantes.

# MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

CICLO	Descripción del nivel
II 5 años	Identifica datos de situaciones de su interés y los registra. Expresa con sus propias palabras lo que comprende sobre la información contenida en las listas, tablas de conteo y pictogramas <sup>1</sup> ; y la ocurrencia de sucesos cotidianos. Representa los datos empleando material concreto, listas, tablas de conteo o pictogramas. Propone acciones, estrategias o procedimientos propios para recopilar y registrar datos cualitativos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.
III 1ro y 2do prim	Identifica datos en situaciones de su entorno familiar o de aula, los organiza en listas o tablas simples o de doble entrada. Expresa empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos, lo que comprende sobre la información contenida en tablas simples, de doble entrada o gráficos, el significado de la posibilidad o imposibilidad de sucesos cotidianos, y preguntas para recoger datos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema, empleando estrategias o procedimientos para recopilar, organizar y presentar datos, con apoyo de material concreto. Elabora supuestos referidos a características que se repiten en las actividades realizadas y los explica usando ejemplos similares.
IV 3ro y 4to prim	Plantea relaciones entre los datos de situaciones de su entorno escolar, los organiza en tablas, barras simples, pictogramas con escalas o mediante la noción de moda. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre, la frecuencia y moda de un conjunto de datos, la comparación de datos en pictogramas o barras doble agrupadas, sucesos más o menos probables que otros <sup>2</sup> . Elabora y emplea representaciones mediante gráficos de barras dobles o pictogramas <sup>3</sup> , y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o solucionar un problema empleando estrategias o procedimientos para recopilar datos cuantitativos y hallar el dato que más se repite; con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las explica, o justifica usando ejemplos.
V 5to y 6to prim	Interpreta los datos en diversas situaciones, los organiza en tablas de frecuencia y los expresa mediante, variables cualitativas o cuantitativas discretas, la media aritmética o la probabilidad de un suceso. Determina en que otras situaciones son aplicables. Describe utilizando lenguaje matemático su comprensión sobre las preguntas y posibles respuestas para una encuesta, la información contenida en tablas y gráficos, el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos, los resultados de una situación aleatoria y la probabilidad de un evento. Elabora y emplea diversas representaciones de datos mediante gráficos de líneas o de puntos y la probabilidad como fracción o cociente; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a recopilar datos a través de una encuesta, organizarlos y presentarlos; determinar la media; determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; calcular la probabilidad de un evento como una fracción; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.
VI 1ro y 2do sec	Discrimina y organiza datos de diversas situaciones y los expresa mediante modelos que involucran variables cualitativas, cuantitativas discretas y continuas, medidas de tendencia central y la probabilidad. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre datos contenidos en tablas y gráficos estadísticos, la pertinencia de un gráfico a un tipo de variable y las propiedades básicas de probabilidades. Elabora y emplea diversas representaciones usando tablas y gráficos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos para recopilar y organizar datos cuantitativos discretos y continuos, calcular medidas de tendencia central, la dispersión de datos mediante el rango, determinar por extensión y comprensión sucesos simples y compuestos, y calcular la probabilidad mediante frecuencias relativas; con apoyo de material concreto y recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre los datos o variables contenidas en fuentes de información, observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.
VII 3ro, 4to y 5to sec	Interpreta y plantea relaciones entre datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a situaciones que demandan caracterizar un conjunto de datos, y los expresa mediante variables cualitativas o cuantitativas, desviación estándar, medidas de localización y la probabilidad de eventos. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre población y muestra, un dato y el sesgo que produce en una distribución de datos, y espacio muestral y suceso, así como el significado de la desviación estándar y medidas de localización. Realiza y relaciona diversas representaciones de un mismo conjunto de datos seleccionando la más pertinente. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas para investigar o resolver problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos de recopilar y organizar datos, extraer una muestra representativa de la población, calcular medidas de tendencia central y la desviación estándar y determinar las condiciones y restricciones de una situación aleatoria y su espacio muestral; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas <sup>4</sup> sobre posibles generalizaciones en situaciones experimentales estableciendo relaciones matemáticas; las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten sus puntos de vista e incluyan conceptos y propiedades de los estadísticos.
DESTACADO	Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a caracterizar un conjunto de datos, y expresarlas mediante coeficiente de variación y probabilidad condicional. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando lenguaje matemático su comprensión sobre las relaciones entre medidas descriptivas, el significado del coeficiente de variación, y la probabilidad condicional. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o resolución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos, estrategias heurísticas y procedimientos de recopilar y organizar datos de diversas variables, aplicar técnicas de muestreo, extraer la muestra aleatoria de la población y calcular la probabilidad condicional. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática, y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

<sup>1</sup> Pictogramas sin escala.

<sup>2</sup> El estudiante indica intuitivamente si un suceso es más probable o menos probable que otro.

<sup>3</sup> Pictogramas con escala.

<sup>4</sup> Tener en cuenta que el razonamiento probabilístico y estadístico no es exacto como en matemáticas.

Por lo tanto, en general las conjeturas que se puedan establecer no serán demostradas con rigor, serán afirmaciones con un grado de validez, porque se trata de elegir representantes de un sistema de datos (media, mediana, moda), o cuantificar la posibilidad (probabilidad teórica, empírica, etc.) pero que detrás de ello está la noción de incertidumbre.

# Referencias bibliográficas

## Específicas

- BRESSAN, Ana María; BOGISIC, Beatriz y CREGO, Karina. (2006). Razones para enseñar geometría en la Educación Básica. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.
- CARBO, Liliana; GRACIA, Vicent. (2009). El mundo a través de los números. Lleida: Milenio.
- CHANDÍA, Eugenio; LÓPEZ, Alejandro; MARTÍNEZ, Salomé; MARTÍNEZ, Francisco y ROJAS, Daniela. (2012). Datos y azar. Texto para el formador. Para futuros profesores de la educación básica. Programa ReFIP. Chile: Centro de Modelamiento Matemático Blanco Encalada-Ediciones SM.
- DÍAZ, Leonora. (1998): Reflexiones didácticas en torno a fracciones, razones y proporciones. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- GOÑI, Jesús. (coord.). (2011). Matemáticas. Complementos de formación disciplinar. Barcelona: Graó.
- GUELLI, Oscar. (2007). EJA. Educação de jovens e adultos. Matemática. Ensino fundamental 3° e 4° ciclos. Sao Paulo: Editora Ática.
- MARSHALL, A. (2010). Discover strategies to engage young math students in competently using multiple representations. Fecha de consulta: 1/1/2013. <[http://www.nctm.org/eresources/view\\_media.asp?article\\_id=9351](http://www.nctm.org/eresources/view_media.asp?article_id=9351)>
- Ministerio de Educación. (2012). Resolvamos 1 y 2. Lima: Ministerio de Educación.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los sistemas de números naturales, enteros, racionales y reales en secundaria. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s2\\_fl.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_fl.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los sistemas numéricos en secundaria. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s2\\_fl.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_fl.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje para los números y numerales. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s3\\_fl.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_fl.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje para las razones y proporciones. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_e\\_s1\\_fl.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s1_fl.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la geometría. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s2\\_f4.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f4.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los poliedros. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s3\\_f7.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f7.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la geometría con corte y doblado de papel. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_e\\_s2\\_fl.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s2_fl.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de transformaciones

geométricas. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_e\\_s2\\_f7.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s2_f7.pdf)>

- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de funciones en secundaria. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s2\\_f3.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f3.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje del álgebra en secundaria. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s2\\_f2.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f2.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Resolución de ecuaciones en secundaria. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s3\\_f4.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f4.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos para elaborar encuestas. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_e\\_s1\\_f9.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s1_f9.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la probabilidad. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_e\\_s1\\_f8.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_e_s1_f8.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de la estadística y probabilidad. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s2\\_f5.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f5.pdf)>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Uso de los recursos tecnológicos en el aprendizaje de la matemática. Fecha de consulta: 24/12/2014. <[http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s1\\_f6.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s1_f6.pdf)>
- PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma. (2010) Enseñar Aritmética a los más chicos. Santa Fe: Ediciones Homo Sapiens.
- RICOTTI, Stella. (2010). Juegos y problemas para construir ideas matemáticas. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.
- ROJO, Alberto. (2012). El azar en la vida cotidiana. Buenos Aires: Editores Siglo Veintiuno.
- ROUCHE, Nicolás. (1994). De las magnitudes a los números racionales. Serie Enseñanza de las Matemáticas y de las Ciencias. Documento n.º 2/94. Santiago de Chile: Centro de Investigación y Desarrollo de la Educación
- SWAN, Malcolm. (2005). Improving learning in mathematics: challenges and strategies. Nottingham: Department for Education and Skills Standards Unit de la University of Nottingham.
- STEWART, Ian. (2007). Como cortar un pastel y otros rompecabezas matemáticos. Madrid: Editorial Crítica.
- TALL, D. (2008). The Transition to Formal Thinking in Mathematics. Fecha de consulta: 1/1/2013. <<http://link.springer.com/article/10.1007%2FBF03217474?LI=true#>>
- ZAPICO, Irene y otros. (2006). Matemática en su salsa, historia, arte y juegos. Buenos Aires: Lugar editorial S.A.

## Generales

- BARRANTES, H. (2006). Resolución de problemas: El trabajo de Allan Schoenfeld. Fecha de consulta: 1/1/2013. <http://www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes>
- BISHOP, Alan J. (1999). Enculturación matemática. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.
- CABRERA, Gabriela; BONYUAN, Stella. (2010). La enseñanza de la matemática situada en contexto. Córdoba, Argentina: Comunicarte.
- CANTORAL, Ricardo. (2013). Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. México D. F.: Editorial Gedisa Mexicana.

- CARABALLO, Rosa; RICO, Luis y LUPIÁÑEZ, José. (2013). "Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las matemáticas". En Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado. Vol. 17, n.º 2, pp. 225-241.
- CASTIBLANCO, Ana. (1999). Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas. Lineamientos curriculares. Áreas obligatorias y fundamentales. Bogotá, D. C.: Cooperativa Editorial Magisterio.
- CHEVALLARD y otros. (1997). Estudiar matemáticas: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Cuaderno de Educación N°22. Barcelona: Editorial Horsori.
- DA SILVA FERNANDEZ, Antonio (2010). Aprendizagem em matemática. Sao Paulo: Papirus Editora
- D'AMORE y otros.(2010). La didáctica y la dificultad en matemáticas. Bogotá: Editorial Magisterio.
- D'AMORE y otros.(1999). Didáctica de la matemática. Bogotá: Editorial Magisterio.
- DONOVAN, M. Suzanne y otros. (2000). How People Learn. Brain, Mind, Experience, and School. Washington D. C.: National Academy of Sciences.
- EURYDICE (2011). Mathematic Education in Europe: Common Challenges National Policies. Bruselas: Education, Audiovisual and Culture Executive Agency.
- FREJD, Peter (2014). "Modes of Mathematical Modelling. An analysis of how modelling is used and interpreted in and out of school settings". En Studies in Behavioural Science n.º 181.Suecia: Faculty of Educational Sciences Linköping de la University Linköping.
- GIMÉNEZ, Joaquim. (coord.). (2001). Matemáticas en Europa: Diversas perspectivas. Barcelona: Graó.
- GOÑI, Jesús (coord.). (2011). Didáctica de las matemáticas. Barcelona: Graó.
- GRAVEMEIJER K. y TERUEL J. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. Fecha de consulta: 24/12/2014.  
<<http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/hansfreudenthal.pdf>>
- LESH, Richard y otros. (2010). Modeling Students. Mathematical Modeling Competencies. Dordrecht: Springer Publishing.
- MANEL, Sol. (2011). Trayectorias Modelizadoras en la ESO. Fecha de consulta: 24/12/2014.  
<<http://polipapers.upv.es/index.php/MSEL/article/viewFile/3100/3196>>
- MASAMI, Isoda; ARCAVI, Abraham y MENA, Arturo. (2007). El estudio de clases japonés en matemáticas. Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- MASAMI, Isoda y OLFOS, Raimundo. (2009). El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Mendom@atic@. Revista digital de matemática. Fecha de consulta: 24/12/2014.  
<[http://www.mendomatica.mendoza.edu.ar/nro22/Lenguaje\\_comunicacion\\_y\\_emociones\\_%20Sentipensar%20la%20Matematica\\_22.pdf](http://www.mendomatica.mendoza.edu.ar/nro22/Lenguaje_comunicacion_y_emociones_%20Sentipensar%20la%20Matematica_22.pdf)>
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2003). Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- NISS, M. (2011). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education. Fecha de consulta: 1/1/2013. <<http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/download/672/678>>
- NISS, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish kom project. Fecha de consulta: 1/1/2013. <[http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa\\_niss.pdf](http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf)>

**Coloca aquí tus ideas**

**Coloca aquí tus ideas**