



# RUTAS DEL APRENDIZAJE

Versión 2015

¿Qué y cómo aprenden nuestros  
estudiantes?



Área Curricular

**Matemática**

5.° y 6.° grados de Educación Primaria



PERÚ

Ministerio  
de Educación

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN**

Av. De la Arqueología, cuadra 2 - San Borja

Lima, Perú

Teléfono 615-5800

www.minedu.gob.pe

Versión 1.0

Tiraje: 228 100 ejemplares

**Elaboración:**

Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo, Giovanna Karito Piscocoya Rojas, Pedro David Collanqui Díaz, Marisol Zelarayan Aduato. María Isabel Díaz Maguiña. SINEACE - Programa de Estándares de Aprendizaje: Gina Patricia Paz Huamán, Lilian Edelmira Isidro Cámac.

**Colaboradores:**

Félix Rosales Huerta, Carlos Ramiro Febres Tapia, Elwin Contreras, Sonia Laquita, Alicia Veiga, José Raúl Salazar La Madrid, Isabel Torres Céspedes, Fernando Escudero, Rodrigo Valera, Andrea Soto.

**Cuidado de edición**

Fernando Carbajal Orihuela.

**Corrección de estilo:**

Gustavo Pérez Lavado.

**Ilustraciones:**

Gloria Arredondo Castillo.

**Diseño y diagramación:**

David Crispín Cuadros.

**Fotografías:**

Félix Rosales Huerta.

**Impreso por:**

Metrocolor S.A.

Av. Los Gorriones 350, Chorrillos

Lima, Perú

**© Ministerio de Educación**

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

**Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: N° 2015-01453**

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

*En vista de que en nuestra opinión, el lenguaje escrito no ha encontrado aún una manera satisfactoria de nombrar a ambos géneros con una sola palabra, en este fascículo se ha optado por emplear términos en masculino para referirse a ambos géneros.*

# Índice

Presentación.....	Pág. 5
Introducción .....	7
<b>1. Fundamentos y definiciones .....</b>	<b>8</b>
1.1 ¿Por qué aprender matemática? .....	8
1.2 ¿Para qué aprender matemática? .....	10
1.3 ¿Cómo aprender matemática? .....	12
<b>2. Competencias y capacidades .....</b>	<b>16</b>
2.1 Competencias matemáticas.....	18
1. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad .....	18
2. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio .....	20
3. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización .....	22
4. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre .....	24
2.2 Capacidades matemáticas .....	25
Capacidad 1 : Matematiza situaciones .....	25
Capacidad 2 : Comunica y representa ideas matemáticas .....	26
Capacidad 3: Elabora y usa estrategias .....	28
Capacidad 4: Razona y argumenta generando ideas matemáticas .....	29
2.3 ¿Cómo se desarrolla las competencias en el V ciclo? .....	30
2.3.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad .....	30
2.3.2 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio .....	47

2.3.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización .....	58
2.3.4 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre .....	69
<b>3. Orientaciones didácticas.....</b>	<b>81</b>
3.1 Estrategias para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad .....	81
3.1.1 Recursos para plantear y resolver problemas .....	81
3.1.2 Investigamos números en la prensa escrita .....	86
3.1.3 Estrategias para la resolución de problemas .....	90
3.2 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio Patrones con transformaciones geométricas.....	104
3.2.1 Cubriendo el plano con figuras mediante traslaciones .....	105
3.2.2 Estrategia para generalizar patrones .....	107
3.2.3 Estrategia de resolución de problemas para problemas de equilibrio.....	111
3.2.4 Jugamos a las “vencidas” .....	113
3.3 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.....	115
3.3.1 Estrategias para aprender geometría según Van Hiele.....	115
3.3.2 Recursos para enseñar las figuras planas.....	121
3.4 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre .....	124
3.4.1 Estrategias para resolver problemas estadísticos.....	124
3.4.2 Recursos para plantear experimentos aleatorios .....	130
<b>Referencias bibliográficas .....</b>	<b>132</b>
<b>Anexo 1: Matrices de las cuatro competencias para el quinto grado de primaria.....</b>	<b>134</b>
<b>Anexo 2: Matrices de las cuatro competencias para el sexto grado de primaria.....</b>	<b>143</b>
<b>Anexo 3: Mapas de Progreso.....</b>	<b>152</b>

# Presentación

Las Rutas del Aprendizaje son orientaciones pedagógicas y didácticas para una enseñanza efectiva de las competencias de cada área curricular. Ponen en manos de nosotros, los docentes, pautas útiles para los tres niveles educativos de la Educación Básica Regular: Inicial, Primaria y Secundaria.

Presentan:

- Los enfoques y fundamentos que permiten entender el sentido y las finalidades de la enseñanza de las competencias, así como el marco teórico desde el cual se están entendiendo.
- Las competencias que deben ser trabajadas a lo largo de toda la escolaridad, y las capacidades en las que se desagregan. Se define qué implica cada una, así como la combinación que se requiere para su desarrollo.
- Los estándares de las competencias, que se han establecido en mapas de progreso.
- Los indicadores de desempeño para cada una de las capacidades, por grado o ciclos, de acuerdo con la naturaleza de cada competencia.
- Orientaciones didácticas que facilitan la enseñanza y el aprendizaje de las competencias.

Definiciones básicas que nos permiten entender y trabajar con las Rutas del Aprendizaje:

## 1. Competencia

Llamamos competencia a la facultad que tiene una persona para actuar conscientemente en la resolución de un problema o el cumplimiento de exigencias complejas, usando flexible y creativamente sus conocimientos y habilidades, información o herramientas, así como sus valores, emociones y actitudes.

La competencia es un aprendizaje complejo, pues implica la transferencia y combinación apropiada de capacidades muy diversas para modificar una circunstancia y lograr un determinado propósito. Es un saber actuar contextualizado y creativo, y su aprendizaje es de carácter longitudinal, dado que se reitera a lo largo de toda la escolaridad. Ello a fin de que pueda irse complejizando de manera progresiva y permita al estudiante alcanzar niveles cada vez más altos de desempeño.

## 2. Capacidad

Desde el enfoque de competencias, hablamos de «capacidad» en el sentido amplio de «capacidades humanas». Así, las capacidades que pueden integrar una competencia combinan saberes de un campo más delimitado, y su incremento genera nuestro desarrollo competente. Es fundamental ser conscientes de que si

bien las capacidades se pueden enseñar y desplegar de manera aislada, es su combinación (según lo que las circunstancias requieran) lo que permite su desarrollo. Desde esta perspectiva, importa el dominio específico de estas capacidades, pero es indispensable su combinación y utilización pertinente en contextos variados.

### 3. Estándar nacional

Los estándares nacionales de aprendizaje se establecen en los Mapas de progreso y se definen allí como «metas de aprendizaje» en progresión, para identificar qué se espera lograr respecto de cada competencia por ciclo de escolaridad. Estas descripciones aportan los referentes comunes para monitorear y evaluar aprendizajes a nivel de sistema (evaluaciones externas de carácter nacional) y de aula (evaluaciones formativas y certificadoras del aprendizaje). En un sentido amplio, se denomina estándar a la definición clara de un criterio para reconocer la calidad de aquello que es objeto de medición y pertenece a una misma categoría. En este caso, como señalan los mapas de progreso, se indica el grado de dominio (o nivel de desempeño) que deben exhibir todos los estudiantes peruanos al final de cada ciclo de la Educación Básica con relación a las competencias.

Los estándares de aprendizaje no son instrumentos para homogeneizar a los estudiantes, ya que las competencias a que hacen referencia se proponen como un piso, y no como un techo para la educación escolar en el país. Su única función es medir logros sobre los aprendizajes comunes en el país, que constituyen un derecho de todos.

### 4. Indicador de desempeño

Llamamos desempeño al grado de desenvolvimiento que un estudiante muestra en relación con un determinado fin. Es decir, tiene que ver con una actuación que logra un objetivo o cumple una tarea en la medida esperada. Un indicador de desempeño es el dato o información específica que sirve para planificar nuestras sesiones de aprendizaje y para valorar en esa actuación el grado de cumplimiento de una determinada expectativa. En el contexto del desarrollo curricular, los indicadores de desempeño se encuentran asociados al logro de una determinada capacidad. Así, una capacidad puede medirse a través de más de un indicador.

Estas Rutas del Aprendizaje se han ido publicando desde el 2012 y están en revisión y ajuste permanente, a partir de su constante evaluación. Es de esperar, por ello, que en los siguientes años se sigan ajustando en cada una de sus partes. Estaremos muy atentos a tus aportes y sugerencias para ir mejorándolas en las próximas reediciones, de manera que sean más pertinentes y útiles para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.

# Introducción

El presente fascículo es la segunda versión de Rutas del Aprendizaje, mejorada y más completa, fruto del trabajo de investigación y validación en las aulas, del que tú formaste parte con tu opinión y tus sugerencias en los diversos talleres y eventos. Esta nueva versión te proporciona pautas para responder a dos preguntas fundamentales: ¿qué enseñar? y ¿cómo enseñar? El qué enseñar se relaciona con los contenidos y las capacidades, y el cómo enseñar, con la variedad de estrategias y recursos que te permitirán generar aprendizajes significativos en los niños.

Sin duda, la matemática cobra mayor significado y se aprende mejor cuando se aplica directamente a situaciones de la vida real. Nuestros estudiantes sienten mayor satisfacción cuando pueden relacionar cualquier aprendizaje matemático nuevo con algo que saben y con la realidad que los rodea. Esa es una matemática para la vida, donde el aprendizaje se genera en el contexto de las relaciones humanas y sus logros van hacia ellas.

Por otro lado, la sociedad actual requiere de ciudadanos reflexivos, críticos, capaces de asumir responsabilidades en su conducción, y la matemática debe ser un medio para ello, formando estudiantes con autonomía, conscientes de qué aprenden, cómo aprenden y para qué aprenden. En este sentido, es muy importante el rol del docente como agente mediador, orientador y provocador de formas de pensar y reflexionar durante las actividades matemáticas. Conscientes de esta responsabilidad, mediante el presente fascículo te brindamos una herramienta pedagógica orientadora para generar esos aprendizajes. Con tal fin, se adopta un enfoque centrado en la resolución de problemas desde el cual, a partir de una situación problemática, se desarrollan las capacidades matemáticas configurando el desarrollo de la competencia.

En el presente fascículo encontrarás:

Capítulo I: los fundamentos teóricos de por qué y para qué se aprende matemática, asumiendo la resolución de problemas como la centralidad del quehacer matemático.

Capítulo II: los elementos curriculares que permiten generar aprendizajes significativos, así como los estándares de aprendizaje que constituyen los hitos o las metas de aprendizaje a donde deben llegar los estudiantes al culminar el V ciclo.

Capítulo III: las orientaciones didácticas en cada una de las competencias que te guiarán para lograr los aprendizajes significativos en los estudiantes.

Finalmente, es necesario señalar que la intención del presente fascículo no es entregar recetas “aplicables” de manera directa y mecánica, sino proporcionar herramientas pedagógicas que, haciendo las adaptaciones convenientes, puedan servir para generar aprendizajes en los niños y así complementen y refuercen tu labor cotidiana.

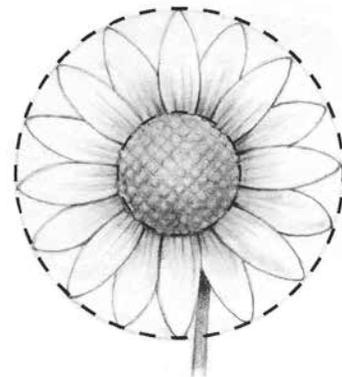
# 1. Fundamentos y definiciones

## 1.1 ¿Por qué aprender matemática?

Permite entender el mundo y desenvolvemos en él.

La matemática está presente en diversos espacios de la actividad humana, tales como actividades familiares, sociales, culturales o en la misma naturaleza. También se encuentra en nuestras actividades cotidianas. Por ejemplo, al comprar el pan y pagar una cantidad de dinero por ello, al trasladarnos todos los días al trabajo en determinado tiempo, al medir y controlar la temperatura de algún familiar o allegado, al elaborar el presupuesto familiar o de la comunidad, etc.

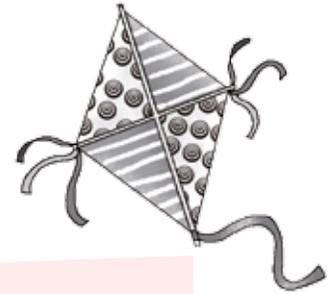
Las formas de la naturaleza y las regularidades que se presentan en ella pueden ser comprendidas desde las nociones matemáticas de la geometría y de los patrones. La matemática nos permite entenderlas, representarlas y recrearlas.



Asimismo, el mundo en que vivimos se mueve y cambia rápidamente; por ello, es necesario que nuestra sociedad actual demande una cultura matemática para aproximarse, comprender y asumir un rol transformador en el entorno complejo y global de la realidad. En este sentido, se requiere el desarrollo de habilidades básicas que nos permitan desenvolvemos en la vida cotidiana para relacionarnos con el entorno, con el mundo del trabajo, de la producción y del estudio.

De lo dicho se desprende que la matemática está incorporada en las diversas actividades de las personas, de tal manera que se ha convertido en clave esencial para poder transformar y comprender nuestra cultura y generar espacios que propicien el uso, reconocimiento y valoración de los conocimientos matemáticos propios.

En los pueblos originarios también se reconocen prácticas propias y formas de estructurar la realidad como, por ejemplo, agrupar objetos o animales en grupos de 2 o 3, adoptando un sistema de numeración binario o terciario. Ello nos conduce a la necesidad de desarrollar competencias y capacidades matemáticas asumiendo un rol participativo en diversos ámbitos del mundo moderno, pues se requiere el ejercicio de la ciudadanía con sentido crítico y creativo. La matemática aporta en esta perspectiva cuando es capaz de ayudarnos a cuestionar hechos, datos y situaciones sociales, interpretándolas y explicándolas.



Diseñar y elaborar una cometa es una actividad divertida y mediante la cual se pueden construir conocimientos geométricos y de medida.

## Es la base para el progreso de la ciencia y la tecnología, por lo tanto, para el desarrollo de las sociedades.

En la actualidad, las aplicaciones matemáticas ya no representan un patrimonio únicamente apreciable en la física, ingeniería o astronomía, sino que han desencadenado progresos espectaculares en otros campos científicos. Por ejemplo, especialistas médicos leen obras sobre la teoría de la información, los psicólogos estudian tratados de teoría de la probabilidad, etc. Así, existen muchas evidencias para que los más ilustres pensadores y científicos hayan aceptado sin reparos que en los últimos tiempos se ha vivido un intenso periodo de desarrollo matemático.



En este contexto, las ciencias se sirven de la matemática como medio de comunicación, pues hay un lenguaje común que es el lenguaje matemático para todas las civilizaciones por muy diferentes que sean, y este saber está constituido por las ciencias y la matemática. La razón está en que las leyes de la naturaleza son idénticas en todas partes. En este sistema comunicativo-representativo está escrito el desarrollo de las demás ciencias; gracias a él ha habido un desarrollo dinámico y combinado de la ciencia-tecnología que ha cambiado la vida del ciudadano moderno.

Al día de hoy, la necesidad de desarrollar competencias y capacidades matemáticas se ha hecho no solo indispensable, sino apremiante para el ejercicio de cualquier actividad científica en la que tanto ciencias como humanidades han recibido ya visiblemente su tremendo impacto.

### **Promueve una participación ciudadana que demanda toma de decisiones responsables y conscientes.**

La formación de ciudadanos implica desarrollar una actitud problematizadora capaz de cuestionarse ante los hechos, los datos y las situaciones sociales; así como sus interpretaciones y explicaciones por lo que se requiere saber más allá de las cuatro operaciones y exige, en la actualidad, la comprensión de los números en distintos contextos, la interpretación de datos estadísticos, etc. El dominio de la matemática para el ejercicio de la ciudadanía requiere no solo conocer el lenguaje matemático y hechos, conceptos y algoritmos, que le permitirá interpretar algunas situaciones de la realidad relacionadas con la cantidad, forma, cambio o la incertidumbre, sino también procesos más complejos como la matematización de situaciones y la resolución de problemas (Callejo de la Vega, 2000).

En virtud de lo señalado, los niños deben aprender matemática porque:

- Permite comprender el mundo y desenvolvernos adecuadamente en él.
- Es la base para el progreso de la ciencia y la tecnología; por ende, para el desarrollo de las sociedades.
- Proporciona las herramientas necesarias para desarrollar una práctica ciudadana responsable y consciente.

## **1.2 ¿Para qué aprender matemática?**

La finalidad de la matemática en el currículo es desarrollar formas de actuar y pensar matemáticamente en diversas situaciones, que permitan a los niños interpretar e intervenir en la realidad a partir de la intuición, el planteamiento de supuestos, conjeturas e hipótesis haciendo inferencias, deducciones, argumentaciones y demostraciones; comunicarse y otras habilidades, así como el desarrollo de métodos y actitudes útiles para ordenar, cuantificar y medir hechos y fenómenos de la realidad e intervenir conscientemente sobre ella.

El pensar matemáticamente es un proceso complejo y dinámico que resulta de la interacción de varios factores (cognitivos, socioculturales, afectivos, entre otros), el cual promueve en los niños formas de actuar y construir ideas matemáticas a partir de diversos contextos (Cantoral Uriza, 2000). Por ello, para pensar matemáticamente tenemos que ir más allá de los fundamentos de la matemática y la práctica exclusiva de los matemáticos, y tratar de entender que se trata de aproximarnos a todas las formas posibles de razonar, formular hipótesis, demostrar, construir, organizar, comunicar ideas y resolver problemas matemáticos que provienen de un contexto cotidiano, social, laboral, científico, etc.

En este sentido, se espera que los estudiantes aprendan matemática desde los siguientes propósitos:

- **La matemática es funcional.** Se busca proporcionar las herramientas matemáticas básicas para su desempeño en contexto social, es decir, en la toma de decisiones que orientan su proyecto de vida. Es de destacar aquí la contribución de la matemática a cuestiones tan relevantes como los fenómenos políticos, económicos, ambientales, de infraestructura, transportes o movimientos poblacionales.
- **La matemática es instrumental.** Todas las profesiones requieren una base de conocimientos matemáticos y, en algunas, como en la matemática pura, en la física, en la estadística o en la ingeniería, la matemática es imprescindible.

En la práctica diaria de las ciencias se hace uso de la matemática. Los conceptos con que se formulan las teorías científicas son esencialmente conceptos matemáticos. Por ejemplo, en el campo biológico, muchas de las características heredadas en el nacimiento no se pueden prever de antemano: sexo, color de cabello, peso al nacer, estatura, etc. Sin embargo, la probabilidad permite describir estas características.

- **La matemática es formativa.** El desenvolvimiento de las competencias matemáticas propicia el desarrollo de capacidades, conocimientos, procedimientos y estrategias cognitivas, tanto particulares como generales, que promuevan un pensamiento abierto, creativo, crítico, autónomo y divergente.

Así, la matemática posee valores formativos innegables, tales como:

- Desarrollar en los niños capacidades y actitudes para determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias y, en definitiva, potenciar su autonomía, su razonamiento, la capacidad de acción simbólica, el espíritu crítico, la curiosidad, la persistencia, la imaginación, la creatividad, la sistematicidad, etc.
- La utilidad para promover y estimular el diseño, elaboración y apreciación de formas artísticas, a través del material concreto, así como el uso de gráficos y esquemas para elaborar y descubrir patrones y regularidades.

- Estimular el trabajo cooperativo, el ejercicio de la crítica, la participación y colaboración, la discusión y defensa de las propias ideas, y para asumir la toma conjunta de decisiones.
- El desarrollo de capacidades para el trabajo científico, la búsqueda, identificación y resolución de problemas.
- Las situaciones que movilizan este tipo de conocimiento, enriquecen a los niños al sentir satisfacción por el trabajo realizado al hacer uso de sus competencias matemáticas.

### 1.3 ¿Cómo aprender matemática?

En diversos trabajos de investigación en antropología, psicología social y cognitiva, afirman que los estudiantes alcanzan un aprendizaje con alto nivel de significatividad cuando se vinculan con sus prácticas culturales y sociales.

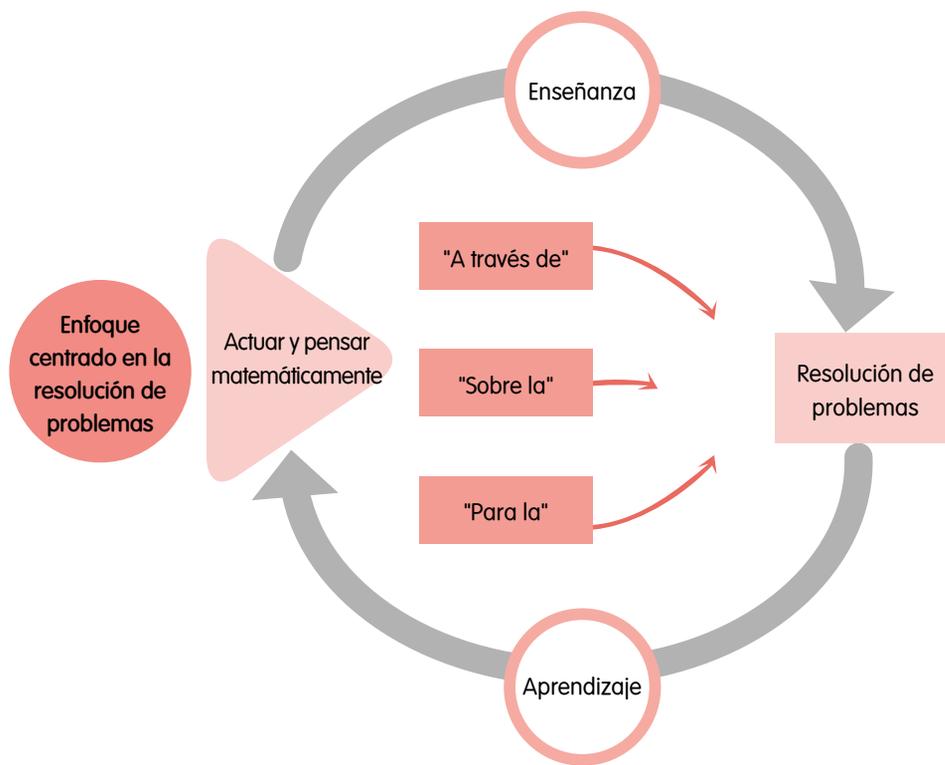
El cambio fundamental es pasar de un aprendizaje, en la mayoría de los casos memorístico de conocimientos matemáticos (como supuestos prerrequisitos para aprender a resolver problemas), a un aprendizaje enfocado en la construcción de conocimientos matemáticos a partir de la resolución de problemas.

Por otro lado, como lo expresó Freudenthal<sup>1</sup>, esta visión de la práctica matemática escolar no está motivada solamente por la importancia de su utilidad, sino principalmente por reconocerla como una actividad humana; lo que implica que hacer matemática como proceso es más importante que la matemática como un producto terminado.

En este marco, se asume un enfoque centrado en la resolución de problemas con la intención de promover formas de enseñanza y aprendizaje a partir del planteamiento de problemas en diversos contextos. Como señaló Gaulin (2001), este enfoque adquiere importancia debido a que promueve el desarrollo de aprendizajes “a través de”, “sobre” y “para” la resolución de problemas.

- **“A través de” la resolución de problemas** inmediatos y del entorno de los niños, como vehículo para promover el desarrollo de aprendizajes matemáticos, orientados en sentido constructivo y creador de la actividad humana.
- **“Sobre” la resolución de problemas**, que explicita el desarrollo de la comprensión del saber matemático, la planeación, el desarrollo resolutivo estratégico y metacognitivo, es decir, la movilidad de una serie de recursos y de competencias y capacidades matemáticas.
- **“Para” la resolución de problemas**, que involucran enfrentar a los niños de forma constante a nuevas situaciones y problemas. En este sentido, la resolución de problemas es el proceso central de hacer matemática; asimismo, es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad de la matemática con la realidad cotidiana.

<sup>1</sup> La educación matemática realista (EMR) fue fundada por el profesor alemán Hans Freudenthal (1905-1990).



La resolución de problemas como enfoque orienta y da sentido a la educación matemática, en el propósito que se persigue de desarrollar ciudadanos que "actúen y piensen matemáticamente" al resolver problemas en diversos contextos. Asimismo, orienta la metodología en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

El enfoque centrado en la resolución de problemas orienta la actividad matemática en el aula, situando a los niños en diversos contextos para crear, recrear, investigar, plantear y resolver problemas, probar diversos caminos de resolución, analizar estrategias y formas de representación, sistematizar y comunicar nuevos conocimientos, entre otros.



## Rasgos esenciales del enfoque

- La resolución de problemas debe plantearse en situaciones de contextos diversos, pues ello moviliza el desarrollo del pensamiento matemático. Los estudiantes desarrollan competencias y se interesan en el conocimiento matemático, si le encuentran significado y lo valoran, y pueden establecer la funcionalidad matemática con situaciones de diversos contextos.
- La resolución de problemas sirve de escenario para desarrollar competencias y capacidades matemáticas.
- La matemática se enseña y se aprende resolviendo problemas. La resolución de problemas sirve de contexto para que los estudiantes construyan nuevos conceptos matemáticos, descubran relaciones entre entidades matemáticas y elaboren procedimientos matemáticos, estableciendo relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.
- Los problemas planteados deben responder a los intereses y necesidades de los niños. Es decir, deben presentarse retos y desafíos interesantes que los involucren realmente en la búsqueda de soluciones.
- La resolución de problemas permite a los niños hacer conexiones entre ideas, estrategias y procedimientos matemáticos que le den sentido e interpretación a su actuar en diversas situaciones.

Una situación se describe como un acontecimiento significativo, que le da marco al planteamiento de problemas con cantidades, regularidades, formas, etc. Por ello, permite dar sentido y funcionalidad a las experiencias y conocimientos matemáticos que desarrollan los estudiantes.

El cambio fundamental, entonces, para enseñar y aprender matemática radica en proponer a los niños, en cada sesión de clase, situaciones o problemas que los obliguen todo el tiempo a actuar y pensar matemáticamente.

Un *problema* es un desafío, reto o dificultad a resolver y para el cual no se conoce de antemano una solución.

**Ejemplo:** Dos hermanos, Koki y Sandra, compran un regalo que cuesta S/. 30. Koki puso los  $\frac{3}{5}$  de lo que costó. ¿Cuánto dinero puso Koki?

Observamos los gráficos que elabora un niño de clase para resolver el problema:



La barra representa el costo total: S/. 30.

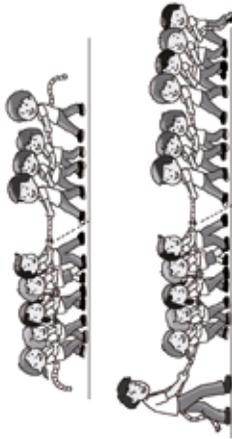


Cada parte vale S/. 6.

Tres partes valen S/. 18.

El estudiante al resolver el problema pone en juego lo que sabe sobre la división y las fracciones. Este problema es el punto de partida para construir la noción de fracción de un conjunto.

**Problemas en diversos contextos**



LÚDICO



SOCIAL



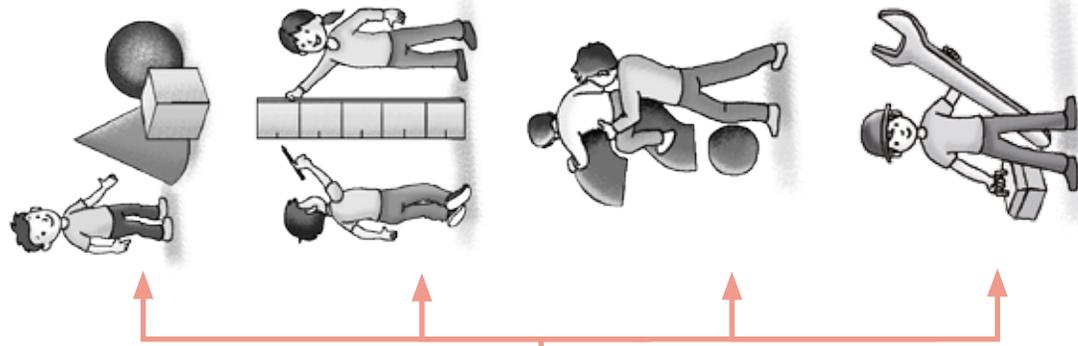
CIENTÍFICO



MATEMÁTICO

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

El enfoque es el punto de partida para enseñar y aprender matemática



**Rasgos esenciales del enfoque**

La resolución de problemas debe plantearse en diversos contextos, lo que moviliza el pensamiento matemático.

La resolución de problemas orienta el desarrollo de competencias y capacidades matemáticas.

Sirve de contexto para construir, comprender y establecer relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.

La resolución de problemas responde a los intereses y necesidades de los niños.

## 2. Competencias y capacidades

Los niños de hoy necesitan enfrentarse a los diferentes retos que demanda la sociedad, con la finalidad de que se encuentren preparados para superarlos tanto en la actualidad como en el futuro. En este contexto, la educación y las actividades de aprendizaje deben orientarse a que los estudiantes sepan actuar con pertinencia y eficacia en su rol de ciudadanos, lo cual involucra el desarrollo pleno de un conjunto de competencias, capacidades y conocimientos que faciliten la comprensión, construcción y aplicación de una matemática para la vida y el trabajo.

Los niños en la educación básica regular tienen un largo camino por recorrer para desarrollar competencias y capacidades, las cuales se definen como la facultad de toda persona para actuar conscientemente sobre una realidad, sea para resolver un problema o cumplir un objetivo, haciendo uso flexible y creativo de los conocimientos, las habilidades, las destrezas, la información o las herramientas que tengan disponibles y considere pertinentes a la situación (MINEDU, 2014).

Tomando como base esta concepción es que se promueve el desarrollo de aprendizajes en matemática explicitados en cuatro competencias. Estas, a su vez, se describen como el desarrollo de formas de actuar y de pensar matemáticamente en diversas situaciones, donde los niños construyen modelos, usan estrategias y generan procedimientos para la resolución de problemas, apelan a diversas formas de razonamiento y argumentación, realizan representaciones gráficas y se comunican con soporte matemático.

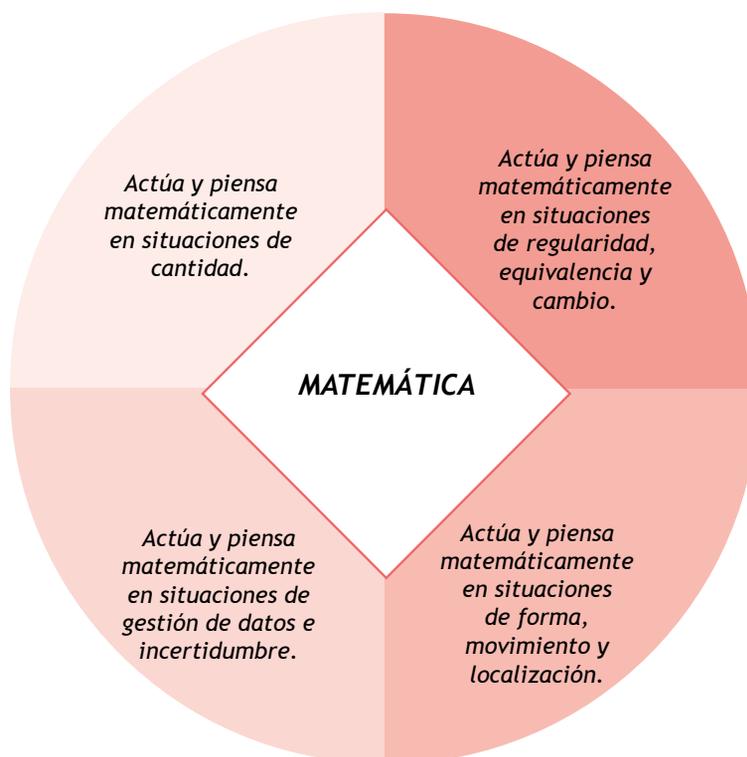
Según Freudenthal (citado por Bressan y otros, 2004), la matemática es pensada como una actividad; así, el actuar matemáticamente consistiría en mostrar predilección por:

- Usar el lenguaje matemático para comunicar sus ideas o argumentar sus conclusiones, es decir, para describir elementos concretos, referidos a contextos específicos de la matemática, hasta el uso de variables convencionales y lenguaje funcional.
- Cambiar de perspectiva o punto de vista y reconocer cuándo una variación en este aspecto es incorrecta dentro de una situación o un problema dado.
- Captar cuál es el nivel de precisión adecuado para la resolución de un problema dado.
- Identificar estructuras matemáticas dentro de un contexto (si es que las hay) y abstenerse de usar la matemática cuando esta no es aplicable.
- Tratar la propia actividad matemática como materia prima para la reflexión, con miras a alcanzar un nivel más alto de pensamiento.

De otro lado, **pensar matemáticamente** se define como el conjunto de actividades mentales u operaciones intelectuales que llevan al estudiante a entender y dotar de significado a lo que le rodea, resolver un problema sobre conceptos matemáticos, tomar una decisión o llegar a una conclusión en los que están involucrados procesos como la abstracción, justificación, visualización, estimación, entre otros (Cantoral, 2005; Molina, 2006; Carretero y Ascencio, 2008).

Las competencias propuestas en la Educación Básica Regular se organizan sobre la base de cuatro situaciones. La definición de estas se sostiene en la idea de que la matemática se ha desarrollado como un medio para describir, comprender e interpretar los fenómenos naturales y sociales que han motivado el desarrollo de determinados procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación (OECD, 2012). En este sentido, la mayoría de países ha adoptado una organización curricular basada en estos fenómenos, en la que subyacen numerosas clases de problemas, con procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación. Por ejemplo, fenómenos como la incertidumbre, que pueden descubrirse en muchas situaciones habituales, necesitan ser abordados con estrategias y herramientas matemáticas relacionadas con la probabilidad. Asimismo, fenómenos o situaciones de equivalencias o cambios necesitan ser abordados desde el álgebra; las situaciones de cantidades se analizan y modelan desde la aritmética o los números; las de formas, desde la geometría.

Por las razones descritas, las competencias se formulan como actuar y pensar matemáticamente a través de situaciones de cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización y gestión de datos e incertidumbre.



## 2.1 Competencias matemáticas

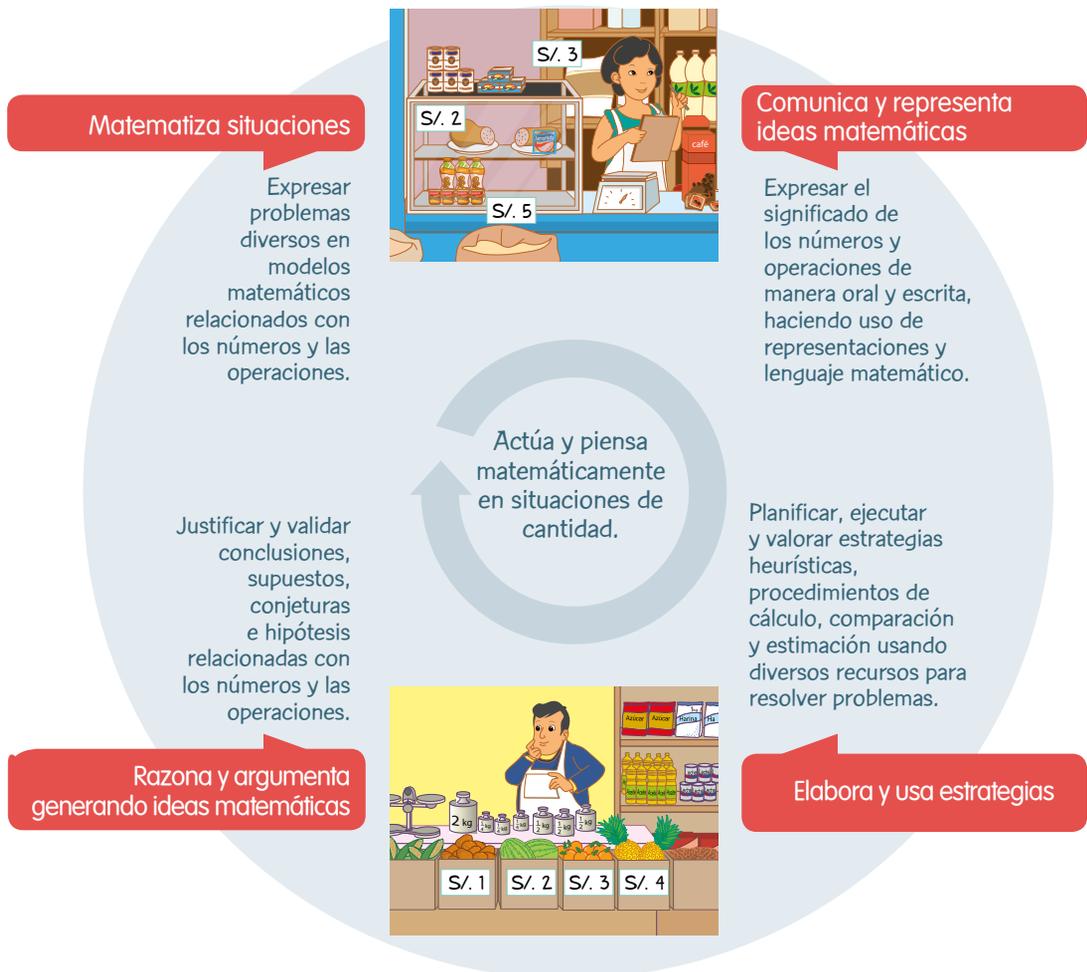
# 1

### COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

En la actualidad, la presencia de la información cuantitativa se ha incrementado de forma considerable. Este hecho exige al ciudadano construir modelos de situaciones en las que se manifiesta el sentido numérico y de magnitud, lo cual va de la mano con la comprensión del significado de las operaciones y la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación.

Actuar y pensar en situaciones de cantidad implica resolver problemas relacionados con cantidades que se pueden contar y medir para desarrollar progresivamente el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación. Toda esta comprensión se logra a través del despliegue y la interrelación de las capacidades de matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias para resolver problemas o al razonar y argumentar generando ideas matemáticas a través de sus conclusiones y respuestas.

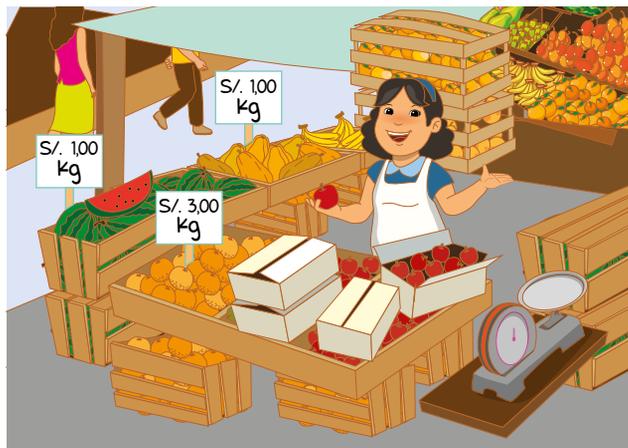


La necesidad de cuantificar y organizar lo que se encuentra en nuestro entorno nos permite reconocer que los números poseen distinta utilidad en diversos contextos.

Treffers (citado por Jan de Lange) hace hincapié en la importancia de la capacidad de manejar números y datos, y de evaluar las problemas y situaciones que implican procesos mentales y de estimación en contextos del mundo real.

Por su parte, The International Life Skills Survey (Policy Research Initiative Statistics Canada, 2000) menciona que es necesario poseer “un conjunto de habilidades, conocimientos, creencias, disposiciones, hábitos de la mente, comunicaciones, capacidades y habilidades para resolver problemas que las personas necesitan para participar eficazmente en situaciones cuantitativas que surgen en la vida y el trabajo”.

Lo dicho anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes vinculados con el desarrollo de la aritmética asociada a la idea de cantidad, lo cual implica lo siguiente:



- Conocer los múltiples usos que les damos a los números naturales, fracciones y decimales.
- Representar los números naturales, fracciones y decimales en sus variadas formas.
- Realizar procedimientos como conteo, cálculo y estimación de cantidades.
- Comprender las relaciones y las operaciones.
- Comprender el sistema de numeración decimal con los números naturales y decimales.
- Reconocer patrones numéricos en números de hasta seis cifras.
- Utilizar números para representar atributos medibles de objetos del mundo real.
- Comprender el significado de las operaciones con cantidades y magnitudes.



# 2

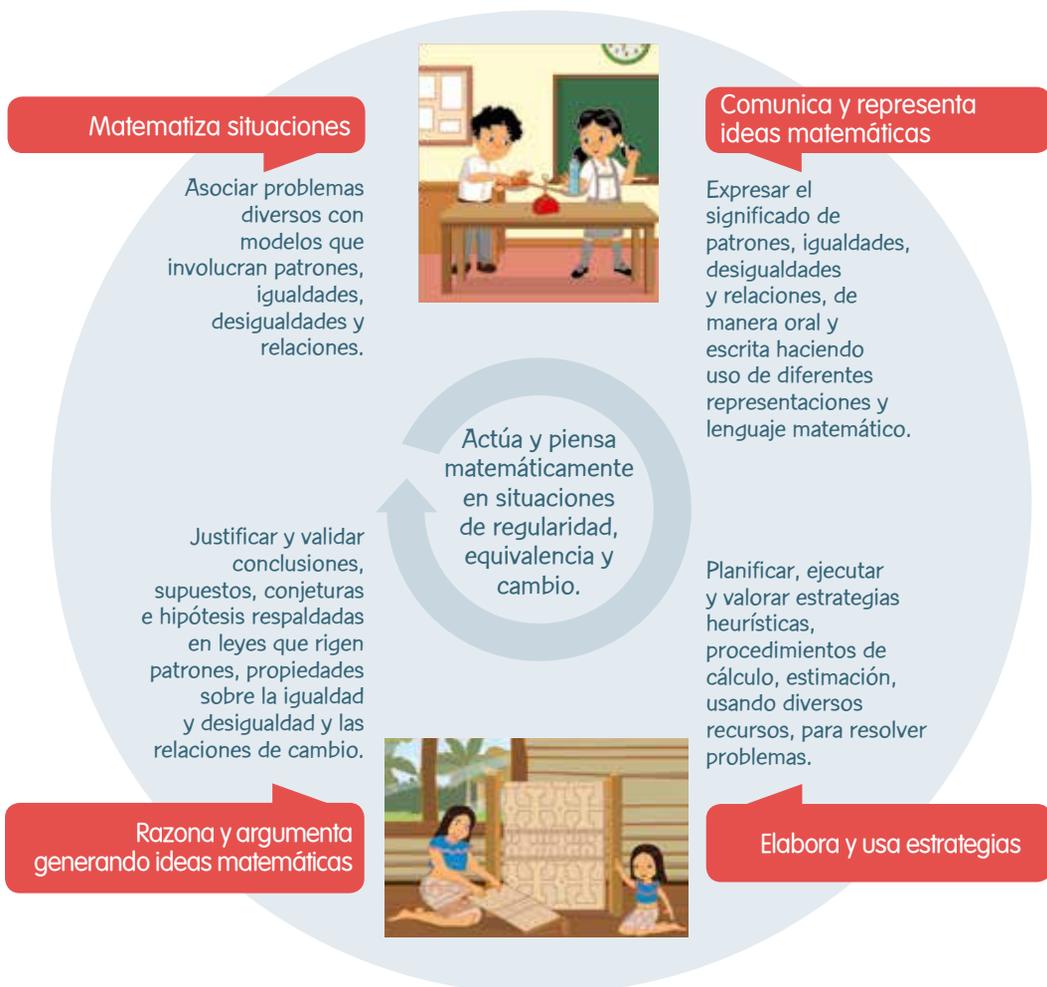
## COMPETENCIA

### Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

En el entorno se producen múltiples relaciones temporales y permanentes que se presentan en los diversos fenómenos naturales, económicos, demográficos, científicos, entre otros. Estas relaciones influyen en la vida del ciudadano exigiéndole que desarrolle capacidades matemáticas para interpretarlos, describirlos y modelarlos (OCDE, 2012). La interpretación de los fenómenos supone comprender los diferentes tipos de cambio y reconocer cuándo se presentan con el propósito de utilizar modelos matemáticos para describirlos.

Actuar y pensar en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio implica desarrollar progresivamente la interpretación y generalización de patrones, la comprensión y el uso de igualdades y desigualdades, y la comprensión y el uso de relaciones y funciones. Por lo tanto, se requiere presentar el álgebra no solo como una traducción del lenguaje natural al simbólico, sino también usarla como una herramienta de modelación de distintas situaciones de la vida real.

Las cuatro capacidades de esta competencia se definen de la siguiente manera:

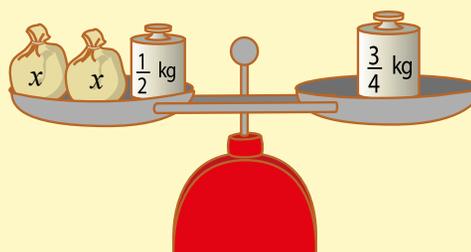
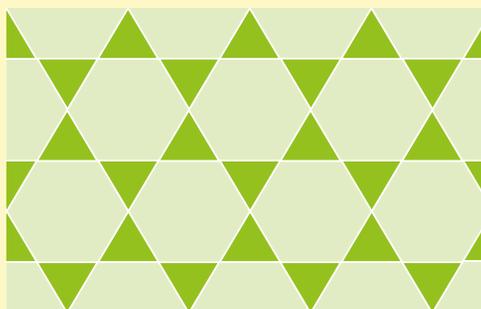


Ana Bressan (2010) menciona que el descubrimiento de las leyes que rigen patrones, y su reconstrucción con base en estas mismas leyes, cumple un papel fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático. Ambas actividades están vinculadas estrechamente al proceso de generalización, que forma parte del razonamiento inductivo, entendido tanto como pasar de casos particulares a una propiedad común (conjetura o hipótesis), como transferir propiedades de una situación a otra. Asimismo, el estudio de patrones y la generalización de estos abren las "puertas" para comprender la noción de variable y de fórmula, así como para distinguir las formas de razonamiento inductivo y deductivo, y el valor de la simbolización matemática.



La competencia de **Actuar y pensar matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio** implica promover aprendizajes relacionados con el álgebra en el V ciclo:

- Identificar, interpretar y representar regularidades que se reconocen en diversos contextos, incluidos los matemáticos.
- Comprender que un mismo patrón se puede hallar en situaciones diferentes, ya sean físicas, geométricas, aleatorias, numéricas, etc.
- Generalizar patrones y relaciones usando iconos y símbolos.
- Interpretar y representar las condiciones de problemas, mediante igualdades o desigualdades.
- Determinar valores desconocidos y establecer equivalencias entre expresiones numéricas y algebraicas.
- Identificar e interpretar las relaciones entre dos magnitudes.
- Analizar la naturaleza del cambio y modelar situaciones o fenómenos del mundo real mediante tablas y relaciones de proporcionalidad.



# 3

## COMPETENCIA

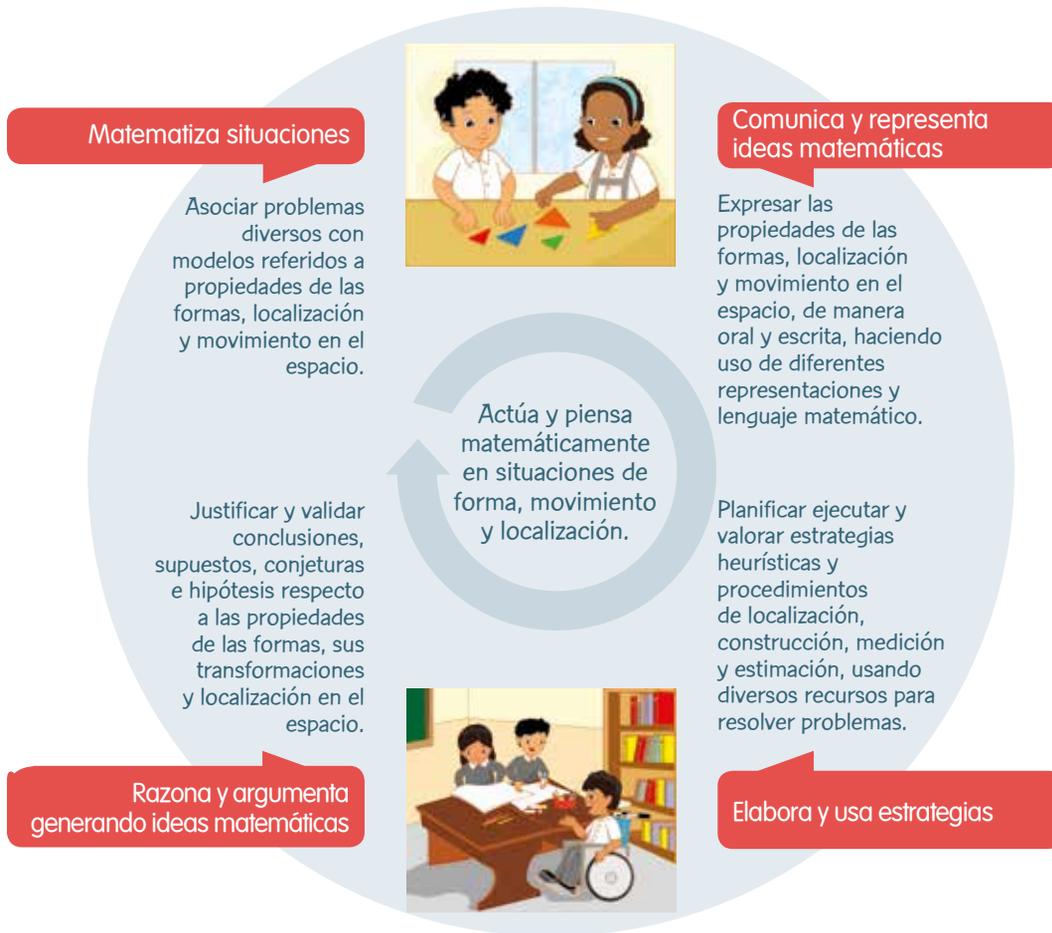
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización



En el mundo en que vivimos la geometría está presente en diversas manifestaciones de la cultura y la naturaleza. En nuestro alrededor podemos encontrar una amplia gama de fenómenos visuales y físicos, propiedades de los objetos, posiciones y orientaciones, representaciones de los objetos, su codificación y decodificación (PISA, 2012). Esto nos muestra la necesidad de tener percepción espacial, de comunicarnos en el entorno cotidiano haciendo uso de un lenguaje geométrico, así como de realizar medidas y vincularlas con otros aprendizajes matemáticos. En este sentido, aprender geometría proporciona a la persona, herramientas y argumentos para comprender el mundo; por ello, la geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad (Cabellos Santos, 2006).

**Actuar y pensar en situaciones de forma, movimiento y localización** implica desarrollar progresivamente el sentido de la ubicación en el espacio, la interacción con los objetos, la comprensión de propiedades de las formas y cómo se interrelacionan, así como la aplicación de estos conocimientos al resolver diversos problemas. Esto involucra el despliegue de las cuatro capacidades: matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias y razonar y argumentar generando ideas matemáticas.

Estas cuatro capacidades matemáticas se interrelacionan entre sí, para lograr que el estudiante sea capaz de desarrollar una comprensión profunda de las propiedades y relaciones entre las formas geométricas, así como la visualización, la localización y el movimiento en el espacio; todo lo cual permite resolver diversos problemas.



Esta forma de promover aprendizajes relacionados con la geometría involucra lo siguiente:

- Usar relaciones espaciales al interpretar y describir de forma oral y gráfica, trayectos y posiciones de objetos y personas, para distintas relaciones y referencias.
- Construir y copiar modelos de formas bidimensionales y tridimensionales, con diferentes formas y materiales.
- Expresar propiedades de figuras y cuerpos según sus características, para que los reconozcan o los dibujen.
- Explorar afirmaciones acerca de características de las figuras y argumentar su validez.
- Estimar, medir y calcular longitudes, superficies y volumen usando unidades arbitrarias y convencionales.



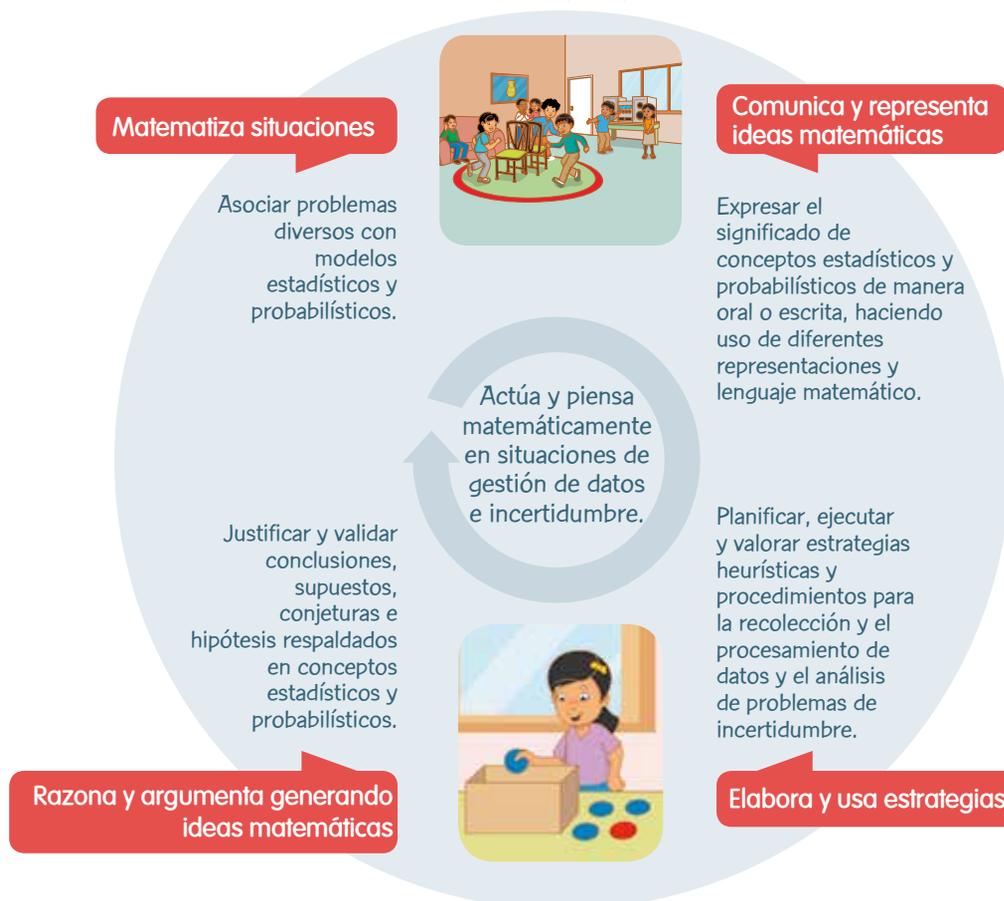
# 4

## COMPETENCIA

### Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

En la actualidad, nos encontramos en un contexto social cambiante e impredecible, donde la información, el manejo del azar y la incertidumbre juega un papel relevante. En este contexto, la información es presentada de diversas formas; por ejemplo, los resultados de las encuestas se presentan en diagramas y gráficos, motivo por el cual la estadística se convierte en una herramienta para comprender el mundo y actuar sobre él. De otro lado, también se presentan situaciones de azar, impredecibles y de incertidumbre en la que nos sentimos inseguros sobre cuál es la mejor forma de tomar decisiones, es por ello que la probabilidad se presenta como una herramienta matemática para fomentar el pensamiento aleatorio y estas nociones se desarrollarán de forma intuitiva e informal en el nivel primario.

**Actuar y pensar en situaciones de gestión de datos e incertidumbre** implica desarrollar progresivamente la comprensión sobre la recopilación y el procesamiento de datos, su interpretación y valoración, y el análisis de situaciones de incertidumbre. Esto involucra el despliegue de las capacidades de matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias, razonar y argumentar generando ideas matemáticas a través de sus conclusiones y respuestas.



## 2.2 Capacidades matemáticas

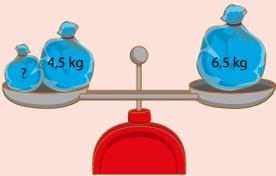
### Capacidad 1: Matematiza situaciones

Es la capacidad de expresar en un modelo matemático, un problema reconocido en una situación. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo con el problema que le dio origen. Por ello, esta capacidad implica:

- Identificar características, datos, condiciones y variables del problema que permitan construir un sistema de características matemáticas (modelo matemático), de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad.
- Usar el modelo obtenido estableciendo conexiones con nuevas situaciones en las que puede ser aplicable. Esto permite reconocer el significado y la funcionalidad del modelo en situaciones similares a las estudiadas.
- Contrastar, valorar y verificar la validez del modelo desarrollado, reconociendo sus alcances y limitaciones.

Por ejemplo, un estudiante puede expresar un problema en un modelo de solución concreto, gráfico o simbólico.

Mery lleva tres bolsas de ropa a la lavandería, una grande, mediana y otra pequeña. La bolsa grande pesa 6,5 kg. La bolsa grande pesa igual que las otras dos bolsas. La bolsa mediana pesa 4,5 kg. ¿Cuántos kilogramos pesa la otra bolsa de ropa?

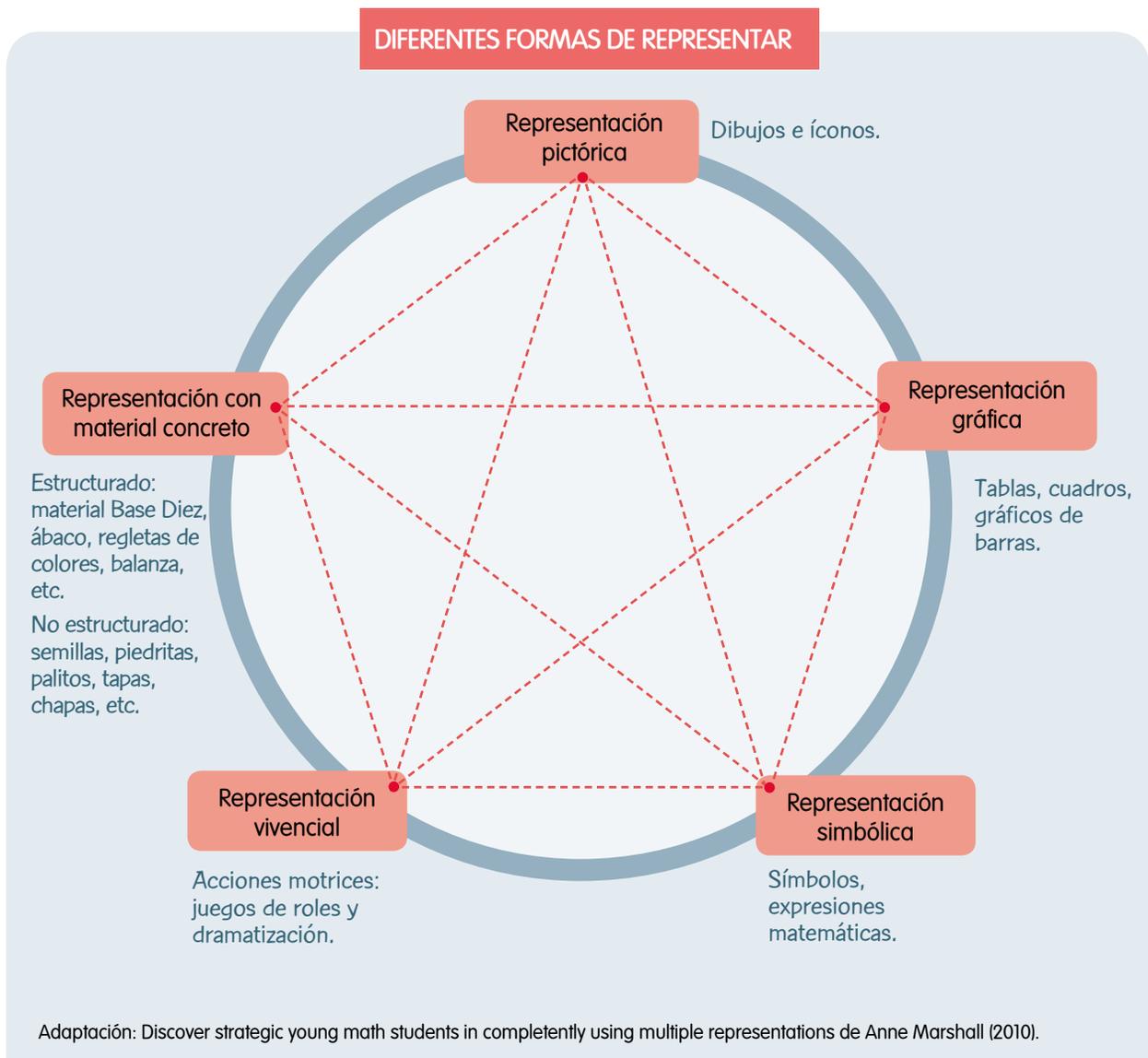
Modelo con balanzas	Modelo con esquema	Modelo con una operación				
	<p>Peso de la bolsa pequeña    Peso de la bolsa mediana</p> <table border="1"><tr><td>?</td><td>4,5 kg</td></tr><tr><td colspan="2">6,5 kg</td></tr></table> <p>Peso de la bolsa grande</p>	?	4,5 kg	6,5 kg		<p><math>? + 4,5 \text{ kg} = 6,5 \text{ kg}</math></p> <p>?: peso de la bolsa pequeña</p>
?	4,5 kg					
6,5 kg						

La matematización destaca la relación entre las situaciones reales y la matemática, resaltando la relevancia del modelo matemático, el cual se define como un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno. Este sistema está formado por elementos que se relacionan y por operaciones que describen cómo interactúan dichos elementos, haciendo más fácil la manipulación o el tratamiento de la situación (Lesh y Doerr, 2003).

## Capacidad 2: Comunica y representa ideas matemáticas

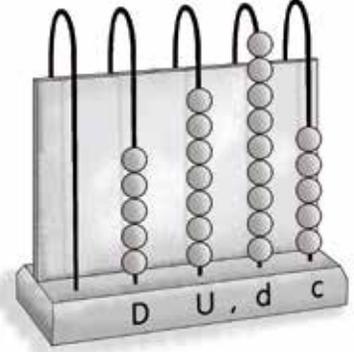
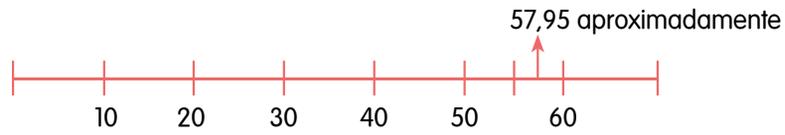
Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas y expresarlas de forma oral y escrita<sup>1</sup> usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas y símbolos, y transitando de una representación a otra.

La comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta (Niss, 2002). Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.



<sup>1</sup> Entendemos por representación escrita también lo gráfico y lo visual.

Por ejemplo: representamos 57,95 de diferentes maneras usando material concreto, gráfico o simbólico.

En forma concreta											
Con billetes y monedas	Con el ábaco										
											
En forma gráfica											
											
En forma simbólica											
En el tablero de valor posicional: <table border="1" data-bbox="192 1232 569 1336"> <thead> <tr> <th>D</th> <th>U</th> <th>,</th> <th>d</th> <th>c</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5</td> <td>7</td> <td>,</td> <td>9</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table>	D	U	,	d	c	5	7	,	9	5	Con sumandos: $57 + \frac{9}{10} + \frac{5}{100}$
D	U	,	d	c							
5	7	,	9	5							

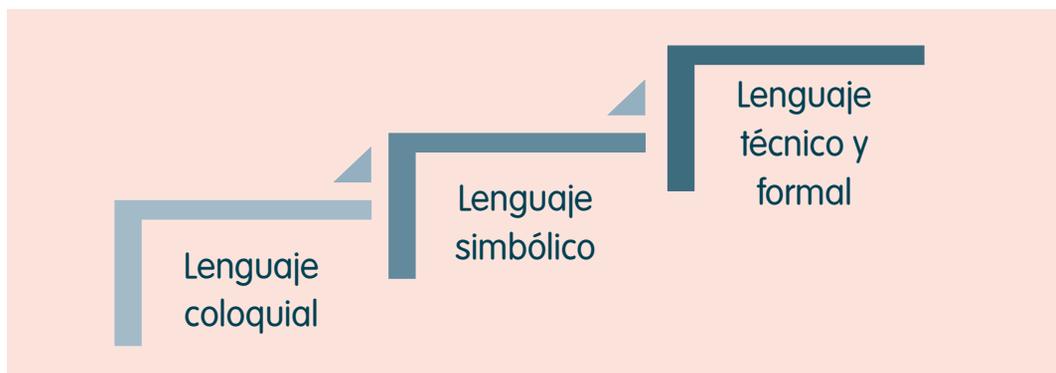
En los primeros grados de la educación primaria, el proceso de construcción del conocimiento matemático se vincula estrechamente con el proceso de desarrollo del pensamiento del niño. Este proceso comienza con un reconocimiento a través de su cuerpo interactuando con el entorno, y con la manipulación del material concreto; se va consolidando cuando el niño pasa a un nivel mayor de abstracción, al representar de manera pictórica y gráfica aquellas nociones y relaciones que fue explorando en un primer momento a través del cuerpo y los objetos. La consolidación del conocimiento matemático, es decir, de conceptos, se completa con la representación simbólica (signos y símbolos) de estos, a través del lenguaje matemático, simbólico y formal.

Para la construcción del significado de los conocimientos matemáticos es recomendable que los estudiantes realicen diversas representaciones, partiendo de aquellas que son vivenciales hasta llegar a las gráficas o simbólicas.

Es importante resaltar que en cada nivel de representación se evidencia ya un nivel de abstracción. Es decir, cuando el niño es capaz de transitar de un material concreto a otro, o de un dibujo a otro, va evidenciando que está comprendiendo las nociones y conceptos y los va independizando del tipo de material que está usando. Para representar un descuento del veinte por ciento de cien, podemos usar material Base Diez, o sino una cuadrícula de  $10 \times 10$  en la que sombreamos 20 cuadritos de 100, también podemos utilizar una representación simbólica como fracción decimal ( $\frac{20}{100}$ ) o con un número decimal (0,20) o usando el símbolo % (20%).

El manejo y uso de las expresiones y símbolos que constituyen el lenguaje matemático, se va adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones y las relaciones, va expresándolas de forma coloquial al principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemáticas y que además responden a una convención.

### TRÁNSITO PARA LA ADQUISICIÓN DEL LENGUAJE MATEMÁTICO



### Capacidad 3: Elabora y usa estrategias

Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolos de manera flexible y eficaz en el planteamiento y la resolución de problemas. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de resolver el problema. Asimismo, implica revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima.

Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución tanto de procedimientos matemáticos como de estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado.

La capacidad **Elabora y usa estrategias** implica que los estudiantes:

- Elaboren y diseñen un plan de solución.
- Seleccionen y apliquen procedimientos y estrategias de diversos tipos (heurísticos, de cálculo mental o escrito).
- Realicen una valoración de las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados; es decir, que reflexione sobre su pertinencia y si le fueron útiles.



## Capacidad 4: **Razona y argumenta generando ideas matemáticas**

Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento, así como de verificarlos y validarlos usando argumentos. Para esto, se debe partir de la exploración de situaciones vinculadas a las matemáticas, a fin de establecer relaciones entre ideas y llegar a conclusiones sobre la base de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas ideas matemáticas.

La capacidad **Razona y argumenta generando ideas matemáticas** implica que el estudiante:

- Explique sus argumentos al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.
- Observe los fenómenos y establezca diferentes relaciones matemáticas.
- Elabore conclusiones a partir de sus experiencias.
- Defienda sus argumentos y refute otros, sobre la base de sus conclusiones.



## 2.3 ¿Cómo se desarrollan las competencias en el V ciclo?

### 2.3.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Los niños en este ciclo, se enfrentan a situaciones y problemas de contextos sociales y comerciales, por ejemplo a situaciones de compra-venta, de descuentos, problemas de reparto de cantidades, problemas en las que se informa de asuntos relacionados con cantidades expresados en millones, entre otros. Así mismo, tienen la necesidad de manejar con mayor precisión el peso de los objetos y organizarse a nivel personal haciendo uso del tiempo.

Es por ello que en este ciclo, actuar y pensar matemáticamente en situaciones de cantidad implica que los estudiantes realicen acciones orientadas a matematizar situaciones al plantear relaciones y expresarlas en modelos de solución aditivos y multiplicativos con naturales, fracciones y decimales; comunicar y representar ideas matemáticas sobre el significado de los números naturales mayores de seis cifras, fracciones, decimales y porcentajes, y sobre las diferentes formas de representar estos números; elaborar y usar estrategias y procedimientos de cálculo escrito y mental para resolver problemas; y razonar y argumentar al establecer conjeturas sobre las propiedades de los números y operaciones. En este afán es importante la consolidación de ideas y conceptos fundamentales de la matemática, como el sistema de numeración decimal al trabajar con decimales hasta el centésimo.

Es importante mencionar que en este ciclo se da inicio al estudio de los decimales y porcentajes a partir de las fracciones decimales, pero además se relacionan los números decimales con el sistema de numeración decimal, lo cual significa un paso más hacia la noción de números racionales.



## Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (Mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los Mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En este sentido son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de las mismas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno, nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso). Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

### ESTÁNDARES (Mapa de Progreso)

IV ciclo	V ciclo	VI ciclo
<p>Plantea relaciones entre los datos en situaciones que combinan una o más acciones de agregar, combinar, igualar, comparar, repartir o repartir una cantidad, y los expresa con modelos aditivos o multiplicativos con números naturales y fracciones usuales. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre reagrupar con criterios distintos, ordenar números naturales hasta millares, medir la masa de objetos en gramos y kilogramos, medir la duración de eventos en horas, medias horas o cuartos de hora, el significado de la noción de división y fracción, problemas aditivos<sup>1</sup> y multiplicativos<sup>2</sup>; los representa mediante tablas de doble entrada y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo mental y escrito, conteo, orden con cantidades de hasta cuatro cifras; estimar, medir y comparar la masa de objetos y la duración de eventos empleando unidades convencionales, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas trabajadas, y las justifica usando ejemplos.</p>	<p>Interpreta datos y relaciones no explícitas de situaciones diversas referidas a una o varias acciones de comparar e igualar dos cantidades con números naturales, expresiones decimales, fraccionarias o porcentajes, y los relaciona con modelos aditivos<sup>3</sup> y multiplicativos<sup>4</sup>. Determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe, utilizando el lenguaje matemático, su comprensión sobre el significado de la equivalencia entre fracciones, decimales y porcentajes y la noción de potencia; compara y estima la masa de objetos en unidades convencionales, y la duración de eventos en minutos y segundos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y estimación con porcentajes usuales<sup>5</sup> y números naturales, fracciones y decimales; estimar, medir directa o indirectamente la masa de objetos y la duración de eventos; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre procedimientos, propiedades de los números y las operaciones trabajadas, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos</p>	<p>Discrimina información e identifica relaciones no explícitas en situaciones referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra y aumentos o descuentos sucesivos, y las expresa mediante modelos referidos a operaciones, múltiplos o divisores, aumentos y porcentajes. Selección y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas<sup>6</sup>, su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con números enteros y racionales, y variaciones porcentuales; medir la masa de objetos en toneladas y la duración de eventos en décadas y siglos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática usando tablas y símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas empleando estrategias heurísticas, procedimientos para calcular y estimar con porcentajes, números enteros, racionales y notación exponencial; estimar y medir la masa, el tiempo y la temperatura con unidades convencionales; con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones numéricas o propiedades de operaciones observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.</p>

1 Problemas PAEV: Cambio 5 y 6, Comparación e igualdad 3 y 4.  
 2 Problemas multiplicativos (proporcionalidad simple)  
 3 Problemas PAEV: Comparación e igualdad, 5 y 6.  
 4 Problemas multiplicativos conocidos como de producto cartesiano.  
 5 (10%, 20%, 25%, 50%, 75%)  
 6 Convenciones matemáticas: p. ej: convenir que el cero es múltiplo de todos los números.

**COMPETENCIA: ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD**

<b>MATEMATIZA SITUACIONES</b>		<b>Cuarto grado</b>	<b>Quinto grado</b>	<b>Sexto Grado</b>	<b>Primer Grado de Secundaria</b>
	<p><b>Problemas aditivos con números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas de una etapa<sup>1</sup>, expresándolos en un modelo de solución aditiva de hasta cuatro cifras.</li> <li>Emplea un modelo de solución aditiva al plantear o resolver un problema en su contexto.</li> </ul> <p><b>Problemas aditivos de dos o más etapas con números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas aditivos de dos o más etapas<sup>2</sup> que combinen acciones de juntar-juntar, juntar-agregar-quitar, juntar-comparar, juntar-igualar expresándolas en un modelo de solución aditiva con números naturales.</li> </ul>	<p><b>Problemas aditivos con números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones no explícitas en problemas aditivos de una etapa<sup>3</sup>, expresándolos en un modelo de solución con números naturales.</li> <li>Usa un modelo de solución aditiva al plantear o resolver un problema en su contexto.</li> </ul> <p><b>Problemas de varias etapas con números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones aditivas y multiplicativas en problemas de varias etapas<sup>4</sup> que combinen acciones de agregar, quitar, juntar, comparar, igualar, repartir, agrupar una cantidad; expresándolas en un modelo de solución aditiva y multiplicativa con números naturales.</li> </ul>	<p><b>Problemas de varias etapas con números naturales.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta relaciones aditivas y multiplicativas con datos no explícitos, en problemas de varias etapas<sup>5</sup>, y los expresa en un modelo de solución que combinen las cuatro operaciones con números naturales.</li> </ul>	<p><b>Problemas con números enteros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce datos y relaciones no explícitas en situaciones duales y relativas<sup>6</sup>, al expresar un modelo usando números enteros y sus operaciones.</li> <li>Selecciona un modelo relacionado a números enteros al plantear o resolver un problema en situaciones duales y relativas.</li> </ul>	

<sup>1</sup> (PAEVI) Problemas aditivos de cambio, comparación e igualación 5 y 6.

<sup>2</sup> Problemas aditivos de dos o más etapas que combinen problemas de combinación-combinación, combinación-cambio, combinación-comparación, combinación-igualación, etc.

<sup>3</sup> (PAEVI) Problemas aditivos de igualación 3 y 4.

<sup>4</sup> Problemas de varias etapas que combinen problemas aditivos con problemas multiplicativos.

<sup>5</sup> Problemas de varias etapas que combinen problemas aditivos con problemas multiplicativos. Problemas multiplicativos de combinación-multiplicación y combinación-división o producto cartesiano.

<sup>6</sup> Por ejemplo, situaciones duales con ganancias-pérdidas, ingresos-reintegros; y situaciones relativas con temperatura, número de índices y cronología.

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto Grado	Primer Grado de Secundaria
<p><b>Problemas multiplicativos con números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos en problemas<sup>1</sup>, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo con números naturales hasta cuatro cifras.</li> <li>Reconoce datos relevantes en problemas<sup>2</sup> y los expresa en un modelo de solución de divisiones exactas e inexactas con números naturales hasta con cuatro cifras.</li> <li>Relaciona datos en problemas<sup>3</sup>, que impliquen acciones de reducir una cantidad, expresándolos en un modelo de solución de mitad, tercia, etc. con cantidades de hasta cuatro cifras.</li> <li>Relaciona un modelo de solución multiplicativo a problemas de diversos contextos.</li> </ul>	<p><b>Problemas multiplicativos con números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta relaciones entre los datos en problemas de división<sup>4</sup>, y los expresa en un modelo de solución con números naturales.</li> <li>Usa un modelo de solución aditiva o multiplicativa al plantear o resolver un problema.</li> </ul>	<p><b>Problemas de potencia cuadrada y cúbica</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ordena datos en problemas recursivos y de productos de medidas<sup>5</sup> y los expresa en modelos referidos al cuadrado y cubo de un número natural.</li> <li>Aplica modelos referidos a la potenciación al plantear y resolver problemas relacionados con la potencia cuadrada y cúbica.</li> </ul>	<p><b>Potenciación</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ordena datos de cantidades y magnitudes en situaciones de regularidad y los expresa en modelos referidos a la potenciación con exponente positivo.</li> <li>Usa modelos referidos a la potenciación al plantear y resolver problemas en situaciones de regularidad.</li> </ul>
		<p><b>Múltiplos y divisores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas<sup>6</sup> y los expresa en un modelo relacionado a múltiplos y divisores de un número.</li> <li>Aplica modelos referidos a los múltiplos y divisores comunes de un número.</li> </ul>	<p><b>Múltiplos y divisores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce datos y relaciones no explícitas, y los expresa en un modelo relacionado a múltiplos y divisores.</li> <li>Emplea el modelo de solución más pertinente al resolver problemas relacionados a múltiplos y divisores.</li> </ul>

1 Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple, problemas de comparación- amplificación o comparación de la forma "veces más que". Problemas de organizaciones rectangulares.  
 2 Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple: de reparto no exacto, análisis del residuo, problemas de iteración ("Estoy en el número 238. Voy saltitos para atrás de 12 en 12. ¿A qué número llego más cercano al 0?). Problemas de utilización de la relación:  $D = d \cdot q + r$ ,  $r < d$   
 3 (PAEV) Problemas multiplicativos de comparación que requieran reducir una magnitud, o comparar de la forma "veces menos que".  
 4 Problemas de análisis del residuo, problemas de utilización de la relación:  $D = d \cdot q + r$ ,  $r < d$ . Problemas para reconstruir el resto de la división.  
 5 Problemas recursivos que impliquen por ejemplo: un cajón contiene 6 cajas con 6 estuches de 6 lápices cada uno. Problemas de productos de medida que impliquen el área de un cuadrado y el volumen del cubo.  
 6 Problemas que impliquen el uso de múltiplos y divisores de números naturales, buscar divisores comunes entre varios números o múltiplos comunes a varios números, descomposición multiplicativa de un número.

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto Grado	Primer Grado de Secundaria
<p><b>Problemas con fracciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica datos en problemas<sup>1</sup> que impliquen repartir una cantidad en forma equitativa, expresándolos en un modelo de solución con fracciones usuales con denominadores 2,4,8,3,6,5 y 10.</li> </ul> <p><b>Problemas aditivos con fracciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica datos en problemas<sup>2</sup> que impliquen partir el todo o la unidad en partes iguales, expresándolos en un modelo de solución aditivo con fracciones usuales.</li> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas de una etapa<sup>3</sup>, expresándolos en un modelo de solución aditiva con fracciones.</li> <li>Emplea un modelo de solución referido a las fracciones como parte todo o reparto al plantear o resolver un problema.</li> </ul>	<p><b>Problemas con fracciones como reparto y medida.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas<sup>4</sup> que impliquen repartir, medir longitudes, partir superficies; expresándolos en un modelo de solución con fracciones.</li> </ul> <p><b>Problemas aditivos con fracciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas de una etapa<sup>5</sup>, expresándolos en un modelo de solución aditiva con fracciones.</li> </ul> <p><b>Problemas multiplicativos con fracciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas<sup>6</sup>, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo de una fracción por un natural.</li> <li>Emplea un modelo de solución aditivo o multiplicativo con fracciones al plantear o resolver un problema.</li> </ul>	<p><b>Problemas con fracciones como cociente y como operador</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas<sup>7</sup> expresándolos en un modelo de solución con fracciones como cociente.</li> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas<sup>8</sup> expresándolos en un modelo de solución con fracciones como operador.</li> </ul> <p><b>Problemas multiplicativos con fracciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo entre fracciones.</li> <li>Interpreta datos y relaciones en problemas que impliquen repartir, partir una longitud o superficie y los expresa en un modelo de solución de división entre una fracción y un entero.</li> <li>Emplea un modelo de solución aditivo o multiplicativo con fracciones al plantear o resolver un problema.</li> </ul>	

<sup>1</sup> Problemas de reparto en los cuales el resto se reparte equitativamente.

<sup>2</sup> Problemas que impliquen partir una unidad en partes iguales (ración de fracción como parte todo).

<sup>3</sup> (PAEV) Problemas aditivos de cambio o comparación.

<sup>4</sup> Problemas de fracciones que impliquen reparto, problemas de medida que impliquen comparación de longitudes y áreas.

<sup>5</sup> (PAEV) Problemas aditivos de cambio, comparación e igualación.

<sup>6</sup> Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple de repetición de una medida. Problemas de área.

<sup>7</sup> Problemas de fracciones que impliquen reconocer que la fracción es un cociente: ¿existe una número natural que multiplicado por 6, dé como resultado 8? ¿Y una fracción? ¿Cuál es el resultado de dividir 8 entre 6?

<sup>8</sup> Problemas de fracciones como operador que impliquen reconocer la fracción de un conjunto o una cantidad discreta (conjunto de objetos, por ejemplo:  $\frac{1}{4}$  de 28 caramelos), Problemas que impliquen la fracción una cantidad continua (una superficie, una longitud, el tiempo, por ejemplo:  $\frac{1}{4}$  de hora,  $\frac{1}{4}$  de kilómetro)

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto Grado	Primer Grado de Secundaria
	<p><b>Problemas aditivos con decimales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones en problemas aditivos<sup>1</sup>, y los expresa en un modelo de solución aditivo con decimales hasta el centésimo.</li> </ul>	<p><b>Problemas aditivos y multiplicativos con decimales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones no explícitas, en problemas de varias etapas<sup>2</sup>, y los expresa en un modelo de solución aditivo que combinen las cuatro operaciones con decimales.</li> <li>Identifica datos en problemas<sup>3</sup>, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo con decimales.</li> </ul>	<p><b>Decimales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones en problemas aditivos de comparación e igualación<sup>4</sup> con decimales y fracciones, y los expresa en un modelo.</li> <li>Usa modelos aditivos con decimales al plantear y resolver problemas de comparación e igualación.</li> </ul>
			<p><b>Proporcionalidad</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones entre magnitudes en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo de solución.</li> <li>Usa modelos referidos a la proporcionalidad directa al resolver problemas.</li> </ul>
		<p><b>Porcentajes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas, expresándolos en un modelo de solución con porcentajes usuales.</li> <li>Emplea un modelo de solución referido a porcentajes usuales al crear o resolver problemas.</li> </ul>	<p><b>Porcentajes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Relaciona cantidades y magnitudes en situaciones y los expresa en modelos de aumentos y descuentos porcentuales.</li> <li>Usa un modelo de solución basado en aumentos y descuentos porcentuales al plantear y resolver problemas.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema.</li> </ul>	

1 Problemas aditivos de una o más etapas que impliquen combinar problemas de cambio-cambio, cambio-combinación, cambio-comparación, etc.; con números decimales hasta el centésimo.  
 2 Problema de varias etapas que impliquen operaciones combinadas con números decimales hasta el centésimo.  
 3 Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple de repetición de una medida, de comparación de amplificación y reducción. Problemas de áreas que impliquen medidas en números decimales.  
 4 Problemas PAEV: Comparación e igualación 5 y 6.

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto Grado	Primer Grado de Secundaria
<p><b>Números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números naturales en contextos de la vida diaria (peso, tiempo, sueldos, etiquetas, etc.).</li> <li>Describe la comparación de números de hasta cuatro cifras, en la recta numérica y en el tablero posicional<sup>1</sup>.</li> <li>Elabora representaciones de números hasta cuatro cifras en forma concreta, pictórica, gráfica y simbólica<sup>2</sup>.</li> </ul>	<p><b>Números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números hasta seis cifras en diversos contextos de la vida diaria (sueldos, distancias, presupuestos comunales y regionales, aforo de un local, etc.).</li> <li>Elabora representaciones de números hasta seis cifras en forma concreta, pictórica, gráfica y simbólica<sup>2</sup>.</li> <li>Describe la comparación y el orden de números de hasta seis cifras.</li> </ul>	<p><b>Números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números mayores de seis cifras en diversos contextos de la vida diaria (distancias, presupuestos, precios de casas, premios de lotería, etc.).</li> <li>Elabora representaciones de números mayores de seis cifras en forma simbólica<sup>3</sup>.</li> <li>Describe la comparación y el orden de números mayores de seis cifras.</li> </ul>	<p><b>Números enteros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa el significado del signo del número entero en situaciones diversas.</li> <li>Expresa en forma gráfica y simbólica las relaciones de orden entre números enteros empleando la recta numérica.</li> </ul>
<p><b>Tiempo y peso</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la duración, estimación y comparación de eventos usando años, meses, hora, 1/2 hora o 1/4 de hora.</li> <li>Expresa la medida, estimación y la comparación del peso de objetos en unidades oficiales (gramo y kilogramo) y fracción de una medida, como 1/2 kg, 1/4 kg.</li> <li>Expresa en forma oral o escrita, el uso de fracciones usuales en contextos de medida (peso, tiempo, longitud, capacidad, superficie, etc.).</li> </ul>	<p><b>Tiempo y peso</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la duración, estimación y comparación de eventos empleando minutos y segundos.</li> <li>Expresa la medida, estimación y la comparación del peso de objetos en unidades oficiales (gramo y kilogramo) usando sus equivalencias y notaciones.</li> <li>Expresa la medida de la temperatura en forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica y simbólica.</li> </ul>	<p><b>Tiempo y peso</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la duración, estimación y comparación de eventos empleando años, décadas y siglos.</li> <li>Expresa la medida, estimación y la comparación del peso de objetos en unidades oficiales usando sus equivalencias y notaciones más usuales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa procedimientos de medida de peso y temperatura entre otros, con expresiones decimales.</li> </ul>
<p><b>Multiplicación y división</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa mediante ejemplos su comprensión sobre las propiedades de la multiplicación y división.</li> </ul>	<p><b>División</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa con sus propias palabras lo que comprende del problema.</li> <li>Expresa mediante ejemplos su comprensión sobre las propiedades de la división.</li> </ul>	<p><b>Potenciación</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de la potencia cuadrada y cúbica de un número natural.</li> </ul>	<p><b>Potenciación</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las características de la potenciación, considerando su base y exponente con números naturales.</li> <li>Representa de forma gráfica y simbólica las potencias con exponentes positivos.</li> </ul>

<sup>1</sup> Material concreto (ábaco, yupana, monedas y billetes), dibujos, gráficos (recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva y multiplicativa, valor posicional en millares, centenas y unidades).

<sup>2</sup> Material concreto (ábaco, monedas y billetes), dibujos, gráficos (recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva y multiplicativa, valor posicional en centena, decena y unidad de millar, centenas, decenas y unidades).

<sup>3</sup> Simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva y multiplicativa, valor posicional en millones, centena, decena y unidad de millar, centenas, decenas y unidades).

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto Grado	Primer Grado de Secundaria
<p><b>Fraciones y sus operaciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa en forma oral o escrita, el uso de las fracciones usuales en diversos contextos de la vida diaria (recetas, medidas de longitud, tiempo, etc.).</li> </ul>	<p><b>Fraciones y sus operaciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa en forma oral o escrita, el uso de las fracciones en diversos contextos de la vida diaria (recetas, medidas de longitud, capacidad, tiempo, precios, etc.).</li> </ul>	<p><b>Múltiplos y divisores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora representaciones concretas, gráficas y simbólicas<sup>1</sup> de los múltiplos y divisores de un número, mínimo común múltiplo y máximo común divisor.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa el significado de múltiplo, divisor, números primos, compuestos y divisibles.</li> <li>Utiliza la criba de Eratóstenes para expresar los números primos y compuestos inferiores a un número natural cualquiera.</li> </ul>
<p><b>Fraciones y sus operaciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica<sup>2</sup> de las fracciones como parte de un todo, como reparto, números mixtos, fracciones homogéneas y heterogéneas, fracciones usuales equivalentes<sup>3</sup>.</li> </ul>	<p><b>Fraciones y sus operaciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica<sup>4</sup> de las fracciones propias, impropias, números mixtos y fracción de una cantidad continua.</li> </ul>	<p><b>Fraciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora diversas representaciones de la fracción de un conjunto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Representa el orden de fracciones y decimales en la recta numérica.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la comparación y orden de las fracciones usuales con igual y distinto denominador; con material concreto y gráfico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la comparación y orden de las fracciones propias y números mixtos, con soporte concreto y gráfico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la comparación y orden de las fracciones decimales<sup>5</sup> con soporte concreto y gráfico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos en tablas para expresar relaciones de proporcionalidad directa entre magnitudes.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la adición y sustracción con fracciones de igual denominador.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la adición y sustracción con fracciones.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las características de las fracciones equivalentes, propias e impropias.</li> </ul>

<sup>1</sup> Material concreto (objetos, regletas de colores, base diez), pictórico, gráfica (descomposiciones rectangulares, tablero cien, recta numérica, diagramas de Venn) y simbólicas.

<sup>2</sup> Material concreto (regletas de colores, tiras de fracciones equivalentes, fracciones equivalentes circulares, doblado del papel.), dibujos, gráficos (figuras, recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, fracciones menores y mayores que la unidad).

<sup>3</sup> Fracciones equivalentes con las fracciones usuales (denominadores 2, 4, 8, 3, 6, 5 y 10. Por ejemplo:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ ;  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ ;  $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ )

<sup>4</sup> Material concreto (regletas de colores, tiras de fracciones equivalentes lineales y circulares), dibujos, gráficos (recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, notación de fracciones).

<sup>5</sup> Fracciones decimales son aquellas cuyos denominadores es una potencia de 10. Por ejemplo:  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1000}$ , etc.

## COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS

## Cuarto grado

## Quinto grado

## Sexto Grado

## Primer Grado de Secundaria

## Números decimales

- Expresa en forma oral o escrita, el uso de los decimales en diversos contextos de la vida diaria (medidas de longitud, capacidad, tiempo, etc.) y en el sistema monetario nacional (billetes y monedas).
- Elabora representaciones concreta, gráfica y simbólica de los decimales hasta el centésimo y de sus equivalencias.
- Describe la comparación y orden de los decimales hasta el centésimo en la recta numérica, en el tablero posicional y según el valor posicional de sus cifras.
- Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la adición y sustracción de decimales hasta el centésimo.

## Números decimales

- Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números decimales hasta el milésimo y fracción decimal en diversos contextos de la vida diaria (recetas, medidas muy pequeñas, etc.).
- Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas<sup>1</sup> de los números decimales hasta el milésimo y sus equivalencias.
- Describe la comparación y orden de los decimales hasta el milésimo en la recta numérica, en el tablero posicional y según el valor posicional de sus cifras.
- Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los significados de la multiplicación o división con decimales.

## Números decimales

- Expresa en forma oral o escrita, el aumento o descuento porcentual, expresando el significado del porcentaje.

## Porcentajes

- Expresa en forma oral o escrita, el uso de porcentajes más usuales<sup>2</sup> en diversos contextos de la vida diaria (recetas, distancias, ofertas, etc.).
- Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas<sup>3</sup> de los porcentajes más usuales.

## Porcentajes

- Representa aumentos o descuentos porcentuales empleando diagramas o gráficos.
- Expresa en forma oral o escrita, el aumento o descuento porcentual, expresando el significado del porcentaje.

- Propone una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema.

- Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas.

- Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas.

## ELABORA Y USA ESTRATEGIAS

## Números naturales

- Realiza procedimientos para comparar, ordenar y estimar con números naturales hasta cuatro cifras con apoyo de material concreto.

## Números naturales

- Emplea procedimientos para comparar, ordenar y estimar o redondear con números naturales.

## Números naturales

- Emplea procedimientos para realizar operaciones con números enteros.
- Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas con números enteros.

<sup>1</sup> Material concreto (material base diez, regletas), gráfica (ábacó, base diez, cuadrícula de 10 x10, diagramas de tiras) y simbólica (tablero de valor posicional, valor posicional de sus cifras,  $0,75 = 3/4$ )

<sup>2</sup> Porcentajes usuales: 1%, 10%, 20%, 25%, 50%, 75%

<sup>3</sup> Material concreto (material base diez), gráfica (cuadrícula de 10 x10, diagramas de tiras) y simbólica (notación y sus equivalencias:  $0,75 = 3/4 = 75%$ )

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto Grado	Primer Grado de Secundaria
<p><b>Tiempo y peso</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos y recursos para medir, estimar, comparar y calcular equivalencias al resolver problemas sobre la duración del tiempo y el peso de los objetos.</li> </ul>	<p><b>Tiempo y peso</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de medida, estimación y conversión al resolver problemas que impliquen estimar, medir directa o indirectamente el tiempo y peso de los objetos.</li> </ul>	<p><b>Tiempo y peso</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de medida, estimación y conversión al resolver problemas que impliquen estimar, medir directa o indirectamente el tiempo y peso de los objetos.</li> </ul>	<p><b>Números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos para realizar operaciones con números enteros.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas con números enteros.</li> </ul>
<p><b>Problemas aditivos y multiplicativos con números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea estrategias heurísticas como hacer un esquema, buscar regularidades, hacer analogías al resolver problemas aditivos o multiplicativos de una o varias etapas con números naturales con cantidades y magnitudes (tiempo y peso).</li> <li>Emplea propiedades de las operaciones y procedimientos o estrategias de cálculo mental y escrito para multiplicar y dividir números naturales con resultados hasta cuatro cifras.</li> </ul>	<p><b>Problemas aditivos y multiplicativos con números naturales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea propiedades o la jerarquía de las operaciones combinadas con y sin paréntesis con números naturales, al resolver problemas aditivos o multiplicativos de varias etapas.</li> </ul>	<p><b>Problemas de potenciación y múltiplos y divisores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea estrategias heurísticas y procedimientos al resolver problemas relacionados a potencias cuadradas y cúbicas.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas, el MCD y el mcm para resolver problemas simples de múltiplos y divisores con números naturales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea operaciones de multiplicación entre potencias de una misma base al resolver problemas.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas y procedimientos al resolver problemas relacionados a potencias de base natural y exponente entero.</li> <li>Emplea el MCD y el mcm para resolver problemas de traducción simple y compleja con naturales y fracciones.</li> <li>Realiza procedimientos de descomposición polinómica con múltiplos de los números naturales al resolver problemas.</li> </ul>
<p><b>Fracciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza procedimientos para comparar, ordenar y estimar con fracciones usuales y fracciones equivalentes, con apoyo de material concreto.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas o procedimientos<sup>1</sup> para sumar y restar fracciones usuales con denominadores iguales y diferentes, y fracciones mixtas.</li> </ul>	<p><b>Fracciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos para comparar y ordenar con fracciones y fracción decimal.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas o procedimientos para sumar y restar al resolver problemas con fracciones heterogéneas o fracción de un conjunto.</li> <li>Emplea procedimientos (fracciones equivalentes y algoritmos) para sumar, restar y multiplicar fracciones.</li> </ul>	<p><b>Fracciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos o estrategias de cálculo para resolver problemas con fracciones.</li> </ul>	

<sup>1</sup> Estrategias heurísticas como hacer una simulación con material concreto, doblado del papel, hacer un esquema, un dibujo. En este ciclo se sugiere trabajar la adición y sustracción de fracciones con fracciones equivalentes con apoyo concreto (regletas de colores, tiras de fracciones equivalentes, fracciones equivalentes, fracciones circulares) y gráfico para propiciar la comprensión con sentido sobre el cálculo y evitar la mecanización sin reflexión.

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto Grado	Primer Grado de Secundaria
	<p><b>Números decimales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos para comparar, ordenar, estimar y redondear números decimales al entero más próximo.</li> <li>• Emplea estrategias o recursos para ubicar y establecer equivalencias entre una fracción, fracción decimal y un decimal (<math>1/10 = 0,1</math>; <math>35/100 = 3/10 + 5/100</math>) y entre diferentes unidades de longitud (1 m 5 cm = 1, 05 m).</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas<sup>1</sup> y procedimientos o estrategias de cálculo para sumar y restar con decimales exactos y fracciones decimales.</li> </ul>	<p><b>Números decimales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos para comparar, ordenar, redondear números decimales a los décimos, centésimos y ubicar números decimales entre dos números decimales dados.</li> <li>• Emplea estrategias o recursos para establecer equivalencias y conversiones entre decimales, fracción decimal, fracción o porcentajes y entre diferentes unidades de masa o longitud. (<math>10,25 \text{ kg} = 20/100 + 5/100 = 25/100 = 1/4 \text{ kg} = 250 \text{ g}</math>)</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas y procedimientos o estrategias de cálculo para sumar, restar, multiplicar y dividir con decimales exactos.</li> </ul>	<p><b>Primer Grado de Secundaria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas y procedimientos al operar o simplificar fracciones y decimales.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas para resolver problemas que combinen cuatro operaciones con decimales y fracciones.</li> <li>• Emplea procedimientos de estimación con decimales al resolver problemas.</li> <li>• Emplea procedimientos de simplificación de fracciones.</li> </ul>
			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea el factor de conversión, el método de reducción a la unidad y la regla de tres simple en problemas relacionados con proporcionalidad directa.</li> <li>• Halla el término desconocido de una proporción apoyado en recursos gráficos y otros al resolver problemas.</li> </ul>
		<p><b>Porcentaje</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas<sup>2</sup>, procedimientos y estrategias de cálculo al resolver problemas con porcentajes más usuales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas para resolver problemas relacionado al aumento o descuento porcentual.</li> <li>• Calcula el valor de aumentos o descuentos porcentuales apoyado en recursos gráficos y otros al resolver problemas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprueba su procedimiento o estrategia y el de sus compañeros y, de ser necesario, lo replantea.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones.</li> <li>• Emplea la calculadora para resolver problemas y verificar sus resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema.</li> </ul>

<sup>1</sup> Estrategias heurísticas como hacer una simulación con material concreto, hacer un esquema, recta numérica.

<sup>2</sup> Hacer la simulación con material concreto como Base Diez; hacer un esquema como la cuadrícula de  $10 \times 10$ .

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto Grado	Primer Grado de Secundaria
<ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza conjeturas a partir de más de un caso experimentado u observado sobre las relaciones de orden, comparación y equivalencia entre fracciones usuales y los diferentes tipos de fracciones (fracción propia, impropia, homogénea y heterogénea).</li> <li>Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar un número de cuatro cifras y sus equivalencias en centenas, decenas y unidades.</li> <li>Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar fracciones usuales y fracciones equivalentes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Establece conjeturas sobre las relaciones de orden, comparación y equivalencia entre fracciones y decimales hasta el centésimo.</li> <li>Explica a través de ejemplos y contraejemplos<sup>1</sup> las diferentes formas de representar un número natural de seis cifras y sus equivalencias según su valor posicional.</li> <li>Explica a través de ejemplos y contraejemplos las diferentes formas de representar fracciones, fracciones decimales y fracciones equivalentes.</li> <li>Establece diferencias entre fracciones propias e impropias, heterogéneas y homogéneas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Establece conjeturas sobre las relaciones de orden, comparación y equivalencia entre fracciones, fracción decimal y decimales hasta el milésimo.</li> <li>Explica a través de ejemplos y contraejemplos las diferentes formas de representar un número decimal según su valor posicional.</li> <li>Establece conjeturas respecto a los múltiplos y divisores de un número.</li> <li>Justifica cuando un número es múltiplo o divisor del otro.</li> <li>Establece conjeturas respecto a las propiedades y resultados de la potencia cuadrada y cúbica de un número natural.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas referidas a las relaciones de orden y propiedades de números enteros.</li> <li>Justifica con ejemplos que las operaciones con números enteros se ve afectado por el signo.</li> <li>Justifica procedimientos de aproximación en números decimales por exceso, defecto o redondeo.</li> <li>Justifica que al multiplicar el numerador y denominador de una fracción por un número siempre se obtiene una fracción equivalente.</li> <li>Justifica a través de ejemplos que <math>a:b = a/b = a \times 1/b</math>; <math>a/b:n = a/n \times b</math> (siendo <math>a</math> y <math>b</math> <math>n \in \mathbb{N}</math>, <math>n \neq 0</math> números naturales).</li> <li>Propone conjeturas respecto a los números divisibles por 2, 3, 5, 7, 9, 11.</li> <li>Justifica cuando un número es divisible por otro a partir de un criterio de divisibilidad.</li> <li>Propone conjeturas respecto al cambio del signo de la base y el exponente relacionado a la potenciación.</li> <li>Propone conjeturas referidas a las relaciones de orden entre potencias de base 10 con exponente entero.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción de fracciones.</li> <li>Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico la propiedad distributiva de la multiplicación con números naturales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Explica a través de ejemplos con apoyo concreto, gráfico o simbólico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción con decimales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Establece conjeturas respecto a las propiedades y resultados de la potencia cuadrada y cúbica de un número natural.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas respecto a las relaciones de orden entre potencias de base 10 con exponente entero.</li> </ul>

<sup>1</sup> Un contraejemplo consiste en proponer al estudiante desafíos contradictorios que tiene que resolver, contrario a las ideas matemáticas desarrolladas. Por ejemplo: Se propone la siguiente afirmación: "Todos los múltiplos de 2 terminan en 2, 4 y 8". El contraejemplo consiste en formular una expresión que muestre que la afirmación señalada no es válida. En este caso, no es verdad pues 10 es múltiplo de 2 porque  $2 \times 5 = 10$  y termina en cero. Un contraejemplo también permite construir definiciones, expresando ejemplos que no cumplen con la condición o propiedad estudiada.

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto Grado	Primer Grado de Secundaria
<ul style="list-style-type: none"> <li>Explica sus procedimientos y resultados en la solución de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende sus argumentos o conjeturas, usando ejemplos o contraejemplos.</li> <li>Explica sus procedimientos y resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Explica el procedimiento realizado al resolver problemas con porcentajes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea conjeturas respecto a la propiedad fundamental de las proporciones a partir de ejemplos.</li> <li>Justifica la diferencia entre el concepto de una razón y una proporcionalidad a partir de ejemplos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Explica sus procedimientos y resultados en la solución de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende sus argumentos o conjeturas, usando ejemplos o contraejemplos.</li> <li>Explica sus procedimientos y resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Explica el procedimiento realizado al resolver problemas con porcentajes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Argumenta los procedimientos de cálculo sobre aumentos y descuentos porcentuales.</li> <li>Justifica los procesos de variación porcentual para resolver problemas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Explica sus procedimientos y resultados en la solución de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende sus argumentos o conjeturas, usando ejemplos o contraejemplos.</li> <li>Explica sus procedimientos y resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende sus argumentos o conjeturas, usando ejemplos o contraejemplos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Argumenta los procedimientos de cálculo sobre aumentos y descuentos porcentuales.</li> <li>Justifica los procesos de variación porcentual para resolver problemas.</li> </ul>

## Descripción y ejemplos de algunos indicadores.

### Capacidad: **Matematiza situaciones**

#### Indicador de quinto grado:

Plantea relaciones entre los datos en problemas de una etapa\*, expresándolos en un modelo de solución aditiva con fracciones.

\* (PAEV) Problemas aditivos de cambio, comparación e igualación.

#### Descripción del indicador

Este indicador implica que el estudiante reconozca las fracciones que aparecen en el problema y lo que ocurre con estas. Si se agregan, si una es mayor que la otra, si una debe igualar a la otra, etc., de esa manera podrán establecer cómo se relacionan estas cantidades.

Las relaciones que pueden establecerse entre los datos pueden ser:

**Cambio:** Se agregan o quitan partes de la unidad o de una cantidad. La cantidad inicial se modifica.

**Comparación:** Se comparan dos fracciones conociendo que una cantidad tiene más que o menos que la otra.

**Igualación:** Se igualan fracciones considerando, cuánto debe quitar o agregar para igualar.

La definición de modelo como "esquematación construida con una multiplicidad de datos de la experiencia o la realidad proporciona una abstracción satisfactoria de cómo funcionan las cosas" (Castro y otros, 1995).

#### Ejemplo de indicador precisado:

Plantea relaciones entre los datos en problemas de cambio, expresándolas en un modelo de solución aditiva con fracciones.

En el siguiente ejemplo podemos evidenciar el indicador.

*La casa de David no tiene agua potable. Ellos compran y almacenan el agua en cilindros. David llenó  $\frac{2}{8}$  del cilindro, su hijo Carlos los  $\frac{3}{8}$ . ¿Qué parte del cilindro falta llenar?*



Algunas preguntas que ayudan al desempeño de los estudiantes son:

- ¿Qué es lo que te preguntan? ¿Qué información te dan?
- ¿Qué parte llenó Carlos? ¿Qué parte llenó David?
- ¿Cuánto llenaron ambos? ¿Cómo expresamos estas acciones de manera gráfica?

## Capacidad: Comunica y representa ideas matemáticas

Indicador de quinto grado:

Elabora representaciones concreta, gráfica y simbólica de los decimales hasta el centésimo y sus equivalencias.

### Descripción del indicador

Observar este indicador implica que el estudiante realice el tránsito de las representaciones concretas, a las gráficas y simbólicas estableciendo equivalencias entre ellas.

En el siguiente ejemplo podemos evidenciar el indicador.

A Pedro y su familia les gusta hacer deporte. Ellos vieron un afiche publicitario una caminata familiar. Pedro quedó intrigado con dos números que no comprendía 8.5 k y 10:00 a. m. ¿cuál es el significado de 8.5 k?

Ayuda a Pedro a entender que es lo que quiere decir la información.

En muchas ocasiones, los estudiantes emplean los números naturales para decir la fecha, una dirección, un número telefónico, etc. En esta actividad, los estudiantes buscarán números en textos escritos de periódicos, revistas, encartes publicitarios, que servirá de medio para reflexionar sobre su utilidad y la importancia de los números en nuestra vida.



El estudiante puede registrar la información encontrada en el cartel:

Número encontrado	Tipo de número/ el número indica un(a)	Descripción ¿Para qué se utiliza en ese contexto?
5ª	Ordinal	Indica que es la quinta vez que se realiza un evento de este tipo.
8.5 k	Medida de longitud	Debe decir 8.5 km. Indica la distancia que se camina.

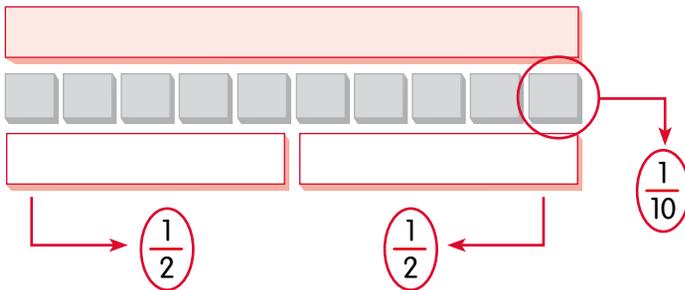
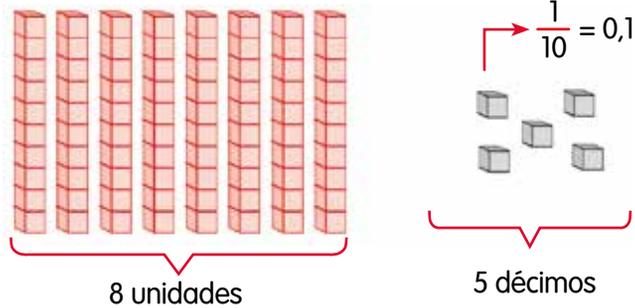
### Representación con material Base diez.

Para el caso de los números decimales, las piezas del material Base diez tienen otros valores relativos:

- Si los niños usan hasta los décimos, basta utilizar la barra como unidad y el cubito como décimo.
- Si trabajan hasta centésimos, usarán la placa como unidad, la barra como décimo y el cubito como centésimo.
- Si trabajan hasta milésimos, usarán el cubo como unidad, la placa como décimo, la barra como centésimo y el cubito como milésimo.

### Usando material concreto

Con el material Base 10, la representación de 8 unidades, 5 décimos quedaría así:



De otro lado, si usamos regletas para las fracciones equivalentes, observa que  $\frac{5}{10}$  es equivalente a  $\frac{1}{2}$

### Usando la recta numérica



### Usando representación simbólica

El tablero de valor posicional

D	U	,	d
	8	,	5

De los gráficos anteriores se desprende la representación simbólica de 8,5. Usando fracciones decimales y descomposiciones aditivas se podría representar de esta manera:

En fracción decimal	En expresión decimal
$8,5 = 8 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$	$8,5 = 8 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1$
$8,5 = 8 + \frac{5}{10}$	$= 8 + 0,5$
$8,5 = 8 + \frac{1}{2}$	$= 8,5$

## Capacidad: Elabora y usa estrategias

Indicador de quinto grado:

Emplea procedimientos para comparar y ordenar con fracciones y fracción decimal.

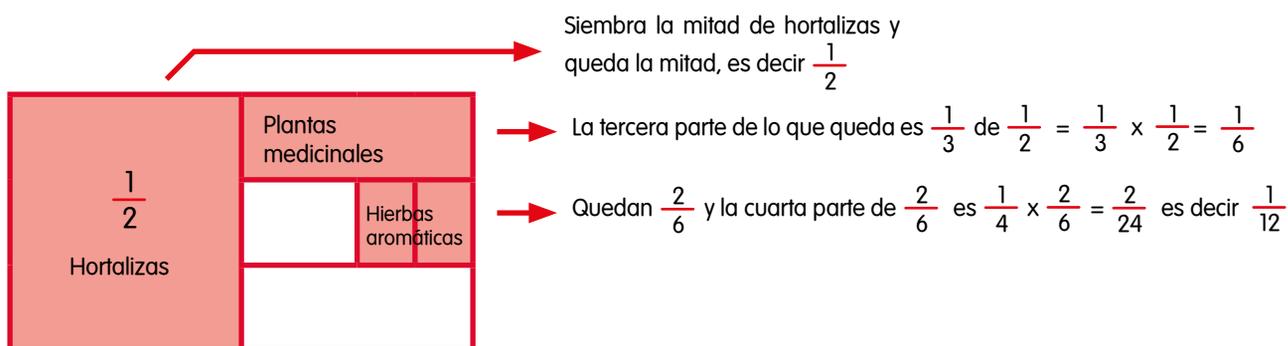
### Descripción del indicador

Observar este indicador implica que el estudiante debe emplear diversas formas de afrontar el problema, usando sus saberes previos o investigando sobre nuevos procedimientos como por ejemplo: el aspa o la homogenización con la finalidad de comparar y ordenar fracciones. También puede utilizar representaciones gráficas.

El siguiente ejemplo de problema nos permite evidenciar algunos procedimientos que el estudiante realiza para resolver problemas.

Carolina tiene un terreno de forma rectangular, divide la mitad para sembrar hortalizas, la tercera parte de lo que queda para sembrar plantas medicinales. Y la cuarta parte del resto para sembrar hierbas aromáticas. ¿Cuál de los tres tipos de plantas tiene la mayor parte de terreno? ¿Cuál tiene la menor?

La representación gráfica para comparar visualmente:



La homogenización por fracciones equivalentes:

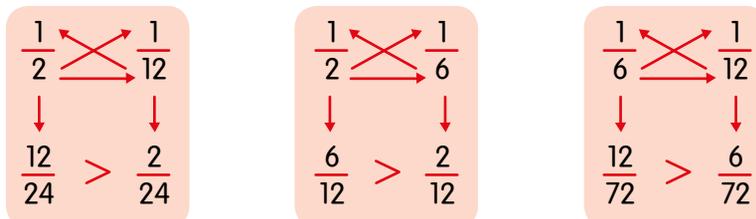
Las nuevas fracciones homogenizadas tienen denominador 24

$$\frac{1}{2} \stackrel{\times 12}{=} \frac{12}{24}; \quad \frac{1}{6} \stackrel{\times 4}{=} \frac{4}{24}; \quad \frac{1}{12} \stackrel{\times 2}{=} \frac{2}{24}$$

Así:

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{12}{24} & \frac{4}{24} & \frac{2}{24} \end{array}$$

El método del aspa al comparar dos a dos:



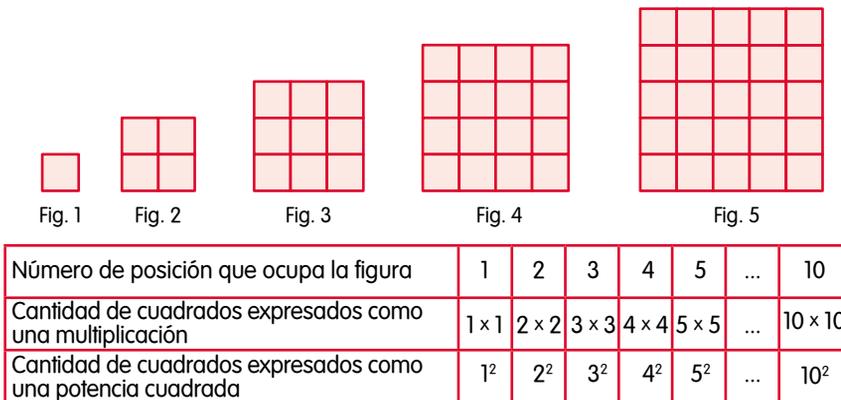
Por lo que:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{12} \qquad \frac{1}{2} > \frac{1}{6} \qquad \frac{1}{6} > \frac{1}{12}$$

Luego:  $\frac{1}{2} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12}$  es la fracción menor.

## 2.3.2 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

El desarrollo de esta competencia: actuar y pensar en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en el V ciclo de Primaria, implica que los estudiantes observen regularidades en las formas o en una secuencia numérica y que resuelvan problemas referidos a patrones de repetición geométricos cuya regla de formación responde a criterios geométricos de traslaciones o giros de cuartos y medias vueltas. También se busca que el estudiante avance en el camino de la generalización propia del álgebra, al encontrar reglas de formación de patrones numéricos o gráficos que dependa de la posición, como en el problema que se representa a continuación:



Por otro lado, el desarrollo del pensamiento variacional se desarrolla en este ciclo a través de problemas donde los estudiantes identifican relaciones de proporcionalidad entre magnitudes. Por ejemplo, analizan la relación entre el dinero que se paga y la cantidad de kilogramos que se compran de un producto, entonces a mayor cantidad de kilogramos más se pagará. En estas situaciones identifican cómo cambian las magnitudes una con respecto de la otra, los datos se organizan en tablas simples y describen esta relación utilizando lenguaje matemático. Asimismo se presentan problemas de equivalencia, en estas, se expresan igualdades y términos desconocidos utilizando íconos y el signo igual (=). Por ejemplo los problemas de desigualdad o de equilibrio con balanzas u otros objetos, dan pie a problemas en los que se busca uno o más valores desconocidos o de encontrar varias equivalencias para una misma cantidad.



	Peso (kg)	Precio (Nuevos soles)
triplica	1	3
	2	6
duplica	3	9
	4	12
	5	15

Tabla donde se expresa las relaciones de proporcionalidad.

### Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (Mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los Mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o periodo determinado. En este sentido son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de enseñanza aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de las mismas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno, nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

#### ESTÁNDARES (Mapa de Progreso)

IV ciclo	V ciclo	VI ciclo
<p>Plantea relaciones entre los datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio; y la expresa con patrones de repetición<sup>1</sup> o patrones multiplicativos, igualdades con multiplicaciones y relaciones de cambio entre dos magnitudes. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre patrones, equivalencias y cambio. Elabora y emplea tablas simples, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias con expresiones multiplicativas o hallar el valor desconocido en una igualdad multiplicando o dividiendo, establecer equivalencias entre unidades de medida de una misma magnitud, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas, y las justifica usando ejemplos</p>	<p>Interpreta datos y relaciones no explícitas en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio entre dos magnitudes; y los expresa con modelos referidos a patrones geométricos, patrones crecientes y decrecientes, ecuaciones, desigualdades, y proporcionalidad directa y determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe utilizando lenguaje matemático acerca de su comprensión sobre patrones, ecuaciones y desigualdades, y relaciones de proporcionalidad directa. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con tablas, gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para completar términos de una sucesión gráfica o numérica de acuerdo a su posición, simplificar expresiones o ecuaciones empleando propiedades aditivas y multiplicativas o establecer equivalencias entre unidades de una misma magnitud; con apoyo de recursos; y compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre regularidades, equivalencias y relaciones entre dos magnitudes, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.</p>	<p>Discrimina información e identifica variables y relaciones no explícitas en situaciones diversas referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a patrones geométricos<sup>2</sup>, progresiones aritméticas, ecuaciones e inequaciones con una incógnita, funciones lineales y relaciones de proporcionalidad inversa. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Usa terminologías, reglas y convenciones al expresar su comprensión sobre propiedades y relaciones matemáticas referidas a progresiones aritméticas, ecuaciones lineales, desigualdades, relaciones de proporcionalidad inversa, función lineal y afín. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática con tablas, gráficos, símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para determinar la regla general de una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas empleando propiedades de las operaciones; con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre expresiones algebraicas, magnitudes, o regularidades observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.</p>

<sup>1</sup> Patrones de repetición que combinan criterios perceptuales y de posición.

<sup>2</sup> Patrones geométricos que se generan al aplicar reflexiones o giros.

# ACTÚA Y PIENSA EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO

	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
MATEMATIZA SITUACIONES	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los elementos de problemas de regularidad, y las expresa en un patrón de repetición que combine un criterio geométrico de simetría y criterios perceptuales de color y tamaño.</li> <li>Propone un patrón de repetición que combine un criterio geométrico de simetría y criterios perceptuales de color y tamaño.</li> </ul>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta relaciones en los elementos de problemas de regularidad y los expresa en un patrón de repetición que combine un criterio geométrico de traslación y un criterio perceptual de color.</li> <li>Propone problemas de regularidad a partir de patrones de repetición que combinen un criterio geométrico de traslación y un criterio perceptual de color.</li> </ul>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones no explícitas en problemas de regularidad, expresándolos en un patrón de repetición geométrico con traslaciones y giros de cuartos y medias vueltas.</li> <li>Propone problemas de regularidad a partir de patrones de repetición geométricos con traslaciones y giros de cuartos y medias vueltas.</li> </ul>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones en problemas de regularidad, expresándolos en un patrón geométricas.</li> <li>Plantea relaciones de posición empleando un patrón de repetición de variadas transformaciones geométricas.</li> </ul>
	<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica la regla de formación de los datos en problemas de regularidad, expresándolas en un patrón multiplicativo con números de hasta cuatro cifras.</li> <li>Propone patrones aditivos o multiplicativos con números de hasta cuatro cifras.</li> </ul>	<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos en problemas de regularidad gráfica<sup>1</sup> y numérica, expresándolas en un patrón aditivo con números naturales o fracciones.</li> <li>Creación de una regularidad a partir de un patrón aditivo con números naturales.</li> </ul>	<p><b>Patrones numéricos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos en problemas de regularidad gráfica<sup>2</sup>, expresándolos en un patrón aditivo o multiplicativo o con potencias, que depende de la posición del elemento.</li> <li>Creación de una regularidad gráfica a partir de un patrón numérico.</li> </ul>	<p>Reconoce relaciones no explícitas entre datos numéricos en situaciones de regularidad que permitan expresar la regla de formación de una progresión aritmética.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Asocia reglas de formación de progresiones aritméticas con situaciones afines.</li> </ul>
	<p><b>Igualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia, expresándolos en una igualdad con iconos (con adición, sustracción, multiplicación o división).</li> </ul>	<p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones en problemas de equivalencia o equilibrio, expresándolos en ecuaciones simples de la forma: <math>a \pm \square = b</math>.</li> </ul>	<p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos y variables en problemas de equivalencia y equilibrio, expresándolos en las igualdades<sup>3</sup> y ecuaciones.</li> <li>Modifica una ecuación al plantear o resolver otros problemas.</li> </ul>	<p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Codifica condiciones de igualdad considerando expresiones algebraicas al expresar modelos relacionados a ecuaciones<sup>4</sup> con una incógnita.</li> <li>Usa modelos referidos a ecuaciones lineales al plantear o resolver problemas.</li> </ul>

<sup>1</sup> Configuraciones puntuales, arreglos, figuras, etc.

<sup>2</sup> Situaciones de regularidad con configuraciones puntuales o patrones gráficos de crecimiento: crecimientos de cuadrados, área de cubos apilados, etc.

<sup>3</sup> Según Godino en su libro Razonamiento Algebraico; hay tres tipos de igualdad: las que se refieren a una identidad o propiedad  $(a + (b \times c) = a \times b + a \times c)$ , a una ecuación  $(a + \square = b)$  o a una fórmula (área de un rectángulo = largo  $\times$  ancho)

<sup>4</sup> Con coeficientes fraccionarios y enteros.

	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
MATEMÁTICA SITUACIONES	<p><b>Cambio:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Recoge datos experimentales de dos magnitudes en problemas de variación y los relaciona en tablas simples.</li> </ul>	<p><b>Cambio:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos en problemas de variación entre dos magnitudes, expresándolos en una relación de proporcionalidad directa usando tablas.</li> </ul>	<p><b>Desigualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos y variables en una situación de desequilibrio o desigualdad y las expresa en modelos relacionados a una inecuación sencilla, por ejemplo de la forma: <math>a &lt; x</math> o <math>a + x &gt; b</math></li> <li>Modifica una desigualdad al plantear o resolver otros problemas.</li> </ul> <p><b>Proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos en una situación de variación entre dos magnitudes, expresándolos en una relación de proporcionalidad directa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Codifica condiciones de desigualdad considerando expresiones algebraicas al expresar modelos relacionados a inecuaciones lineales con una incógnita.</li> <li>Asocia modelos referidos a inecuaciones lineales con situaciones afines.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina en qué otros problemas es aplicable el modelo .</li> </ul>			<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones no explícitas en situaciones de variación al expresar modelos relacionados a proporcionalidad y funciones lineales<sup>2</sup>.</li> <li>Asocia modelos referidos a la proporcionalidad directa y las funciones lineales con situaciones afines.</li> </ul>
COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS	<p><b>Patrones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza lenguaje matemático para describir la regularidad en los patrones geométricos y numéricos.</li> </ul>	<p><b>Patrones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza lenguaje matemático para expresar el criterio geométrico (traslación) que interviene en el patrón y la regla de formación creciente del patrón numérico.</li> </ul>	<p><b>Patrones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza lenguaje matemático para expresar los criterios geométricos (con traslaciones y giros) que intervienen en la formación del patrón y la regla de formación creciente del patrón numérico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe usando términos adecuados de transformaciones geométricas.</li> <li>Explica el desarrollo de un patrón geométrico.</li> <li>Reconoce expresiones gráficas y simbólicas que expresan transformaciones geométricas en patrones geométricos.</li> </ul>
				<ul style="list-style-type: none"> <li>Explica el desarrollo de una progresión aritmética empleando el término <math>n</math>-ésimo, índice del término, razón o regla de formación.</li> <li>Emplea diagramas y esquemas tabulares para reconocer una razón constante.</li> </ul>

<sup>1</sup> Con coeficientes fraccionarios y enteros.

<sup>2</sup> Con coeficientes enteros.

<p><b>COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS</b></p>	<p><b>Igualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Representa una igualdad con valores conocidos o desconocidos con iconos, de forma concreta, gráfica y simbólica (con expresiones de multiplicación y división) y el signo “=”.</li> </ul>	<p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Representa el valor desconocido de una igualdad con iconos.</li> </ul>	<p><b>Ecuaciones y desigualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Representa el valor desconocido de una ecuación con letras.</li> <li>Representa una desigualdad con material concreto, gráfico y simbólico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa condiciones de equilibrio y desequilibrio a partir de interpretar datos y gráficas de situaciones que implican ecuaciones e inecuaciones de primer grado.</li> <li>Representa las soluciones de inecuaciones lineales de la forma <math>x &gt; a</math> o <math>x &lt; a</math>, <math>ax &gt; b</math> o <math>ax &lt; b</math>.</li> <li>Expresa una inecuación como un intervalo o rayo en la recta numérica.</li> </ul>
<p><b>ELABORA USA ESTRATEGIAS</b></p>	<p><b>Problemas de cambio:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la relación de cambio entre dos magnitudes.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las relaciones de proporcionalidad de dos magnitudes.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza tablas o gráficos en el plano cartesiano, para expresar la proporcionalidad directa entre dos magnitudes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe el comportamiento de una función lineal afín examinando su intercepto con los ejes, su pendiente, dominio y rango.</li> <li>Determina una función lineal a partir de la pendiente y su punto de intercepto con el eje de coordenadas.</li> <li>Establece conexiones entre las representaciones gráficas, tabulares y simbólicas de una función lineal.</li> </ul>
<p><b>ELABORA USA ESTRATEGIAS</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas.</li> </ul>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea algunas estrategias heurísticas para ampliar o crear patrones de repetición geométricos, usando material concreto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas.</li> </ul>
<p><b>ELABORA USA ESTRATEGIAS</b></p>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea algunas estrategias heurísticas para ampliar o crear patrones de repetición geométricos, usando material concreto.</li> </ul>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea estrategias heurísticas<sup>1</sup> para ampliar o crear patrones de repetición geométricos de traslación y criterios perceptuales.</li> </ul>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea estrategias heurísticas para ampliar o crear patrones de repetición geométricos, usando material concreto.</li> </ul>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza transformaciones geométricas para hallar la posición y la expresión geométrica en problemas.</li> </ul>
<p><b>ELABORA USA ESTRATEGIAS</b></p>	<p><b>Patrones aditivos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de conteo o de cálculo para ampliar, encontrar el término intermedio o crear patrones aditivos, usando material concreto, recursos, incluyendo el uso de la calculadora.</li> </ul>	<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de cálculo para ampliar, encontrar el término intermedio o crear patrones aditivos y multiplicativos, usando material concreto, recursos, incluyendo el uso de la calculadora.</li> </ul>	<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos con fracciones y naturales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de cálculo para ampliar o crear patrones aditivos y fracciones y números naturales, incluyendo el uso de la calculadora.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza procedimientos para hallar término k-ésimo, índice del término, razón o regla de formación con números naturales.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas de progresión aritmética.</li> </ul>
<p><b>ELABORA USA ESTRATEGIAS</b></p>	<p><b>Patrones aditivos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de conteo o de cálculo para ampliar, encontrar el término intermedio o crear patrones aditivos, usando material concreto, recursos, incluyendo el uso de la calculadora.</li> </ul>	<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de cálculo para ampliar, encontrar el término intermedio o crear patrones aditivos y multiplicativos, usando material concreto, recursos, incluyendo el uso de la calculadora.</li> </ul>	<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos con fracciones y naturales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de cálculo para ampliar o crear patrones aditivos y fracciones y números naturales, incluyendo el uso de la calculadora.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza procedimientos para hallar término n-ésimo, índice del término, razón o regla de formación con números naturales de una progresión aritmética.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas de una progresión aritmética.</li> </ul>

<sup>1</sup> Tablas, empezar por atrás.

	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
<p><b>Igualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea material concreto y gráfico para encontrar equivalencias o los valores desconocidos de una igualdad con multiplicación.</li> <li>Emplea estrategias y procedimientos multiplicativos, la relación inversa entre la multiplicación y la división, la propiedad conmutativa de la multiplicación, para resolver situaciones de equivalencia o igualdad o hallar un valor desconocido con expresiones aditivas y multiplicativas.</li> </ul>	<p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos por tanteo, sustitución o agregando, quitando o repartiendo para encontrar el valor o los valores desconocidos de una igualdad o ecuación.</li> <li>Emplea propiedades de las igualdades (sumar, restar, multiplicar o dividir en ambos lados de la igualdad) para hallar el término desconocido de una igualdad.</li> <li>Aplica la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición para formular igualdades.</li> </ul>	<p><b>Ecuaciones y desigualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos por tanteo, sustitución o agregando, quitando o repartiendo para encontrar el valor o los valores desconocidos de una ecuación.</li> <li>Emplea propiedades y la simplificación de términos al resolver una ecuación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea propiedades y técnicas de simplificación<sup>1</sup> para obtener la solución en problemas de ecuaciones lineales.</li> <li>Emplea recursos gráficos para resolver problemas de ecuaciones lineales.</li> <li>Emplea propiedades y técnicas de simplificación para obtener la solución en problemas de inecuaciones lineales.</li> </ul>	
<p><b>Problemas de cambio:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea esquemas, procedimientos de comparación y operaciones para encontrar relaciones numéricas entre dos magnitudes.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea estrategias de ensayo y error, experimentación, tablas, recojo de datos u operaciones para resolver problemas de relaciones de cambio o de proporcionalidad.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea estrategias para resolver problemas de proporcionalidad, y función lineal con coeficientes enteros.</li> <li>Explora mediante el ensayo y error el conjunto de valores que puede tomar una función lineal al resolver un problema.</li> <li>Emplea métodos gráficos para resolver problemas de funciones lineales.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprueba su procedimiento o estrategia y el de sus compañeros y, de ser necesario, lo replantea.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones.</li> <li>Emplea la calculadora para resolver problemas y verificar sus resultados.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema.</li> </ul>	

<sup>1</sup> Reducción de miembros, transposición de términos.

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
<p><b>Patrones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora supuestos sobre los términos que ocupan una posición más adelante en el patrón de repetición geométrico de simetría y criterio perceptual.</li> </ul>	<p><b>Patrones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas sobre los términos no conocidos del patrón a regla de formación creciente o constante de los patrones aditivos con números naturales o fracciones.</li> </ul>	<p><b>Patrones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas sobre la predicción de algunos términos no conocidos de un patrón geométrico (con traslación y giros).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea conjeturas respecto a posiciones, de un patrón geométrico.</li> <li>Prueba que algunos patrones geométricos se comportan como patrones cíclicos.</li> </ul>
<p><b>Patrones aditivos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explica sus resultados y procedimientos al continuar o crear un patrón aditivo o multiplicativo de hasta cuatro cifras.</li> </ul>	<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas sobre los términos no conocidos en patrones multiplicativos con números naturales o fracciones.</li> </ul>	<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas sobre los términos no conocidos en patrones numéricos-gráficos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea conjeturas respecto a posiciones, de una progresión aritmética.</li> <li>Justifica la relaciones de dependencia entre el n-ésimo término y el valor posicional de una progresión aritmética.</li> </ul>
<p><b>Igualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora supuestos sobre lo que ocurre en una igualdad al multiplicar o dividir una misma cantidad de objetos o números a ambos lados de una igualdad, basándose en lo observado en actividades concretas.</li> </ul>	<p><b>Igualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende sus argumentaciones, usando ejemplos, sobre los procedimientos usados para resolver problemas de igualdades.</li> </ul>	<p><b>Igualdades y desigualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende argumentaciones propias y de otros, usando ejemplos, sobre el procedimiento utilizado para resolver problemas de igualdades o desigualdades.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica cuando una ecuación es posible e imposible a partir del conjunto solución.</li> <li>Justifica cuando dos ecuaciones son "equivalentes" considerando el conjunto solución.</li> <li>Plantea conjetura a partir de casos referidas a los criterios de equivalencia.</li> <li>Justifica si un número es solución de una inecuación dada.</li> </ul>
<p><b>Problemas de cambio:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora supuestos sobre la relación de cambio entre dos magnitudes, basándose en lo observado en actividades vivenciales, concretas y gráficas.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas, usando ejemplos, para afirmar que dos magnitudes son directamente proporcionales.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende argumentaciones propias y de otros, usando ejemplos, para afirmar que dos magnitudes son directamente proporcionales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Prueba si una función es lineal por los valores de su dominio.</li> <li>Justifica el dominio apropiado de una función lineal (si pertenece al campo natural, entero o racional) de acuerdo a una situación de dependencia.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas, usando ejemplos y contraejemplos.</li> </ul>		

## Descripción y ejemplos de algunos indicadores

### Capacidad: **Matematiza situaciones**

#### Indicador de sexto grado

Interpreta los datos y variables en una situación de desequilibrio o desigualdad y las expresa en modelos relacionados a una inecuación sencilla, por ejemplo de la forma:  $a < x$  o  $a + x > b$ .

#### Descripción del indicador

Interpretar los datos y variables implica reconocer las cantidades y los valores desconocidos, establecer las relaciones entre ellas identificando la cantidad mayor o menor y determinar las condiciones de desigualdad o desequilibrio. Un problema de desequilibrio con balanzas (cuando uno de los platillos está más abajo que otro) está referido a que en uno de los brazos se encuentra concentrada la mayor cantidad de objetos. De otro lado, también se puede presentar situaciones donde se puedan establecer equivalencias o condiciones de desigualdad, cuando por ejemplo una persona es más fuerte que la otra o tiene más o menos objetos que otro.

El uso de la variable (letras) en este tipo de problemas actúa como incógnita para representar el valor desconocido. Por ejemplo, en esta situación de juego de canicas con Paco y Miguel, uno de ellos reconoce que tiene menos canicas que el otro.

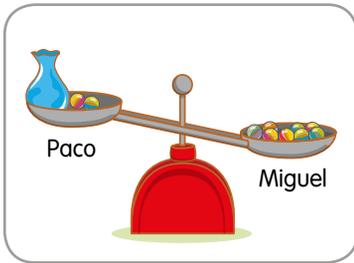


¿Cuántas canicas puede tener Paco en la bolsa?

En este ejemplo se pueden realizar las siguientes preguntas para interpretar los datos y el valor desconocido.

- ¿Cuáles son los datos o los valores conocidos?
- ¿Puedes reconocer la cantidad desconocida? ¿Quién la tiene?
- ¿Qué relación hay entre las dos cantidades que tienen Paco y Miguel?, ¿Quién tiene mayor o menor cantidad, cómo te diste cuenta de ello?
- ¿Cuáles serían las afirmaciones que se pueden desprender del problema?

Este problema lo podemos expresar en un modelo con una balanza o con una expresión simbólica usando íconos o una letra para expresar la cantidad desconocida.



Miguel tiene 8 canicas  
Miguel tiene más canicas que Paco

$$8 > \text{vase} + 2$$

Paco tiene una bolsa y 2 canicas  
Paco tiene menos canicas que Miguel

$$\text{vase} + 2 < 8$$

## Capacidad: Elabora y usa estrategias

**Indicador de sexto grado**  
Emplea procedimientos de cálculo para ampliar, completar o crear patrones numéricos, cuya regla de formación depende de la posición del elemento, con números naturales, fracciones o decimales.

### Descripción del indicador

Los procedimientos de cálculo que pueden emplear los estudiantes para resolver problemas con patrones numéricos, están referidos a encontrar relaciones aditivas y/o multiplicativas entre la posición de la figura y la cantidad de elementos. Estas relaciones la pueden encontrar por ensayo y error o descomponiendo los resultados en función de la cantidad de elementos y la posición de la figura.

Veamos el siguiente ejemplo:

¿Cuántos palillos son necesarios para formar el dibujo situado en la 4ª posición?  
¿Y para formar el dibujo que estuviera en la posición 10?, ¿y para la posición 20?

Figura 1                  Figura 2                  Figura 3                  Figura 4

Así tenemos que :

- En la figura 1, hay 3 palillos
- En la figura 2, hay 5 palillos
- En la figura 3, tiene 7 palillos
- En la figura 4, tiene 9 palillos

Podemos organizar esta información en una tabla vertical.



Posición de la figura	Cantidad de palillos
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11

Para resolver el problema se puede seguir construyendo la tabla, hasta llegar a la figura 10 y la figura 20, pero sería un procedimiento largo.

¿De qué otra manera se puede predecir la cantidad de palitos?

Se podrían generar relaciones aditivas o multiplicativas de tal manera que el resultado sea expresado en función de la posición de la figura.

Así por ejemplo: podríamos ensayar operaciones para que resulte 3 y usando para operar los números de la posición de la figura: Así para que resulte 3, tenemos que usar en la operación necesariamente 1; para que resulte 5, debemos de usar 2 y así sucesivamente.

También podemos organizar las operaciones en una tabla horizontal:

Figura	1	2	3	4	5	6	10	20
Cantidad de palillos	3	5	7	9	11	13	?	?
Ensayo 1 con adición	$1 + 1 + 1$	$2 + 2 + 1$	$3 + 3 + 1$	$4 + 4 + 1$	$5 + 5 + 1$	$6 + 6 + 1$	$10 + 10 + 1$	$20 + 20 + 1$
Ensayo 2 con multiplicación y adición	$2 \times 1 + 1$	$2 \times 2 + 1$	$2 \times 3 + 1$	$2 \times 4 + 1$	$2 \times 5 + 1$	$2 \times 6 + 1$	$2 \times 10 + 1$	$2 \times 20 + 1$

## Capacidad: Razona y argumenta generando ideas matemáticas

### Indicador de sexto grado

Justifica sus conjeturas sobre la predicción de algunos términos no conocidos de un patrón geométrico (con traslación y giros).

### Descripción

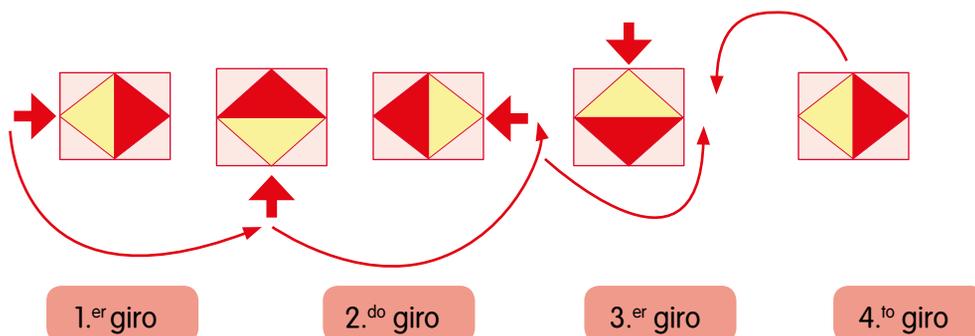
El estudiante da explicaciones válidas respecto de sus predicciones sobre la figura que se encuentra en una posición más adelante sin necesidad de completar el patrón. Por ejemplo:

¿Qué figura está en la posición 25? ¿Por qué?



Yo creo que en la posición 25 está la figura con el triángulo rojo a la derecha y el amarillo a la izquierda.

El estudiante explica que esta secuencia se forma cuando cada elemento del núcleo de repetición da giros de  $\frac{1}{4}$  de vuelta. Además, que el núcleo de repetición tiene cuatro elementos y que cada cuatro posiciones se repite, entonces al avanzar de 4 en 4, se evidencia que en la posición 25 comienza el núcleo nuevamente, por tanto, la primera figura es la que corresponde.



### 2.3.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Desarrollar esta competencia en el V Ciclo implica que los niños actúen y piensen matemáticamente al proponerles que resuelvan problemas geométricos de diversos contextos vinculados con las formas tri y bidimensionales; problemas referidos al movimiento o las transformaciones geométricas como la traslación y rotación de figuras.

Los estudiantes en este ciclo matematizan situaciones a partir de una experiencia vivencial con su entorno para expresar la realidad o los objetos que hay en ella en formas tridimensionales o bidimensionales que construyen con mayor precisión. Asimismo aplican movimientos y transformaciones a las figuras, las cuales se trasladan, rotan, se amplían o reducen. También comunican y representan las ideas geométricas relacionadas con las formas y sus propiedades empleando lenguaje matemático, así el uso del lenguaje geométrico será necesario cuando quieran comunicar posiciones, describir e identificar a los objetos, indicar oralmente los movimientos. La adquisición del lenguaje geométrico se produce a partir de su utilidad para resolver problemas y es en el marco de estos problemas que surge la necesidad de usar expresiones cada vez más precisas y formales.

Los estudiantes en este ciclo también elaboran y usan estrategias al construir formas mediante el plegado, recortado y el dibujo, miden la longitud, capacidad y superficie de los objetos, construyen figuras que se trasladan y rotan, usando instrumentos de dibujos y diversos materiales. En este proceso también es necesario que razonen y argumenten con el objetivo de construir o generar nuevas ideas geométricas al elaborar conjeturas sobre las propiedades de las formas y verificarlas. Al explicar sus procedimientos y resultados consolidarán lo que aprendieron.



## Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de formas, movimiento y localización

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (Mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los Mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En este sentido son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de las mismas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno, nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

ESTÁNDARES (Mapa de Progreso)		
IV ciclo	V ciclo	VI ciclo
<p>Relaciona características, atributos, localización y movimiento de los objetos del entorno, con las formas geométricas; ubicación en el plano y el espacio, simetría y traslación. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre características de las formas bidimensionales y tridimensionales; longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos; simetría y traslaciones. Elabora y emplea representaciones mediante tablas de doble entrada, gráficos, croquis y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o solucionar un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ubicar objetos y rutas, medir y estimar la longitud, perímetro, superficie y la capacidad de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria o convencional apropiada, reflejar o trasladar formas en cuadrículas, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas sobre semejanzas y diferencias entre formas geométricas y las justifica usando ejemplos.</p>	<p>Interpreta datos y relaciones no explícitas de localización y movimiento de los objetos, con las formas geométricas bi y tri dimensionales; su rotación, ampliación o reducción y determina en qué otras situaciones es aplicable. Expresa su comprensión utilizando lenguaje matemático sobre las propiedades de las formas bidimensionales o tridimensionales<sup>1</sup>; ángulos, superficies, volumen y capacidad; ampliaciones, reducciones, giros y la posición de un objeto en el plano cartesiano. Elabora diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos, relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar y medir ángulos, calcular perímetro, superficie, capacidad y volumen seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinente; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Elabora conjeturas sobre relaciones entre propiedades de las formas geométricas trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.</p>	<p>Discrimina información e identifica relaciones no explícitas de situaciones referidas a atributos, localización y transformación de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas bidimensionales compuestas, relaciones de paralelismo y perpendicularidad, posiciones y vistas de cuerpos geométricos<sup>2</sup>. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales<sup>3</sup>, ángulos, superficies y volúmenes; transformaciones geométricas; elaborando diversas representaciones de una misma idea matemática usando gráficos y símbolos; y las relaciona entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos y distancias en mapas, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; rotar, ampliar, reducir formas o teselar un plano, con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas trabajadas; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.</p>

<sup>1</sup> Triángulos, cuadriláteros, ángulos, círculos, circunferencias, prismas y pirámides.

<sup>2</sup> Prisma, pirámide, círculo, cilindro

<sup>3</sup> Polígonos, prisma, pirámide, círculo, cilindro, rectas paralelas, perpendiculares y secantes.

ACTÚA Y PIENSA EN SITUACIONES DE FORMAS, MOVIMIENTOS Y LOCALIZACIÓN			
Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica propiedades en los objetos del entorno según sus lados paralelos y perpendiculares, la forma de sus caras o sus bases y, los relaciona con prismas rectos.</li> <li>Relaciona los prismas rectos con su proyección vista desde abajo, desde arriba o desde un costado.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce elementos y propiedades de los objetos según sus caras, bases, altura, superficie lateral y los relaciona con prismas.</li> <li>Relaciona un prisma con cubos y sus diferentes vistas.</li> <li>Selecciona la estructura del sólido con cubos, para resolver un problema de construcción de prismas.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones respecto a los elementos y propiedades de las cajas o cubos y los relaciona con los prismas y pirámides.</li> <li>Relaciona una forma tridimensional con sus diferentes vistas.</li> <li>Selecciona el desarrollo o las plantillas de las formas tridimensionales para resolver un problema de construcción de prismas y pirámides.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones no explícitas entre figuras en situaciones de construcción de cuerpos, y las expresa un modelo basado en prismas regulares, irregulares y cilindros.</li> <li>Usa modelos referidos a cubos, prismas y cilindros al plantear y resolver problemas de proyección o construcción de cuerpos.</li> </ul>
<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica características de los objetos de su entorno según sus lados, ángulos, paralelismo o perpendicularidad y lo expresa en un modelo basado en paralelogramos.</li> <li>Usa un modelo basado en paralelogramos al plantear o resolver un problema.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica características y propiedades geométricas explícitas según su perímetro y área en objetos y superficies de su entorno, expresándolos en un modelo basado en cuadriláteros y triángulos.</li> <li>Aplica las propiedades de los cuadriláteros o triángulos al plantear o resolver un problema.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica características y propiedades geométricas en objetos y superficies de su entorno, expresándolos en figuras geométricas bidimensionales (círculo, circunferencia, polígonos regulares hasta 10 lados)</li> <li>Aplica las propiedades de las figuras bidimensionales al plantear o resolver un problema.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza medidas, características y propiedades geométricas de figuras y superficies, y las expresa un modelo referido a figuras poligonales<sup>1</sup>.</li> <li>Emplea el modelo más pertinente relacionado para plantear o resolver situaciones relacionadas a figuras poligonales y sus propiedades.</li> </ul>

## MATEMATIZA SITUACIONES

<sup>1</sup> Triángulo, rectángulo, cuadrado, rombo

	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
	<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica las referencias necesarias en situaciones de localización y desplazamientos, en el entorno escolar, expresándolos en un croquis apoyado en cuadrículas y coordenadas.</li> <li>Emplea un croquis con cuadrículas con coordenadas al resolver problemas de localización.</li> <li>Verifica si el croquis empleado corresponde a la realidad y permite localizar o desplazarse con precisión.</li> </ul>	<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos respecto a la localización de lugares y desplazamiento de los objetos en la localidad, expresándolos en un croquis usando puntos cardinales en un sistema de coordenadas.</li> <li>Emplea un sistema de coordenadas con puntos cardinales al resolver problemas de localización.</li> </ul>	<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones no explícitas respecto a la localización de lugares o desplazamiento de objetos en la localidad expresándolos en un croquis en el primer cuadrante del plano cartesiano.</li> <li>Emplea el plano cartesiano al resolver problemas de localización.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones no explícitas basadas en medidas de formas, desplazamiento y ubicación de cuerpos, para expresar mapas o planos a escala.</li> <li>Usa mapas o planos a escala al plantear y resolver una situación.</li> </ul>
	<p><b>Simetría y traslación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica condiciones y características relevantes en problemas de desplazamiento, expresándolos en un modelo de traslación de formas bidimensionales en una cuadrícula de coordenadas.</li> <li>Reconoce la traslación de una figura en otros problemas.</li> </ul>	<p><b>Ampliación y reducción:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica condiciones y características de los objetos de su entorno, expresándolos en un modelo de ampliación y reducción de figuras en un plano cuadrículado.</li> <li>Aplica la ampliación y reducción de figuras a otros problemas similares.</li> </ul>	<p><b>Rotación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones no explícitas en objetos del entorno, al elaborar un modelo basado en la rotación (en un cuarto de vuelta y media vuelta) de figuras en un plano cuadrículado.</li> <li>Aplica las transformaciones geométricas de simetría, traslación, ampliación y reducción a otros problemas similares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce relaciones no explícitas, en situaciones de recubrimiento de superficies, al elaborar un modelo basado en transformaciones<sup>1</sup>.</li> <li>Usa un modelo basado en transformaciones isométricas al plantear o resolver un problema.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina en qué otros problemas, es aplicable el modelo.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema.</li> </ul>

<sup>1</sup> Rotar, ampliar y reducir.

	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las formas tridimensionales según sus elementos (caras laterales, aristas, vértices, bases).</li> <li>Construye figuras tridimensionales con diferentes materiales concretos y a partir de una plantilla.</li> <li>Construye figuras tridimensionales en forma concreta, a partir de instrucciones escritas y orales.</li> <li>Describe la estimación y la comparación de la medida de capacidad en fracciones de litro, galones.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las propiedades y elementos de cubos o prismas, nombrándolos apropiadamente.</li> <li>Representa gráficamente las diferentes vistas bidimensionales que tiene una forma tridimensional.</li> <li>Construye figuras tridimensionales en forma concreta (origami modular), a partir de su medida e instrucciones escritas y orales.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa la medida del área lateral y total del prisma y la pirámide en unidades convencionales a partir de sus plantillas o redes.</li> <li>Expresa la medida del volumen de cubos y prismas en unidades patrón (cubitos de <math>1\text{ cm}^3</math>, estructuras de <math>1\text{ m}^3</math>).</li> <li>Representa la medida del volumen del cubo y del prisma recto rectangular, con material concreto (material Base Diez) y gráfico.</li> <li>Construye prismas y pirámides con material concreto (origami modular, plantillas), gráfico (papel isométrico) usando instrumentos de dibujo; a partir de indicaciones sobre su medida o su forma.</li> <li>Explica lo que comprende sobre la relación entre el volumen y la medida de capacidad de los objetos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe prismas regulares y cilindro en función del número y forma de las caras, el número de vértices y el número de aristas.</li> <li>Describe el desarrollo en el plano de prismas triangulares y rectangulares, cubos y cilindros.</li> <li>Grafica el desarrollo de prismas, cubos y cilindros, vistas de diferentes posiciones.</li> </ul>

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las características de los polígonos y paralelogramos, según su número de lados y vértices, nombrándolos adecuadamente (triángulos, cuadriláteros, pentágonos, etc.).</li> <li>Representa en forma concreta (sogas, geoplano, etc.) y gráfica (en cuadrículas), diferentes formas bidimensionales que tienen el mismo perímetro.</li> <li>Representa en forma concreta (sogas, geoplano, origami, etc.) y gráfica (en cuadrículas) diferentes rectángulos, cuadrados, rombos y romboides con el modelo presente y ausente.</li> <li>Constuye paralelogramos según indicaciones orales y escritas.</li> <li>Describe la estimación y la comparación de la medida de la longitud, perímetro, superficie de las figuras a partir de unidades arbitrarias o convencionales.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las características y propiedades básicas de los cuadriláteros y triángulos con respecto a sus lados y ángulos y diagonales, paralelismo y perpendicularidad.</li> <li>Describe la construcción de formas bidimensionales a partir de sus elementos o propiedades.</li> <li>Representa en forma concreta (tangram, geoplano, origami) y gráfica (en cuadrículas, malla de puntos), cuadriláteros y triángulos, dados la medida de sus lados, ángulos, el perímetro o el área.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las propiedades y relaciones del círculo y la circunferencia y de los polígonos regulares según sus lados y sus ángulos.</li> <li>Constuye la circunferencia usando instrumentos de dibujo.</li> <li>Constuye polígonos regulares en forma concreta (origami, tiras de mecano, etc.) y en forma gráfica.</li> <li>Representa gráficamente formas bidimensionales en el plano cartesiano, así como sus ampliaciones y reducciones.</li> <li>Expresa la medida de superficie usando unidades convencionales (<math>\text{km}^2</math>, <math>\text{m}^2</math>)</li> <li>Expresa la medida de distancias muy largas, usando unidades convencionales (km)</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en formas bidimensionales (triángulo, rectángulo, cuadrado y rombo) y sus propiedades usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas.</li> <li>Expresa las relaciones y diferencias entre área y perímetro de polígonos regulares.</li> <li>Representa polígonos regulares siguiendo instrucciones y usando la regla y el compás.</li> </ul>
<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe rutas o ubicaciones, usando como referentes objetos y lugares cercanos o por los que debe pasar.</li> <li>Elabora croquis, mapas usando referentes paralelos, perpendiculares y oblicuos, para ubicar objetos y expresar rutas.</li> </ul>	<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe rutas de desplazamiento en guías, planos de ciudades utilizando referentes espaciales y otras referencias.</li> <li>Gráfica en un plano cuadrículado la posición de un objeto.</li> </ul>	<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe rutas de desplazamiento en guías, planos de ciudades utilizando referentes espaciales y otras referencias.</li> <li>Gráfica en el plano cartesiano la posición de un lugar usando puntos cardinales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las distancias y medidas de planos o mapas usando escalas.</li> </ul>

COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
	<p><b>Simetría:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las relaciones de la traslación de figuras geométricas planas y el reflejo de una figura a partir del eje de simetría vertical y horizontal.</li> <li>Representa en forma concreta (geoplano), gráfica (en cuadrícula), la traslación de figuras geométricas planas y el reflejo de una figura a partir del eje de simetría vertical u horizontal.</li> </ul>	<p><b>Ampliación y reducción:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la transformación de ampliación y reducción de una figura en el plano cuadrado.</li> <li>Construye de una misma figura dos o más ampliaciones o reducciones en un plano cuadrado o en el plano cartesiano.</li> </ul>	<p><b>Transformaciones geométricas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la rotación de una figura en el plano cuadrado o en el plano cartesiano.</li> <li>Representa en forma concreta (geoplano), gráfica y simbólica (pares ordenados) traslaciones, reflexiones y giros (cuartos y medias vueltas) de formas bidimensionales; y relaciona los tres tipos de representación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las características de las transformaciones de rotación, ampliación y reducción con figuras geométricas planas.</li> <li>Grafica la rotación, ampliación y reducción de figuras poligonales regulares para recubrir una superficie plana.</li> </ul>
ELABORAR USA ESTRATEGIAS	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Usa estrategias para construir cuerpos geométricos, figuras con el modelo ausente según sus ángulos y la simetría, usando diversos materiales.</li> <li>Usa diversos recipientes como jarras, envases de botellas, recipientes graduados, para medir, comparar y estimar la capacidad de los recipientes.</li> <li>Usa instrumentos de medición (cinta métrica y reglas graduadas) y unidades convencionales para medir y comparar longitudes y distancias cortas.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Usa estrategias para construir cuerpos geométricos y dibujar figuras según sus vistas, usando diversos materiales, instrumentos de dibujo.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de cálculo para encontrar el área de una superficie del prisma y el volumen de un prisma cuadrangular o rectangular en unidades arbitrarias.</li> <li>Usa estrategias para estimar y medir el volumen en unidades arbitrarias (p.ej: cubitos) y la capacidad de objetos y recipientes en litros y mililitros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y res</li> </ul> <p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Usa estrategias para construir polígonos según sus características y propiedades, usando instrumentos de dibujo.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, para resolver problemas de perímetro y área de triángulo, rectángulo, cuadrado, rombo.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para hallar el área, perímetro y ubicar cuerpos en mapas o planos a escala, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>

<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa unidades patrón (cartón, cartulina, etc.) que midan un metro cuadrado para determinar cuántas unidades cuadradas necesita para cubrir superficies de figuras bidimensionales</li> <li>• Usa estrategias que implican trazar el recorrido de los vértices de las formas bidimensionales, utilizar recortes de figuras de papel, para trasladarla sobre un cuadrículado.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea diversos materiales y recursos para construir o dibujar figuras bidimensionales.</li> <li>• Emplea procedimientos como componer o rotar figuras, estrategias de conteo de cuadraditos o composición de triángulos para calcular el área de paralelogramos y los trapecios a partir del área del rectángulo.</li> <li>• Calcula el área del triángulo a partir del área del rectángulo.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa estrategias para construir y dibujar figuras según sus vistas y la rotación, usando diversos materiales, instrumentos de dibujo.</li> <li>• Usa recursos, instrumentos de medición (cinta métrica) y unidades convencionales para medir y comparar longitudes y distancias muy grandes.</li> <li>• Emplea estrategias que implican cortar la figura en papel y reacomodar las piezas, dividir en cuadrillos de <math>1\text{ cm}^2</math> y el uso de operaciones para determinar el área y el perímetro de figuras bidimensionales.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa estrategias para construir polígonos según sus propiedades y características usando instrumentos de dibujo.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, para resolver problemas de perímetro y área del triángulo, rectángulo, cuadrado, rombo.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para hallar el área, perímetro, volumen, reconocer características proporcionales y ubicar cuerpos en mapas o planos a escala con recursos gráficos y otros.</li> </ul>
<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias o recursos para ubicar con precisión un objeto en un plano cuadrículado.</li> </ul>			
<p><b>Traslación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa estrategias para trasladar una figura sobre un plano cartesiano.</li> </ul>	<p><b>Ampliación y reducción:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos de cálculo y relaciones de proporcionalidad para ampliar o reducir una figura.</li> </ul>	<p><b>Rotación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa estrategias para rotar figuras a partir de sus vértices, incluyendo el uso de instrumentos como compás, transportador.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza transformaciones de rotar, ampliar y reducir, con figuras en una cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>
<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora conjeturas sobre cuáles son las características geométricas comunes de las formas tridimensionales.</li> <li>• Justifica sus conjeturas usando ejemplos sobre los procedimientos aplicados en problemas de cálculo de capacidad con unidades patrón.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora conjeturas sobre las características semejantes geométricas de los prismas.</li> <li>• Elabora conjeturas sobre los procedimientos matemáticos a aplicar en la solución de problemas de cálculo de volumen.</li> <li>• Justifica la relación entre la clasificación de prismas según su base con la clasificación de polígonos según el número de lados.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece conjeturas sobre la relación entre el área lateral y el área total de los prismas.</li> <li>• Establece semejanzas y diferencias entre los prismas y las pirámides.</li> <li>• Elabora conjeturas sobre la relación entre el volumen y la capacidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propone conjeturas sobre propiedades de prismas regulares y el cilindro.</li> <li>• Justifica la relación entre las áreas de sus bases y superficies laterales del cubo, prismas y cilindro.</li> <li>• Explica como varía las relaciones entre los elementos de prismas y cilindros al obtener desarrollos de estos cuerpos.</li> </ul>

	Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas usando ejemplos sobre los procedimientos aplicados en problemas de cálculo de perímetro, superficie y capacidad con unidades patrón.</li> <li>Elabora conjeturas sobre cuáles son las características geométricas comunes de las formas bidimensionales</li> <li>Elabora conjeturas sobre los procedimientos a aplicar en el cálculo de perímetro, superficie y capacidad con unidades patrón.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Establece semejanzas y diferencias entre cuadrado y rectángulo, entre cuadrado y rombo, etc.</li> <li>Elabora conjeturas sobre las propiedades de los cuadriláteros y triángulos.</li> <li>Explica con ejemplos y contraejemplos las características de los cuadrados, rectángulos, rombos, triángulo rectángulo y equilátero, etc.</li> <li>Establece diferencias entre el área y el perímetro de una figura.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora conjeturas sobre la relación entre perímetro y área de formas bidimensionales, entre áreas de cuadriláteros y triángulos</li> <li>Establece conjeturas y las verifica sobre la relación entre el radio y el diámetro de la circunferencia.</li> <li>Establece características semejantes en los polígonos regulares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas referidas a las propiedades de prismas regulares y el cilindro.</li> <li>Justifica la relación entre el área de superficie de prismas y cilindros con las áreas de sus bases y superficies laterales del cubo, prismas y cilindro.</li> <li>Explica como varía las relaciones entre los elementos de prismas y cilindros, al obtener desarrollo de estos cuerpos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea conjeturas para determinar perímetro y área de figuras poligonales (triángulo, rectángulo, cuadrado y rombo).</li> <li>Justifica sus generalizaciones sobre el número de diagonales trazadas desde un vértice, número de triángulos en que se descompone un polígono regular, suma de ángulos internos y externos.</li> <li>Justifica la pertenencia o no de una figura geométrica dada a una clase determinada de cuadrilátero.</li> <li>Justifica las variaciones en el perímetro, área y volumen debidos a un cambio en la escala en mapas y planos.</li> <li>Explica qué medidas y situaciones son y no son afectadas por el cambio de escala.</li> </ul>
<p><b>Traslación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora conjeturas sobre el procedimiento para representar traslaciones de formas bidimensionales en cuadrículas.</li> </ul>	<p><b>Ampliación y reducción:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora conjeturas sobre la relación entre la ampliación y reducción con la proporcionalidad.</li> </ul>	<p><b>Rotación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explica el procedimiento usado para construir figuras y rotarlas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea conjeturas acerca de la semejanza de dos figuras al realizar sobre estas rotaciones, ampliaciones y reducciones en el plano.</li> <li>Explica como algunas transformaciones pueden completar partes ausentes en figuras geométricas.</li> </ul>	

## Descripción y ejemplos de algunos indicadores

### Capacidad: Comunica y representa ideas matemáticas

#### Indicador de quinto grado

Representa gráficamente las diferentes vistas que tiene una forma tridimensional.

#### Descripción del indicador

Observar este indicador implica que el estudiante debe graficar las diferentes vistas que tienen las caras o vistas de una forma tridimensional u objetos de su entorno, como sólidos, maquetas, etc.

#### Ejemplo de indicador precisado:

Representa gráficamente la vista superior que tiene una forma tridimensional (maqueta).

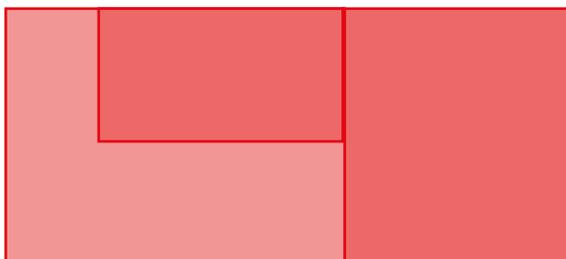
Veamos un ejemplo en el que se evidencia el indicador:

En la siguiente maqueta se tiene un jardín interior en forma de L y dos construcciones. Se tiene que mostrar el área construida y el área libre.



Algunas preguntas que ayudan a que el niño muestre este desempeño:

- ¿Qué forma tiene el terreno de la maqueta? Dibújalo.
- ¿Desde dónde tienes que mirar la maqueta para ver el área construida y el terreno libre?
- ¿Cómo se ve si la miras desde arriba?



## Capacidad: Elabora y usa estrategias

### Indicador de quinto grado

Usa estrategias para construir cuerpos geométricos y dibujar figuras según sus vistas, usando diversos materiales e instrumentos de dibujo.

### Descripción del indicador

Observar este indicador implica que el estudiante construya cuerpos con el modelo presente o ausente y los reproduzca, tomando como base los datos dados; usando para ello diversas estrategias como abrir cajas para observar plantillas o sus desarrollos, copiar las plantillas de los cuerpos en una cartulina y utilizar recursos como papel cuadriculado, reglas y escuadras.

### Ejemplo de indicador precisado:

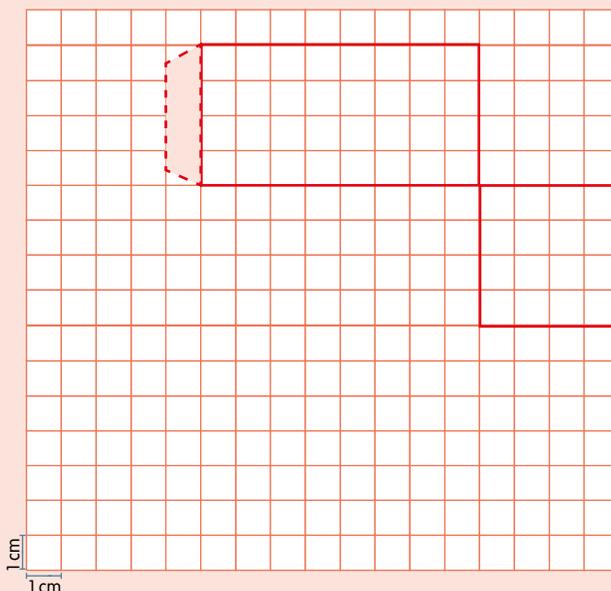
Usa estrategias para construir prismas, usando diversos materiales e instrumentos de dibujo.

Veamos un ejemplo que puede evidenciar el indicador.

Construye una cajita de 8 cm de largo, 4 cm de ancho y 4 cm de altura para guardar tu borrador, tajador y otros, y así no perderlos y mantener ordenado tu espacio de trabajo.

Completa el desarrollo de la cajita en la cuadrícula. Utiliza regla y escuadra.

Copia el desarrollo en una cartulina y construye la cajita.



¿Qué estrategia utilizaré?

Puedo mirar el modelo de otras cajas y copiar su desarrollo y adaptarlo al mío.



## 2.3.4 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

El desarrollo de esta competencia posibilita a las personas ocuparse del diseño de estudios referidos al análisis de datos recogidos y la predicción o toma de decisiones a partir de los resultados obtenidos.

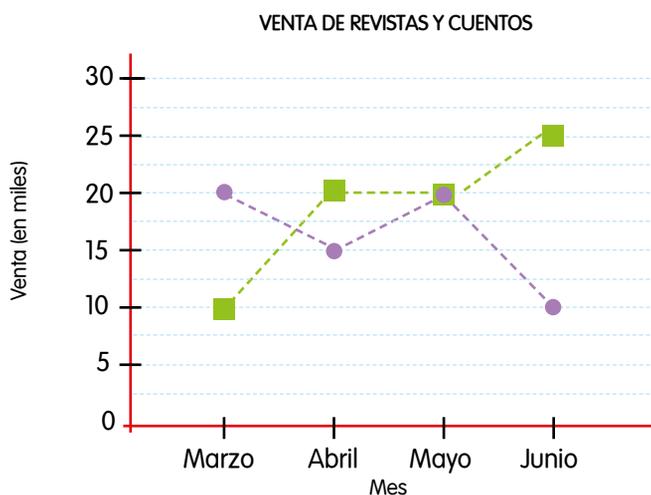
Para desarrollar esta competencia en el V ciclo, los estudiantes se enfrentarán a problemas en los que será necesario plantearse preguntas apropiadas y coherentes con un tema de estudio, las cuales además se presentan con posibles respuestas. Esto es así cuando el estudiante es capaz de restringir el recojo de los datos a la información que se necesita para la resolución del problema.

El contexto para los temas de estudio en este ciclo se amplía por el hecho de que los estudiantes también son capaces de recopilar datos de fuentes indirectas, es decir, no solo mediante las encuestas y cuestionarios, sino también de libros, revistas, diarios y otras fuentes escritas o virtuales.

La elaboración de tablas de frecuencia, tablas de doble entrada, de gráficos de barras, gráficos de puntos, gráficos lineales; implica el reconocimiento de cuáles son las variables cuyos datos has sido recogidos y la relación entre ellas. En este ciclo, comienza a cobrar importancia el tipo de gráfico que se elija para modelar la situación; en ese sentido, se usan los gráficos de líneas para ver tendencias de comportamiento de los datos, los de barra para visualizar la comparación entre los datos y los de puntos para visualizar por ejemplo, si los datos están por encima o debajo de la moda o el promedio.

La lectura de la información que se ha obtenido en los gráficos realizados requiere de la movilización de la capacidad de los estudiantes de **Comunicar y representar**, al describir la información y hacer comparaciones para responder las preguntas del problema planteado. De igual modo, a partir de la lectura de la información los estudiantes pueden hacer supuestos y predicciones.

Asimismo, para el desarrollo de esta competencia en el V ciclo, se presenta a los estudiantes situaciones de incertidumbre y experimentos aleatorios en los que los estudiantes utilizan la probabilidad para cuantificar la ocurrencia de un suceso.



¿Cuál es la tendencia de venta de las revistas?

GRÁFICO LINEAL

## Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (Mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los Mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logrados por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En este sentido son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de las mismas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno, nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

ESTÁNDARES (Mapa de Progreso)		
IV ciclo	V ciclo	VI ciclo
<p>Plantea relaciones entre los datos de situaciones de su entorno escolar, los organiza en tablas, barras simples, pictogramas con escalas o mediante la noción de moda. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre, la frecuencia y moda de un conjunto de datos, la comparación de datos en pictogramas o barras doble agrupadas, sucesos más o menos probables que otros<sup>1</sup>. Elabora y emplea representaciones mediante gráficos de barras dobles o pictogramas<sup>2</sup>, y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o solucionar un problema empleando estrategias o procedimientos para recopilar datos cuantitativos y hallar el dato que más se repite; con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las explica, o justifica usando ejemplos.</p>	<p>Interpreta los datos en diversas situaciones, los organiza en tablas de frecuencia y los expresa mediante, variables cualitativas o cuantitativas discretas; la media aritmética o la probabilidad de un suceso. Determina en que otras situaciones son aplicables. Describe utilizando lenguaje matemático su comprensión sobre las preguntas y posibles respuestas para una encuesta, la información contenida en tablas y gráficos, el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos, los resultados de una situación aleatoria y la probabilidad de un evento. Elabora y emplea diversas representaciones de datos mediante gráficos de líneas o de puntos y la probabilidad como fracción o cociente; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a recopilar datos a través de una encuesta, organizarlos y presentarlos; determinar la media; determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; calcular la probabilidad de un evento como una fracción; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.</p>	<p>Discrimina y organiza datos de diversas situaciones y los expresa mediante modelos que involucren variables cualitativas, cuantitativas discretas y continuas, medidas de tendencia central y la probabilidad. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre datos contenidos en tablas y gráficos estadísticos, la pertinencia de un gráfico a un tipo de variable y las propiedades básicas de probabilidades. Elabora y emplea diversas representaciones usando tablas y gráficos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos para recopilar y organizar datos cuantitativos discretos y continuos; extraer la muestra aleatoria de la población, calcular medidas de tendencia central, la dispersión de datos mediante el rango, determinar por extensión y comprensión sucesos simples y compuestos, y calcular la probabilidad mediante frecuencias relativas; con apoyo de material concreto y recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre los datos o variables contenidas en fuentes de información, observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.</p>

<sup>1</sup> El estudiante indica intuitivamente si un suceso es más probable o menos probable que otro.

<sup>2</sup> Pictogramas con escala.

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea relaciones entre los datos (cuantitativos discretos y cualitativos) en situaciones en contexto escolar, expresándolos en tabla de doble entrada o gráfico de barras simples con escala.</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreta datos y relaciones (hasta dos variables cualitativas o cuantitativas discretas) en diversos problemas estadísticos, y los expresa en tablas de doble entrada, gráficos de barras dobles o gráficos de puntos.</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreta los datos y relaciones no explícitas en diversas situaciones y los expresa en una tabla de doble entrada, diagramas de árbol o gráficos lineales.</li> <li>• Selecciona el modelo gráfico estadístico más adecuado al plantear y resolver situaciones.</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Organiza datos en variables cualitativas en situaciones que expresan cualidades o características y plantea un modelo de gráfico de barras y circulares.</li> <li>• Selecciona el modelo gráfico estadístico al plantear y resolver situaciones que expresan características o cualidades.</li> <li>• Organiza datos en variables cuantitativas en situaciones de frecuencia de eventos de su comunidad y plantea un modelo basado en histogramas de frecuencia relativa.</li> </ul>
<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica todos los posibles resultados de una situación aleatoria y los resultados favorables de un evento, expresando su probabilidad como fracción.</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica todos los posibles resultados de una situación aleatoria y los resultados favorables de un evento, expresando su probabilidad como cociente.</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica todos los posibles resultados de una situación aleatoria y los resultados favorables de un evento, expresando su probabilidad como cociente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordena datos al realizar experimentos simples o de eventos que expresan un modelo que caracterizan la probabilidad de eventos y el espacio muestral.</li> <li>• Plantea y resuelve situaciones referidas a eventos aleatorios a partir de conocer un modelo referido a la probabilidad.</li> </ul>

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza preguntas relevantes para recoger datos relacionados con el tema de estudio y aporta con sugerencias a las preguntas formuladas por sus compañeros.</li> <li>Describe información contenida en cuadros de doble entrada, pictogramas, gráficos de barras dobles agrupadas.</li> <li>Organiza los datos en tablas y los representa en gráficos de barras.</li> </ul> <p><b>Medidas de tendencia central:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa el significado de la moda de un conjunto de datos.</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza preguntas relevantes para un tema de estudio y sus posibles opciones de respuesta a través de encuestas.</li> <li>Describe información no explícita contenida en tablas, gráficos de barras dobles, gráficos de puntas, aportando a las expresiones de los demás</li> <li>Organiza los datos en tablas y los representa en gráfico de barras dobles o gráfico de puntas.</li> </ul> <p><b>Medidas de tendencia central:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe el comportamiento de un grupo de datos, usando como referencia la moda del conjunto de datos.</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza preguntas relevantes para un tema de estudio y sus posibles opciones de respuesta a través de encuestas.</li> <li>Determina la tendencia de un conjunto de datos a partir de su gráfico</li> <li>Representa de diferentes formas un conjunto de datos, empleando gráficos estadísticos.</li> </ul> <p><b>Medidas de tendencia central:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa lo que comprende sobre el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos con ejemplos y apoyo gráfico.</li> <li>Describe el comportamiento de un grupo de datos, usando como referencia la media aritmética y la moda del conjunto de datos.</li> </ul>	<p>Sugieren preguntas para el cuestionario de una encuesta presentada acorde al propósito planteado.</p> <p>Expresa información presentada en cuadros, tablas y gráficos estadísticos para datos no agrupados aportando a las expresiones de los demás.</p> <p>Emplea diferentes gráficos estadísticos para mostrar datos no agrupados y agrupados de variables estadísticas y sus relaciones.</p> <p>Expresa información y el propósito de cada una de las medidas de tendencia central para datos no agrupados y agrupados aportando a las expresiones de los demás.</p>
<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la ocurrencia de acontecimientos cotidianos usando las expresiones: seguro, posible e imposible.</li> <li>Registra los datos en tablas a partir de experimentos aleatorios con dados o monedas.</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza expresiones como "más probable", "menos probable" para comparar la ocurrencia de dos sucesos provenientes de la misma situación aleatoria.</li> <li>Registra los datos en diagrama de árbol partir de experimentos aleatorios.</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa lo que comprende sobre la probabilidad de un evento o suceso con apoyo de ejemplos y usando lenguaje matemático.</li> <li>Registra en una tabla o diagrama de árbol, los resultados de un experimento aleatorio.</li> </ul>	<p>Expresa conceptos y relaciones entre experimento determinístico y aleatorio, espacio muestral y sucesos, probabilidad, usando terminologías y notaciones aportando a las expresiones de los demás.</p> <p>Representa con diagrama del árbol una serie de sucesos y halla el espacio muestral de un experimento aleatorio para expresarlo por extensión o por comprensión.</p>

Cuarto grado	Quinto grado	Sexto grado	Primer grado de secundaria
<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Propone ideas para recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos en situaciones de su entorno familiar y escolar.</li> <li>Emplea procedimientos de recolección de datos a partir de preguntas orales y escritas, encuestas, registro de hechos, etc.</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea una secuencia ordenada de acciones que demandan recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos.</li> <li>Emplea procedimientos de recolección de datos como fuentes de información indirectas (recortes de periódico, encartes de supermercado, revistas, lecturas, etc.)</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea una secuencia ordenada de acciones que demandan recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos.</li> <li>Emplea procedimientos de recolección de datos como fuentes de información indirectas (recortes de periódico, encartes de supermercado, revistas, lecturas, etc.)</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Recolecta datos cuantitativos discretos y continuos o cualitativos ordinales y nominales de su aula por medio de la experimentación o interrogación o encuestas.</li> <li>Organiza datos en gráficos de barras y circulares.</li> </ul>
<p><b>Medidas de tendencia central:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ordena los datos de mayor a menor frecuencia para hallar la moda.</li> </ul>	<p><b>Medidas de tendencia central:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Calcula la moda de un grupo de datos ordenando los datos en tablas de frecuencia o gráficos de barra</li> </ul>	<p><b>Medidas de tendencia central:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Determina la media de un grupo de datos usando operaciones de igualación de valores o el algoritmo de la media.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos.</li> </ul>
<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea material concreto y la vivenciación para reconocer sucesos o fenómenos que son seguros, posibles o imposibles.</li> <li>Registra en una tabla la frecuencia de ocurrencia de eventos o fenómenos.</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Registra en una tabla la frecuencia de ocurrencia de los eventos o fenómenos.</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Calcula la probabilidad de un evento por medio de la regla de Laplace. (cociente entre caso favorables y el total de casos)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina por extensión y comprensión el espacio muestral.</li> <li>Reconoce sucesos simples relacionados a una situación aleatoria.</li> <li>Calcula la probabilidad por la regla de Laplace.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa sus conclusiones respecto a la información obtenida.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Toma decisiones o elabora recomendaciones sobre el tema en estudio y las justifica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica los procedimientos del trabajo estadístico realizado y la determinación de la decisión(es) para datos no agrupados.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus predicciones sobre la tendencia del comportamiento de los datos, a partir del gráfico lineal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus predicciones sobre la tendencia del comportamiento de los datos, a partir del gráfico lineal.</li> <li>Expresa sus conclusiones respecto a la información obtenida.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Argumenta procedimientos para hallar la media, mediana y moda de datos no agrupados, la medida más representativa de un conjunto de datos y su importancia en la toma de decisiones.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Explica con ejemplos basándose en experiencias concretas si un suceso es seguro, posible o imposible</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora supuestos sobre la ocurrencia de sucesos con lo más probable y menos probable, basadas en experiencias concretas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora conjeturas sobre el resultado de un experimento aleatorio, basándose en experiencias concretas</li> <li>Compara probabilidades de distintos eventos, sin calcularlas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas acerca del resultado de un experimento aleatorio basado en sucesos simples o compuestos.</li> </ul>

## Descripción y ejemplos de algunos indicadores

### Capacidad: **Matematiza situaciones**

#### Indicador de quinto grado

Interpreta datos y relaciones (hasta dos variables cualitativas o cuantitativas discretas) en diversos problemas estadísticos, y los expresa en tablas de doble entrada, gráficos de barras dobles o gráficos de puntos.

#### Descripción del indicador

Interpretar datos en primer lugar implica tener claro el tema de estudio y cómo los datos recogidos se relacionan con este tema. Asimismo, se debe tener en cuenta qué tipo de datos son los que se han recogido (cualitativos o cuantitativos).

Algunas definiciones que se debe conocer son las siguientes:

**Frecuencia:** es la cantidad de veces que se repite un dato. Por ejemplo: 5 niños dijeron que les gusta los gatos.

**Variables cualitativas:** Expresan categorías, cualidades, características o modalidad que nos permite hacer agrupamientos. Por ejemplo: deporte favorito, color, fruta o mascota que más les gusta, número de orden en una premiación (primero, segundo, tercero...), etc.

Por ejemplo variable mascota  
Pueden tomar distintos valores:  
- perro.  
- gato.  
- loro, etc.

**Variables cuantitativas discretas:** Expresan cantidades que se puedan contar. Por ejemplo: el número de hermanos, el número de años, la cantidad de ventas diarias, cantidad de personas, etc.

Asimismo, en un problema se pueden recoger datos correspondientes a dos variables cualitativas o cuantitativas. Por ejemplo: día preferido para el deporte (cualitativa) y sexo (cualitativa), número de años (cuantitativa) y sexo (cualitativa), o edad (cuantitativa) y número de hermanos (cuantitativa).

Los datos lo constituyen los valores de la variable.



Variable cualitativa deporte	Variable cualitativa sexo	Variable cuantitativa edad	Variable cualitativa sexo
- Vóley	- Masculino	8	- Masculino
- Atletismo	- Femenino	9	- Femenino
- Ciclismo		10	- Masculino

Expresar en tablas de doble entrada, gráficos de barras dobles o gráficos de puntos implica tener en cuenta cuáles son las variables, sus relaciones y sus frecuencias.

#### Ejemplo de indicador precisado:

Identifica datos cuantitativos en problemas estadísticos en contexto escolar, expresándolos en tablas de doble entrada.

El siguiente ejemplo promueve el desarrollo de la capacidad:

Se aplicó una encuesta a todos los alumnos del 5.º grado para saber sobre las preferencias de los niños por los deportes más comunes. Esta información se tomará en cuenta para abrir talleres en el colegio.

Los niños y niñas tenemos distintos gustos y preferencias. A algunos nos gusta hacer deportes, a otros ver películas; por ejemplo, a mí me gusta salir a montar bicicleta.  
 En el colegio a algunos chicos le gusta la Matemática pero a otros les gusta Comunicación...  
 Lo bueno es que son muchas las actividades que podemos hacer de acuerdo con nuestros intereses; lo importante es respetar nuestras diferencias, aceptándonos como somos.



Para matematizar hay que reconocer lo siguiente:

- Las variables o las categorías sobre las cuales hay que recolectar los datos.
- La población a quién se aplicará la encuesta.
- El objetivo de la recolección de datos.
- ¿Cuáles son los posibles valores de la variable?
- ¿Qué tipo de organizador usará para ordenar la información?
- ¿Es conveniente separar la información en niños y niñas?

Así se podría registrar los tipos de datos sobre los cuales hay que investigar:

Variable deporte	Variable sexo
<u>Ciclismo</u>	<u>Masculino</u>
<u>Básquet</u>	<u>Femenino</u>
<u>Atletismo</u>	<u>                    </u>

Conociendo la información podríamos organizar los datos en una tabla de doble entrada.

Deportes practicado por los niños	Recuento de datos	Deportes practicado por las niñas	Recuento de datos
Ciclismo		Vóley	
Básquet		Natación	
Atletismo		Atletismo	

### Indicador de sexto grado

Selecciona el modelo gráfico-estadístico más adecuado al plantear y resolver problemas.

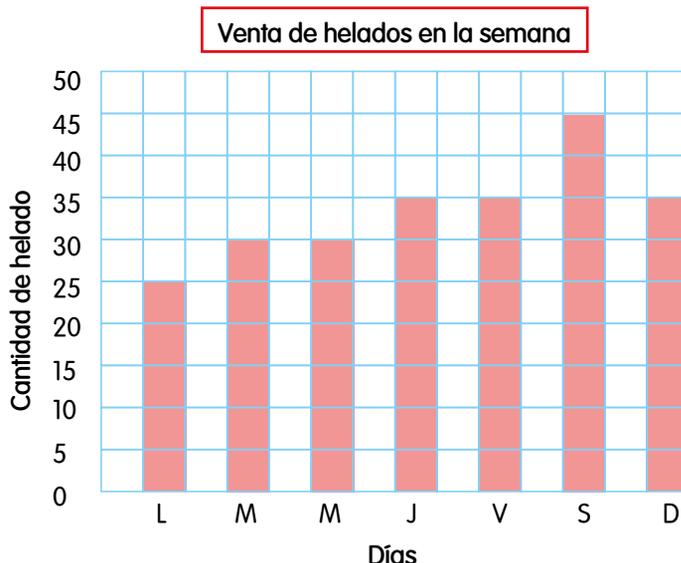
#### Descripción del indicador

El desempeño descrito en este indicador implica que los estudiantes deben, en primer lugar, saber qué información se necesita obtener de los gráficos, para responder a las preguntas o interrogantes del problema. Por ejemplo, si la información que se necesita está relacionada con comparar las frecuencias de los datos, entonces puede usar un gráfico de barras; si los datos están organizados en cuadros de doble entrada, las barras pueden ser dobles o triples; si lo que se quiere es comparar cómo han cambiado los datos a lo largo de un período de tiempo es conveniente usar los gráficos lineales, etc.

Una heladería desea saber cuántos helados vende diariamente para hacer un presupuesto de inversión para los próximos meses. Además, quiere saber qué día de la semana es el que vende más. Para ello, todos los días anota la cantidad de helados en una lista. ¿Qué día vende más helados? ¿Cuántos helados vende al día?

Presentamos un ejemplo:

Para resolver el problema el estudiante reconoce que necesita comparar los datos para saber qué días vende más helados. Para ello, puede utilizar un gráfico de barras ya que en él se visualizan mejor las diferencias entre la cantidad (frecuencia) de helados por día. Pero, además, también necesita ver el promedio de la semana y en el gráfico de barras es posible ver la menor y la mayor cantidad de helados vendidos y se puede intuir que el promedio estará entre estas dos cantidades (frecuencias). Con un cálculo posterior puede determinarse el promedio y con el gráfico se sabrá que días vende más que el promedio y qué días menos.



En este gráfico puedo ver que el promedio debe estar entre 25 y 45 helados por día.



## Capacidad: Comunica y representa ideas matemáticas

### Indicador de sexto grado

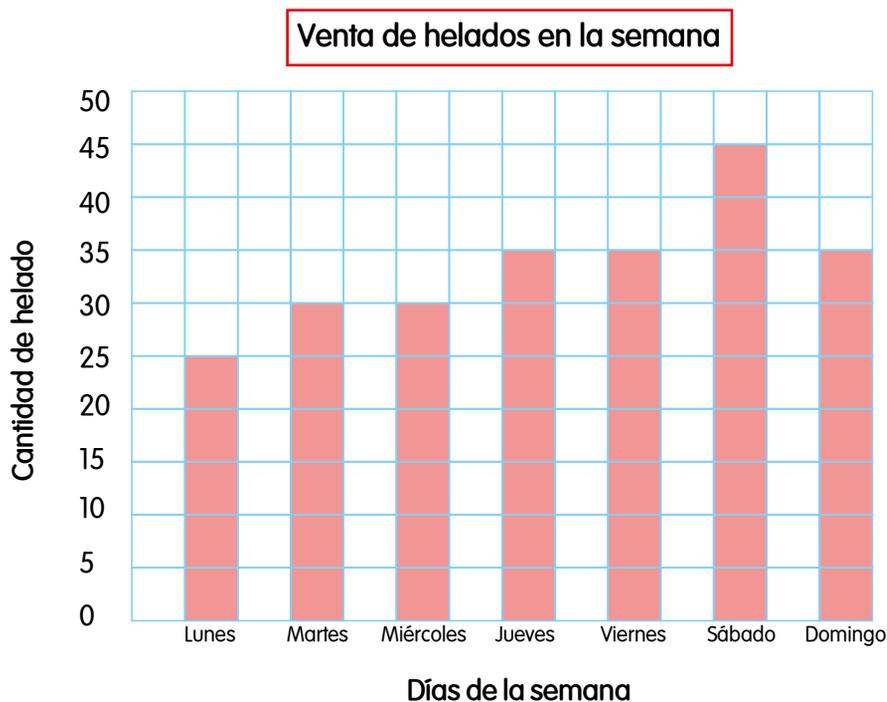
Determina la tendencia de un conjunto de datos a partir de su gráfico.

#### Descripción del indicador

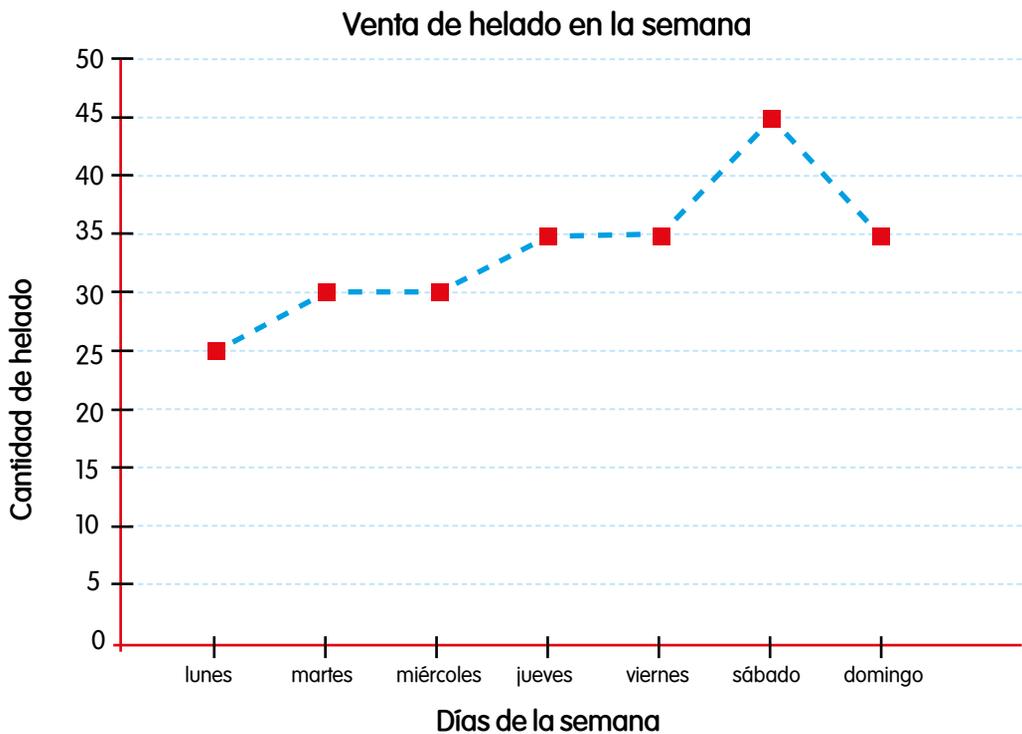
Al analizar la información que brindan los gráficos, los estudiantes son capaces de expresar cómo se comportan los datos en un periodo de tiempo. Para ello, deben tener en cuenta aumentos o bajas en las cantidades (frecuencias), en qué tiempos se dan estas bajas o aumentos, si estas bajas o aumentos se mantienen constantes o se intercalan, etc.

Veamos cómo en el ejemplo anterior es posible determinar la tendencia de los datos. Algunas preguntas que el docente puede realizar para mediar el desempeño de los estudiantes son:

- ¿Qué pasa con la cantidad de helados vendidos al inicio de la semana?
- ¿Qué pasa el fin de semana?
- ¿Por qué crees que el fin de semana se vende más?
- ¿Crees que este comportamiento se repita en todas la semanas?
- ¿Puedes decir cómo es el comportamiento de los datos?



Esta información también puede ser presentada en un gráfico lineal.



## Capacidad: **Elabora y usa estrategias**

### Indicador de sexto grado

Determina la media de un grupo de datos usando operaciones de igualación de valores o el algoritmo de la media.

### Descripción del indicador

El estudiante puede utilizar ambos procedimientos para el cálculo de la media aritmética de un conjunto de datos.

Veamos un ejemplo:

Urpi quiere calcular su promedio de tiempo de las últimas carreras de entrenamiento que realizó. Ella participará en un campeonato de atletismo de 100 metros planos. Ayúdala a calcular su promedio.

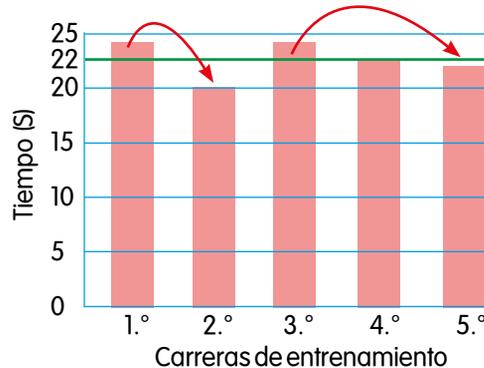


Tiempo registrado en los entrenamientos					
	1.º carrera	2.º carrera	3.º carrera	4.º carrera	5.º carrera
Tiempo (segundos)	24	20	23	22	21

- Usando operaciones de igualación de valores:



Mi promedio es alrededor de 22 segundos.  
Resto y sumo para igualar mis tiempos.



- Usando el algoritmo de la media aritmética:



Primero, sumo todos mis tiempos. Después, divido el resultado entre la cantidad de entrenamientos.

$$\text{Media} = \frac{24 + 20 + 23 + 22 + 21}{5} = 22$$

## Capacidad: Razona y argumenta generando ideas matemáticas.

### Indicador de quinto grado

Elabora supuestos sobre la ocurrencia de sucesos con lo más probable y menos probable, basadas en experiencias concretas.

### Descripción del indicador

Observar este indicador implica que el estudiante debe suponer de manera intuitiva; es decir, dar por adelantado un resultado ante un hecho o fenómeno, de manera vivencial o usando material concreto, de tal forma expresa que existen sucesos en los cuales podemos asegurar que van o no a ocurrir, mientras que en otros podemos decir que tienen más o menos probabilidad de suceder. Por ello, se debe buscar situaciones donde el estudiante pueda decir:

- Es probable que ocurra.
- Es seguro que ocurra.
- Es menos probable que ocurra.
- Es imposible que ocurra.
- Es más probable que ocurra.

Puedo jugar a las cartas y preguntar: ¿Es posible que se pueda sacar un rey de corazones?



En quinto grado aún no cuantifican la probabilidad mediante la definición clásica como razón entre casos favorables y casos posibles.

Veamos un ejemplo:

Hilmer, Marisol y Carolina juegan con cubos de colores. Ellos han acordado que si logran adivinar el color que tendrá la cara superior después de lanzar el cubo, ganarán un premio.

Mi cubo tiene  
5 caras rojas y  
1 cara azul.



Marisol

Mi cubo tiene  
las 4 caras  
amarillas y 2  
caras rojas.



Carolina

El mío tiene 2  
caras verdes y  
4 caras rojas.



Hilmer

Los estudiantes al vivenciar la situación con sus cubos de colores, pueden registrar lo que pasa al lanzar cada dado y luego de muchas jugadas (alrededor de 20), poder predecir por qué es más probable que salga un color u otro.

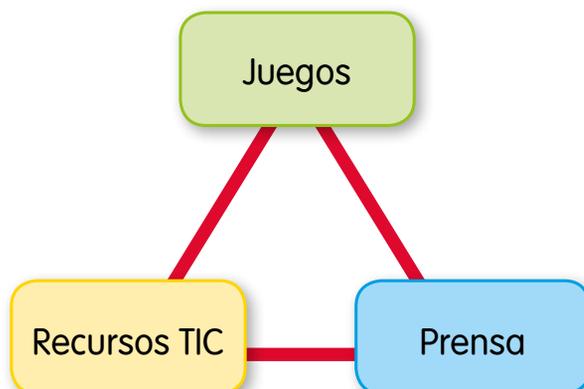
Luego de la experimentación podrán también expresar situaciones imposibles que sucedan o que sean menos probables de ocurrir.

# 3. Orientaciones didácticas

## 3.1 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

### 3.1.1 Recursos para plantear y resolver problemas

En este apartado vamos a presentar una selección de recursos para que sirvan como medio para plantear y resolver problemas relacionados con las cantidades y los números. No es una clasificación estricta, sino una lluvia de ideas y un abanico de posibilidades para que los docentes tengan caminos por donde investigar y desarrollar el trabajo cotidiano.



En todos los casos los estudiantes comunican y representan las ideas matemáticas sobre lo que comprenden sobre el número, las fracciones y los decimales, empleando lenguaje matemático apropiado; elaboran y usan estrategias al resolver los problemas u operaciones usando diferentes procedimientos o algoritmos y razonan y argumentan el porqué de sus resultados.

## 1. Juegos

El juego tiene mucho atractivo para los niños y lo convierte en uno de los mayores motores de motivación en la integración de los alumnos para la marcha de la clase. Escoger un buen juego es como escoger un buen problema, pues debe ser el punto de partida para que los niños y niñas actúen y piensen matemáticamente al aplicar o construir conceptos matemáticos.

Incluimos algunos juegos como: el bingo, rompecabezas, cartas y los juegos numéricos como "Atraviesa el pandal" o la "Estrella numérica".

### Bingo

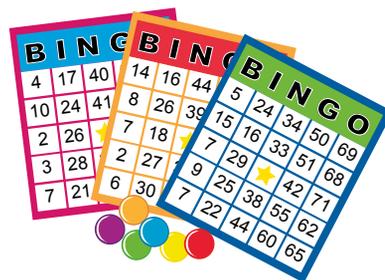
#### Descripción

Es un juego para toda la clase. Se pueden utilizar los cartones de bingo normales o contruidos por los alumnos y los padres de familia. Las bolas del bingo serían tarjetas con operaciones o problemas, cuyos resultados son los distintos números que aparecen en las tarjetas.

Un estudiante elige una tarjeta del montón colocado boca abajo en la mesa; se plantea una operación o un problema y los estudiantes hacen los cálculos y tachan o colocan una ficha en la tarjeta del bingo, hasta conseguir BINGO (cartón lleno o solo una fila).

#### Variantes del bingo

- Bingo de fracciones equivalentes.
- Bingo de equivalencia entre fracciones, decimales o porcentajes.



### Rompecabezas

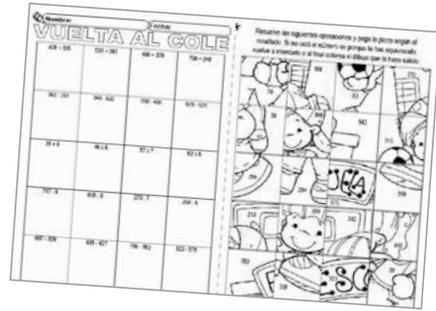
#### Descripción

Es un juego individual o para grupos pequeños. Consiste en construir varias cuadrículas. Se resuelve el rompecabezas uniendo las piezas por los lados donde aparezca la operación y el resultado correspondiente a las dos operaciones serán equivalentes.

A los estudiantes se les entrega una copia del rompecabezas desordenado, para que ellos lo recorten y peguen correctamente en su cuaderno. Ejemplos de estos rompecabezas lo podemos encontrar en los libros de Antonieta de Ferro o en la página web <http://www.actiludis.com/?p=19294>.

### Variantes del rompecabezas

- Rompecabezas de operaciones combinadas, de operaciones con fracciones, de potencia cuadrada y cúbica, de porcentajes usuales, etc.



## Atraviesa el panel

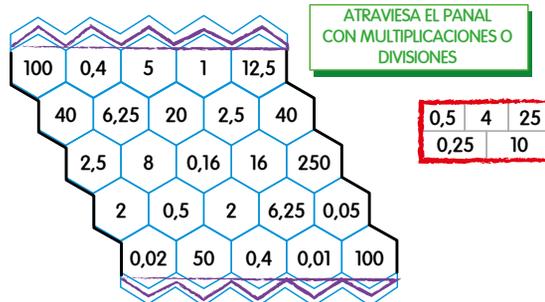
### Descripción

Es un juego por parejas.

Se desarrolla sobre un tablero de forma de panel, con fichas o tapas de dos colores distintos para cada jugador. Cada uno, por turno elige dos números del rectángulo, realiza la operación y, si encuentra el resultado sobre el tablero, coloca una de sus fichas. Gana el jugador que consiga unir mediante una línea (recta o quebrada), dos bordes opuestos del panel.

### Variantes del panel

- Operaciones combinadas.
- Potencias cuadradas y cúbicas.
- Operaciones equivalentes.



## Barajas de múltiplos y divisores

### Descripción

Es un juego formado por 51 barajas o naipes; de los cuales 48, tienen numeradas los números desde el 1 hasta el 48 y 3 comodines, para el valor que le asigne el jugador en cada jugada. Las reglas del juego son:

- Un jugador por turno, reparte cuatro cartas a cada jugador y descubre una boca arriba: será la llamada "carta muestra". El resto de las cartas lo coloca boca abajo en la mesa.
- Comienza el juego el jugador situado a la derecha del que reparte las cartas. Y comienza diciendo, por ejemplo: "divisores de... [aquí menciona el número que corresponde a la carta muestra]". Puede colocar una sola carta a la derecha o a la izquierda de la carta muestra, siempre que tenga algún divisor en común con ella (divisor que tiene que explicitar al colocarla); asimismo, puede colocar la carta hacia arriba o hacia abajo de la carta muestra si, respectivamente, es múltiplo o divisor de esta.
- Si no tiene ninguna carta que satisfaga las condiciones del punto anterior, roba una del montón y la coloca si puede. Si no, pasa el turno al jugador de su derecha.

- El jugador siguiente procede de la misma manera, pero puede hacerlo con cualquiera de las dos cartas que haya en los extremos horizontales de la cadena que se vaya formando.
- El ganador del juego es el primer jugador que coloca todas sus cartas o el que menos cartas tenga en su poder cuando ya nadie pueda colocar cartas.
- Si la carta “muestra” que aparece es un número primo, las dificultades de colocar cartas son mayores. En ese caso, además de las posibilidades descritas, se pueden colocar debajo de la carta muestra, y tapadas por ella, cartas que representen a otros números primos. (Esta regla puede no explicitarse, y únicamente ponerse en circulación cuando un grupo de jugadores –que puede ser toda la clase– comente que hay algunos números que hacen más difícil el juego, y se llegue a caracterizar que esos son los números primos).

## 2. Prensa

La prensa escrita y la televisiva invaden los hogares peruanos diariamente. Los niños tienen que acercarse a ella de manera crítica hacia los diferentes tipos de medios y evaluar la influencia en su formación.

A continuación algunas actividades:

### Búsqueda de números:

- Se pide a los estudiantes que busquen números naturales mayores que cinco cifras e indiquen su significado: si son números que expresan una medida de longitud, peso, dinero, etc. o si son números para contar o codificar.
- Se les pide buscar números decimales y las situaciones o contextos en los que son utilizados.
- Se les pide representar de diversa forma usando material concreto, gráfico, según su valor posicional y empleando descomposiciones aditivas y multiplicativas ( $1\ 245 = 1\ 000 + 200 + 40 + 5 = 1 \times 1\ 000 + 2 \times 100 + 4 \times 10 + 5$ ).
- Los estudiantes pueden redondear, ordenar y comparar los números.
- Se plantean y resuelven problemas aditivos o multiplicativos con números naturales, decimales o fracciones a partir de la situación encontrada.

### Comparar medidas:

- Se buscan objetos que pesen más que el niño, o se comparan los pesos entre los diversos objetos.
- Se buscan objetos que midan más o menos que el niño.
- Se pide que clasifiquen los objetos y formen subconjuntos con ellos.

## Problemas con el tiempo

- Revisar anuncios de viajes y plantear preguntas y problemas a partir de la duración y costo del viaje.
- Revisar los horarios de la programación televisiva o de cine, estimar los tiempos que pasan viendo televisión.
- Establecer horarios para ver televisión, ir al cine, practicar deportes, realizar una actividad cultural.
- Ordenar las temperaturas en diferentes ciudades del Perú y del mundo, desde el lugar más frío al de más calor.

LOS MEJORES DESTINOS PARA EL 2015

 <p><b>Máncora</b> 3 días / 2 noches → ▲ ★★ ★★</p> <p>Desde <b>USD 139</b> <b>S/. 431</b></p>	 <p><b>Disney</b> 4 días / 3 noches ☑ ★★ ★★</p> <p>Desde <b>USD 454</b> <b>S/. 1,408</b></p>	 <p><b>San Andrés</b> 4 días / 3 noches → ☑ ★★ ★★</p> <p>Desde <b>USD 669</b> <b>S/. 2,074</b></p>
--	---	--

## 3. Recursos TIC

Las herramientas relacionadas con la tecnología ofrecen hoy en día una amplia y variada gama, donde el docente podrá crear experiencias de aprendizaje enriquecidos para que los estudiantes la perciban como una ciencia experimental y exploratoria.

### La calculadora para plantear y resolver problemas

- Se malogró la tecla 5: ¿puedes multiplicar  $45 \times 8$ , sin usar la tecla 5?
- Se malogró la tecla 2: ¿puedes sumar estos decimales  $0.25 + 1.75$  sin usar esta tecla?
- ¿Qué procedimientos puedes emplear para hallar el cociente y el residuo de  $152 \div 5$ ? ¿Qué conocimientos se ponen en juego?

### Recursos digitales

En la página web de la Junta de Andalucía y el Gobierno de Canarias encontrarás recursos donde los niños podrán experimentar con los conceptos matemáticos.

[http://agrega.juntadeandalucia.es/visualizar/es/es-an\\_2010032613\\_9081245/null](http://agrega.juntadeandalucia.es/visualizar/es/es-an_2010032613_9081245/null)

<http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/fracciones/html/recuerda.html>

En la Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales de la Universidad de Utah (NLVM) encontrarás interesantes softwares donde los niños podrán experimentar con material concreto e instrumentos, las operaciones matemáticas y además de manipuladores como el geoplano, mosaicos y balanzas para desarrollar otras competencias matemáticas.



<http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>

### 3.1.2 Investigamos números en la prensa escrita

#### Descripción

Esta actividad consiste en explorar en los diferentes medios escritos los diferentes usos de los números que aparecen en los avisos publicitarios, en las noticias, etc. Por lo que constituye un buen recurso para relacionar las cantidades y los números en contextos reales y reflexionar sobre su utilidad e importancia en nuestra vida. Los diferentes números que aparecen en los afiches (naturales, fracciones o decimales), constituyen un punto de partida para desarrollar comprensivamente los números.

#### Relación con las capacidades e indicadores

El propósito de esta actividad está relacionado con que los estudiantes comuniquen y representen al expresar de forma oral o escrita el uso de los números decimales en contextos de la vida diaria, como medida, además de representar en forma concreta, gráfica y simbólica los decimales hasta el centésimo; también razonan y argumentan al conjeturar sobre las diferentes formas de representar un número decimal.

#### Aplicación de la estrategia

Plantaremos esta situación a los estudiantes a partir de un afiche publicitario donde se observen números decimales.



<http://prensa-oficial-estado.deperu.com/2012/12/manana-se-realiza-la-5-caminata.html>

EsSalud promueve campañas para una vida saludable, por ello convoca a la comunidad a fin de realizar una caminata familiar, en ella pueden participar los abuelos, padres e hijos.

Pedro está leyendo el afiche que muestra el recorrido de la caminata y no entiende qué quiere decir 8.5 k. Ayúdale a entender esta información.

### Paso 1: Identificar los usos de los números

Realiza preguntas para interpretar la información que hay en el afiche:

- ¿ De qué se trata?
- ¿Quién lo promueve?
- ¿Qué datos hay? Reconoce los símbolos y sus significados.
- Registra los datos en una tabla, describe los usos de los números.

En este caso se encontró los números para expresar la medida del tiempo y longitud y el número como ordinal.

- 2012: señala el año en que se realiza la caminata.
- 5.º es un número ordinal que indica que es la quinta vez que se realiza el evento y al parecer es cada año, lo que les puede llevar a inferir: ¿en qué año se realizó la primera caminata?, ¿Cuántos años tenían ustedes?
- 8.5 k: señala la distancia que se recorrerá en la caminata. En las noticias siempre van a aparecer errores como éste. El símbolo correcto de kilómetro es km. La distancia que habría que caminar es 8 kilómetros y medio.
- 10:00 a. m. señala que la hora de inicio de la caminata es a las diez de la mañana.

Registra en la siguiente tabla la información encontrada, por ejemplo:

Número encontrado	El número se usa como:	Descripción:
5.º	Ordinal	Indica que es la quinta vez que se realiza un evento de este tipo.
8.5 k	Medida de longitud	Indica la distancia total de la caminata. Su escritura correcta es 8, 5 km.

**Uso de los números**

El número según Fuson, citado en Chamorro (2006) distingue siete contextos:

Tres contextos

matemáticos: cardinal, ordinal y medida.

Dos contextos social y utilitario: secuencia y conteo.

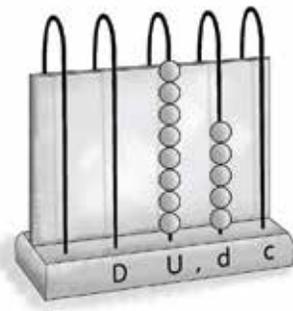
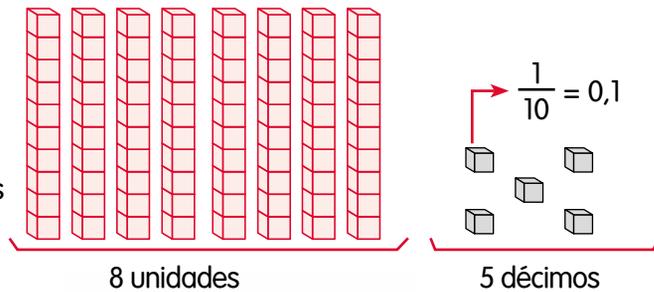
Contexto simbólico (números mágicos, cálculos).

Contexto no numérico (etiquetas, DNI).

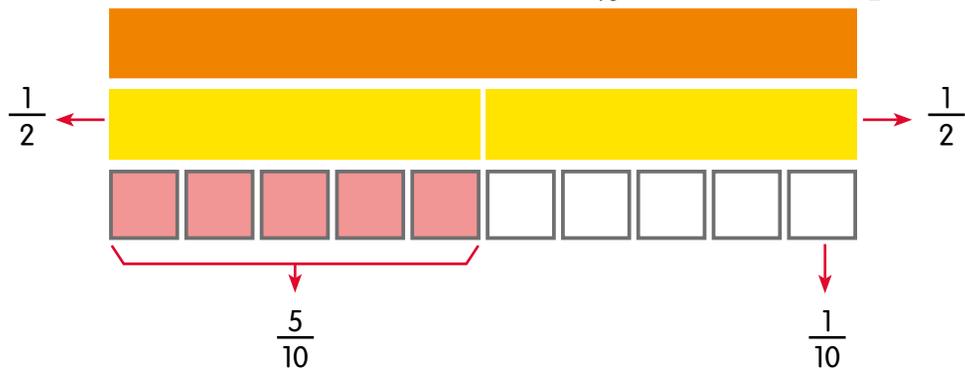
**Paso 2: Representamos el número decimal de diversas formas**

- Representamos 8,5 con material concreto (Base Diez, el ábaco y las regletas)

Con el material Base Diez, la representación de 8 unidades 5 décimos quedaría así:



- Con las regletas, podemos observar que  $\frac{5}{10}$  es equivalente a  $\frac{1}{2}$ .



- Representamos en forma gráfica (recta numérica).



- Representamos en forma simbólica (tablero de valor posicional, fracción decimal y expresión decimal).

D Decenas	U Unidades	,	d décimos
	8	,	5

De los gráficos anteriores se desprende la presentación simbólica de 8,5. Usando fracciones decimales y descomposiciones aditivas se podría representar de esta manera.

En fracción decimal	En expresión decimal
$8,5 = 8 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$	$8,5 = 8 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1$
$8,5 = 8 + \frac{5}{10}$	$= 8 + 0,5$
$8,5 = 8 + \frac{1}{2}$	$= 8,5$

- Observa que en el afiche se escribe el número decimal con punto, esta es una notación válida para escribir una expresión decimal. También en las calculadoras se hace uso del punto.
- ¿Cuál es el significado de 8,5 km? La distancia a recorrer se representa así:  $8 \text{ km} + \frac{1}{2} \text{ km}$ , se lee 8 kilómetros y medio.
- Solicita a los estudiantes que formulen números decimales y realicen sus variadas representaciones.
- Pide a los estudiantes que expresen el significado sobre lo que comprenden de los números decimales.
- ¿Los centésimos y los milésimos se representarían de la misma forma con el material Base Diez? Solicita que elaboren afirmaciones respecto a ello y que luego comprueben sus afirmaciones con material concreto.

### Paso 3: Realizando conversiones de kilómetros a metros

- Observa la relación entre las distancias de una fila a otra y completa los espacios en blanco.

Distancia (km)	Distancia (m)
1	1 000
2	2 000
5	
8	

Tabla 1

Distancia (km)	Distancia (m)
1	1 000
$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{8}$	

Tabla 2

Distancia (km)	Distancia (m)
$1\frac{1}{2}$	1 500
$2\frac{1}{2}$	
$6\frac{1}{2}$	
$8\frac{1}{2}$	

Tabla 3

- En las tablas se observa las relaciones que se establecen entre unidades de una misma magnitud. Así en la tabla 1 las dos primeras medidas se relacionan con la segunda a través del doble; de otro lado si multiplico por 5 a un kilómetro y por 5 a 1 000 metros, obtendré 5 000 metros. En la tabla 2, para obtener los valores desconocidos relacionados con la distancia en metros, se establece una relación de mitad, cuarta, octava o dividir entre 2, 4 y 8.

### 3.1.3 Estrategias para la resolución de problemas

Autores como Polya, Burton, Mason, Stacey y Shoenfield sugieren pautas para la resolución de problemas. Los siguientes pasos (García, 1992) se basa en los modelos de los autores.

#### Pasos de la estrategia

##### 1. Comprender el problema

- Lee el problema despacio.
- ¿De qué trata el problema?
- ¿Cómo lo dirías con tus propias palabras?
- ¿Cuáles son los datos? ¡Lo que conoces! ¿Cuál es la incógnita? ¡Lo que buscas!
- ¿Cuáles son las palabras que no conoces en el problema?
- ¿Encuentras relación entre los datos y la incógnita?
- Si puedes haz un esquema o dibujo de la situación.

## 2. Concebir un plan o diseñar una estrategia

- ¿Este problema es parecido a otro que ya conoces?
- ¿Podrías plantear el problema de otra forma?
- Imagínate un problema parecido pero más sencillo.
- Supón que el problema ya está resuelto ¿Cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ¿Utilizas todos los datos cuando haces el plan?

## 3. Llevar a cabo el plan o ejecutar la estrategia

- Al ejecutar el plan, compruebas cada uno de los pasos.
- ¿Puedes ver claramente que cada paso es el correcto?
- Antes de hacer algo, piensa: ¿qué consigo con esto?
- Acompaña cada operación matemática de una explicación contando lo que haces y para que lo haces.
- Cuando tropieces con una dificultad que te deja bloqueado, vuelve al principio, reordena las ideas y prueba de nuevo.

## 4. Reflexionar sobre el proceso seguido

- Lee de nuevo el enunciado y comprueba que lo que te pedían es lo que has averiguado
- Fíjate en la solución ¿te parece que lógicamente es posible?
- ¿Puedes comprobar la solución?
- ¿Puedes hallar alguna otra solución?
- Acompaña la solución con una explicación que indique claramente lo que has hallado.
- Utiliza el resultado obtenido y el proceso que has seguido para formular y plantear nuevos problemas.

## Orientaciones para el planteamiento de problemas

El verdadero problema es aquel que pone a los estudiantes en una situación nueva, ante la cual no disponen de procedimientos inmediatos para su resolución. Por ende, un problema se define en cuanto a su relación con el sujeto que lo enfrenta y no en cuanto a sus propiedades intrínsecas; es un reactivo que involucra a los estudiantes en una actividad orientada a la abstracción, la modelación, la formulación, la discusión, etc. (Isoda y Olfos, 2009).

Un buen problema para la clase es aquel accesible a la mayor parte de los estudiantes y cuya resolución admite varios métodos o caminos, tanto intuitivos como formales. Si bien el proceso de exploración es lento, lleva a una comprensión más profunda (Isoda y Olfos, 2009).

## ¿Cómo diferenciar un problema de un ejercicio?

Veamos el siguiente cuadro:

	Ejercicio	Problema
Según las acciones	La actividad es simple y reproductiva. Aplican un algoritmo, una fórmula, conocimientos ya adquiridos.	Requiere un tiempo de la comprensión de la situación. Diseñar estrategias y desarrollarlas. Evaluar sus resultados y consecuencias.
Cantidad y calidad	Resolver una gran cantidad de ejercicios no garantiza ser un buen resolutor de problemas.	Los buenos resolutores invierten tiempo en dos procesos: la comprensión y la metacognición o evaluación de sus resultados.
Desarrollo de capacidades	Replican conocimientos aprendidos.	Los desafía y los motiva a investigar, experimentar, hallar regularidades y desarrollar estrategias de resolución.
Desarrollo de cualidades personales	Reproducir conocimientos, procedimientos, técnicas y métodos genera con el tiempo pasividad en los estudiantes.	Despierta una alta motivación y participación por querer resolver el problema. Movilizan experiencias previas y conocimientos adquiridos. Hacen supuestos, experimentan, trazan planes y, por último, sienten la satisfacción de haber solucionado el problema.

## Aplicación de la estrategia

La casa de David no tiene agua potable. Ellos compran y almacenan cilindros con agua. David llenó  $\frac{2}{8}$  del cilindro, y su hijo Carlos los  $\frac{3}{8}$ .

¿Qué parte del cilindro falta llenar?



### Descripción

A partir de este problema aditivo, se aplicará los cuatros pasos para resolver problemas.

### Relación con las capacidades e indicadores

Al resolver este problema los estudiantes matematizan al plantear relaciones entre los datos en problemas de una etapa, expresándolos en un modelo de solución aditiva con fracciones, comunican lo que comprenden respecto a la adición de fracciones y razonan y argumentan al explicar sus procesos y resultados.

#### Paso 1: Comprender el problema

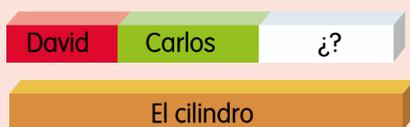
1. ¿De qué trata el problema?  
De la forma como almacenan agua David y su familia y se quiere averiguar cuánto les falta para llenar el cilindro, dado que David y su hijo Carlos ya echaron una cierta cantidad.
2. ¿Cuáles son las acciones que realizan David y Carlos?  
Agregan agua al cilindro.
3. ¿Qué te solicita el problema?  
Hallar lo que falta para llenar totalmente el cilindro con agua.

#### Paso 2: Concebir un plan o diseñar una estrategia

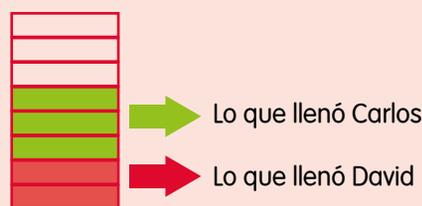
1. ¿Este problema es parecido a otro que ya conoces?  
Este problema ya es conocido, pues se ha trabajado antes en los primeros grados, pues la acción que se realiza es agregar.
2. ¿Cómo podría plantear el problema?  
Se podría utilizar regletas de fracciones, realizar un dibujo del cilindro o un rectángulo o al plantear el problema, usaré todos.

### Paso 3: Llevar a cabo el plan o ejecutar la estrategia

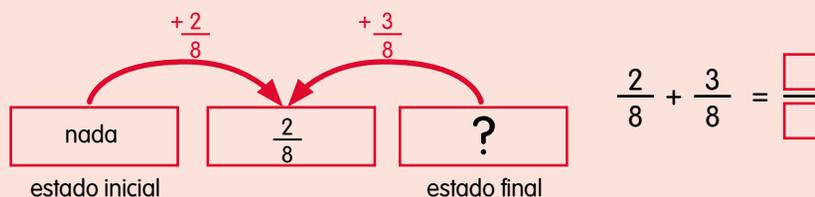
Planteando el modelo de solución con regletas.



Planteando el modelo de solución con un gráfico rectangular.



Planteando el modelo con un esquema y una operación



Dependiendo del modelo de solución se aplicará la estrategia, que puede ser: completando a la unidad, contando las partes pintadas, aplicando el algoritmo de la adición con fracciones homogéneas.

### Paso 4: Reflexionar sobre el proceso seguido

- Luego de plantear el modelo de solución y la estrategia, fíjate si los datos corresponden al problema.
- ¿La solución  $\frac{5}{8}$  es lógicamente posible? Si es posible, pues las cantidades iniciales fueron menores al resultado.
- Formula otros problemas parecidos a partir del resultado.

### Problemas aritméticos de una etapa (PAEV)

Los problemas aritméticos nos muestran las diferentes situaciones de la realidad en las cuales se aprecia fenómenos que responden al campo aditivo (adición y sustracción) o al campo multiplicativo (multiplicación o división).

En este ciclo se desarrollarán también otros problemas aditivos de una etapa o de un solo paso que por su formulación o estructura sintáctica, son de mayor complejidad como los problemas de comparación 5 y 6. Estos problemas para su resolución solo se requiere de una operación y se resuelven por medio de la adición o la sustracción.

Asimismo también se desarrollarán problemas aditivos de varias etapas con naturales, fracciones y decimales y problemas de varias etapas que requieren de utilizar varias operaciones combinadas para su resolución. Estos problemas pueden ser de contexto real –ocurren efectivamente en la realidad– o factibles de producirse.

## 1. Problemas aditivos de una etapa

Describiremos los problemas aditivos-sustractivos con números naturales y decimales, sugeridos para el V ciclo, en los cuales se darán sugerencias sobre los tipos de modelos de solución planteados con material concreto, pictórico y gráfico.

### A. Problemas de comparación con decimales

Estos problemas presentan las siguientes características:

- En estos problemas se comparan dos cantidades y se establece una relación de comparación entre ellas. Los datos son las cantidades y la diferencia que existe entre ellas. Dado que una cantidad se compara con otra, una cantidad es el referente y la otra cantidad es la comparada, es decir, la cantidad que se compara con respecto al referente.

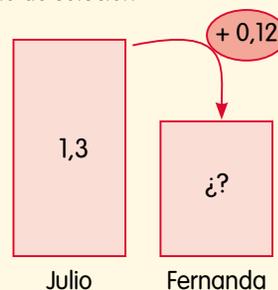
A continuación, se describen los problemas para el V ciclo.

#### Comparación 5 (CM5)

Problema en la que se quiere averiguar la cantidad referente conociendo la comparada y la diferencia en más de ésta.

Julio mide 1,3 m y mide 0,12 m más que Fernanda. ¿Cuánto mide Fernanda?

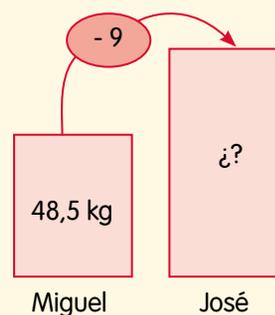
Modelo de solución



#### Comparación 6 (CM6)

Se quiere averiguar la cantidad referente conociendo, la comparada y la diferencia en menos de ésta.

Miguel pesa 48,5 kg, y pesa 9 kg menos que José. ¿Cuánto pesa José?



### B. Problemas de igualación

Estos problemas presentan las siguientes características:

- En el enunciado se incluyen las palabras "tantos como", "igual que".
- En este problema se trata de igualar dos cantidades.

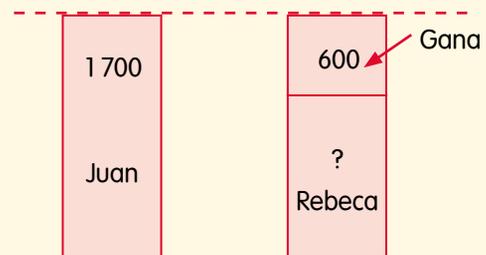
- Se actúa en una de las cantidades aumentándola o disminuyéndola hasta conseguir hacerla igual a la otra.
- Surgen 6 tipos de problemas.

A continuación, describiremos los problemas sugeridos para el V ciclo.

### Igualación 3 (IG3)

Se conoce la primera cantidad y lo que hay que añadir a la segunda para igualarla con la primera. Se pregunta por la segunda cantidad.  
Sugerido para 5.º grado.

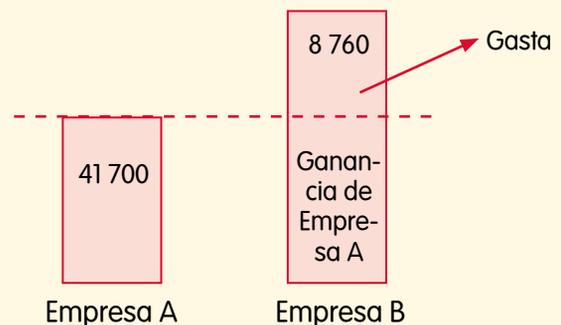
Juan tiene S/. 1 700 de ahorros. Si Rebeca ganara S/. 600, tendría lo mismo que Juan. ¿Cuánto dinero tiene Rebeca?



### Igualación 4 (IG4)

Se conoce la cantidad del primero y lo que hay que quitar a la segunda para igualarla con la primera. Se pregunta por la cantidad del segundo.  
Sugerido para 5.º grado.

Una empresa A gana S/. 41 700 en un año. Si otra empresa B gasta S/. 8 760, tendría ganancias como la primera. ¿Cuánto de ganancia en total tiene la empresa B?

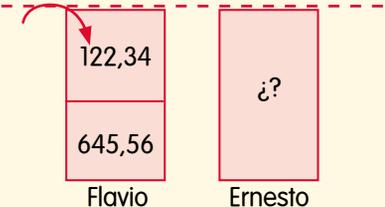
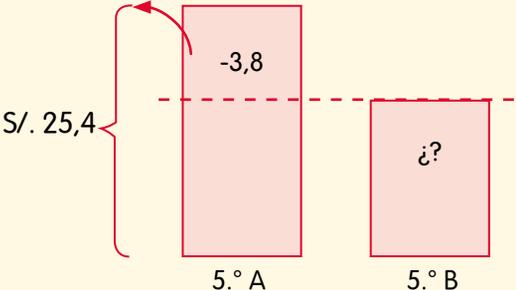


### C. Problemas de igualación (IG 5, IG6) con decimales

Estos problemas presentan las siguientes características:

- En el enunciado se incluyen las palabras "tantos como", "igual que"
- En este problema se trata de igualar dos cantidades.
- Se actúa en una de las cantidades aumentándola o disminuyéndola hasta conseguir hacerla igual a la otra.
- Es al mismo tiempo un problema de cambio y otro de comparación, pues una de las cantidades se modifica creciendo o disminuyendo para ser igual a la otra cantidad.
- Surgen 6 tipos de problemas.

A continuación describiremos los problemas sugeridos para el V ciclo.

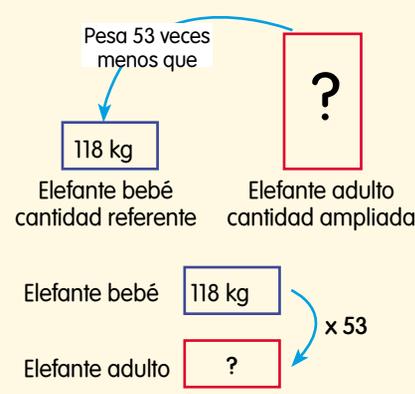
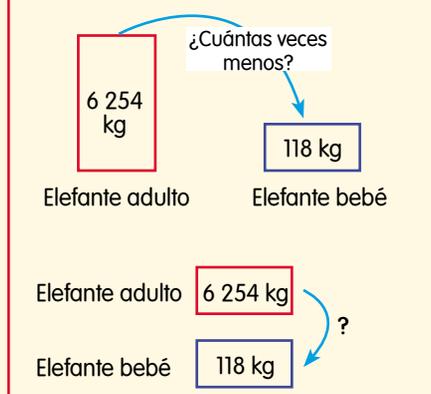
<p><b>Igualación 5 (IG 5)</b></p> <p>Se conoce la cantidad a igualar y la igualación (añadiendo o en más), debiéndose averiguar la cantidad que sirve de referente.</p>	<p>Flavio gana S/. 645,56, si le dieran S/. 122,34 más, ganaría lo mismo que Ernesto. ¿Cuánto gana Ernesto?</p> 
<p><b>Igualación 6 (IG 6)</b></p> <p>Se conoce la cantidad a igualar y la igualación (quitando o en menos), debiéndose averiguar la cantidad que sirve de referente.</p>	<p>El 5.º A recaudó S/. 25,4 en la venta de papas rellenas. Si gastara S/. 3,80 tendría lo mismo que el 5.º B. ¿Cuánto dinero tiene el 5.º B?</p> 

Problemas de estructura multiplicativa de una etapa de multiplicación o división		
1. Problemas de comparación en más o de la forma "veces más que".	Multiplicación- Comparación en más o amplificación	Quinto grado
	División-partitiva-comparación en más.	
	División agrupación-comparación en más.	
2. Problemas de comparación en menos o de la forma "veces menos que"	Multiplicación-comparación en menos	Sexto grado
	División partición en menos.	
	División cuotición en menos.	
3. Problemas de combinación o producto cartesiano	Combinación-multiplicación o producto cartesiano	Sexto grado
	Combinación-división o producto cartesiano	

### 1. Problemas de comparación en más o "veces más que"

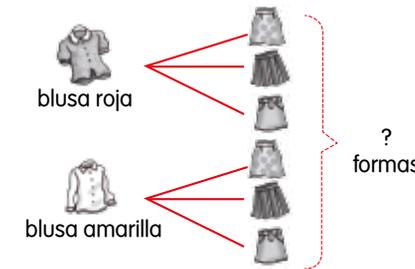
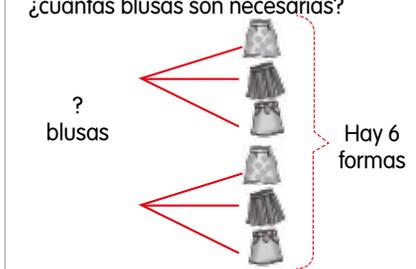
Multiplicación comparación en más	División partitiva comparación en más.	División agrupación comparación en más.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una primera cantidad (multiplicando)</li> <li>• Otra cantidad, que es las veces que otro la tiene de más (multiplicador, de diferente naturaleza que el multiplicando).</li> <li>• Se pregunta por la cantidad ampliada (producto)de la misma naturaleza que el multiplicando.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una cantidad (dividendo).</li> <li>• Otra cantidad, que es las veces que tiene de más (divisor). Esta cantidad es de distinta naturaleza.</li> <li>• Se pregunta por la cantidad reducida (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se dan dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor)</li> <li>• Se pregunta por la cantidad de veces (cociente) que la mayor contiene a otra.</li> </ul>
José ahorró S/. 25,5. Mariela tiene ahorrado cuatro veces más dinero que él. ¿Cuánto dinero tiene Mariela?	Mariela tiene S/. 102, que es cuatro veces más que el dinero de José. ¿Cuánto dinero tiene José?	Mariela ahorró S/. 102 y José ahorró S/. 25,50. ¿Cuántas veces más ahorró Mariela que José?
<p>Modelo de solución</p>	<p>Modelo de solución</p>	<p>Modelo de solución</p>

## 2. Problemas de comparación en menos o de la forma "veces menos que"

Multiplicación comparación en menos	División partitiva comparación en menos	División agrupación comparación en menos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una primera cantidad (multiplicando)</li> <li>• Otra cantidad, que es las veces que otro la tiene de menos (multiplicador, de diferente naturaleza que el multiplicando).</li> <li>• Se pregunta por la cantidad ampliada (producto) de la misma naturaleza que el multiplicando.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dada una cantidad (dividendo).</li> <li>• Otra cantidad, que es las veces que tiene de menos (divisor). Esta cantidad es de distinta naturaleza.</li> <li>• Se pregunta por la cantidad reducida (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se dan dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor)</li> <li>• Se pregunta por la cantidad de veces (cociente) que una es menor que la otra.</li> </ul>
Un elefante al nacer pesa en promedio 118 kg. Su peso es cincuenta y tres veces menos que cuando es adulto. ¿Cuánto pesa un elefante adulto?	Un elefante adulto pesa 6 254 kg. Un elefante bebé pesa cincuenta y tres veces menos que un elefante adulto. ¿Cuánto pesa un elefante bebé?	Un elefante adulto pesa 6 254 kg. Un elefante bebé pesa 118 kg. ¿Cuántas veces menos pesa el elefante bebé que el elefante adulto?
<p>Modelo de solución</p> 	<p>Modelo de solución</p> 	<p>Modelo de solución</p> 

## 3. Problemas de combinación o producto cartesiano

En estos tipos de problemas se combinan dos cantidades determinadas, para formar una tercera. Estas cantidades se combinan uno a uno, con independencia de su orden de colocación.

Combinación multiplicación	Combinación división
<p>¿De cuántas formas distintas se pueden combinar 2 blusas y 3 faldas?</p> 	<p>Se pueden combinar de 6 formas distintas faldas y blusas. Si hay 3 faldas, ¿cuántas blusas son necesarias?</p> 
Dadas dos cantidades de distinta naturaleza (multiplicando y multiplicador), se pregunta por el número de combinaciones posibles (producto).	Dada una cantidad (dividendo) y el número de combinaciones (divisor), se pregunta por la otra cantidad que se combina (cociente).

## Problemas con fracciones

El sentido de enseñar los números racionales se debió a que se necesitaba resolver problemas que no podían ser dilucidados con los números naturales. Los números naturales y los racionales tienen características diferentes, por lo que en los primeros ciclos de la Educación Básica implica ciertas rupturas con lo que se aprendió respecto a los números naturales, y esto ya lo torna complejo. Por ejemplo, en los primeros grados se tiene la certeza que 2 es menor que 3 y esta misma característica no se puede emplear con las fracciones al indicar, por ejemplo que  $\frac{1}{2}$  es menor que  $\frac{1}{3}$ . ¿Cómo hacer comprender a los niños que esta afirmación es errónea y que ya no funciona como en los números naturales?

En tal sentido, se sugiere enseñar las fracciones en problemas de contexto real, que impliquen expresar repartos, medidas o relaciones entre las partes y el todo. En el enfoque de resolución de problemas se cambia la organización de enseñar por contenidos en forma aislada y desconectada por la enseñanza de las fracciones a partir de problemas; así, los conceptos de fracción y su denominación, fracciones mixtas y equivalentes aparecerán de forma natural y relacionada, por lo que su aprendizaje queda garantizado y será duradero. Enseñar las fracciones de forma separada o aislada, puede resultar más sencillo, pero es superficial y menos duradero, porque se olvida fácilmente aquello que no aparece relacionado dentro de una organización y donde las distintas nociones aparecen desconectadas.

### Problemas de reparto

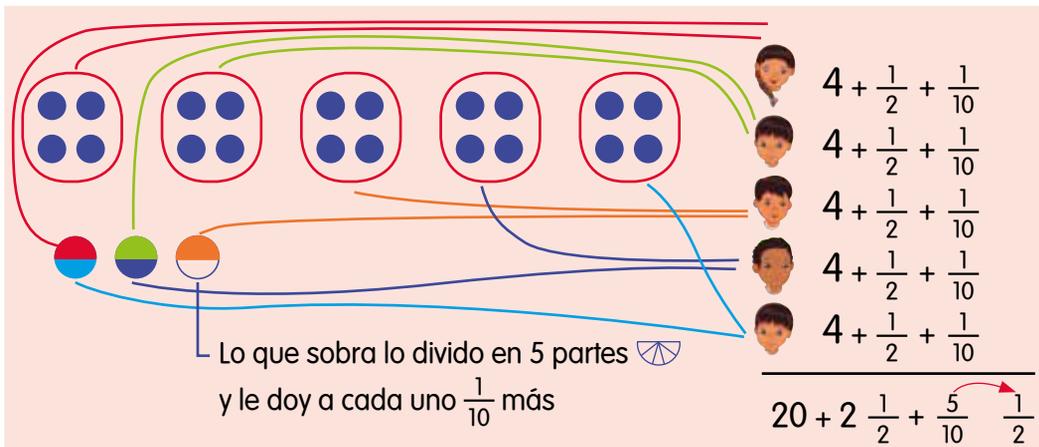
En estos problemas se pretende analizar si es posible seguir repartiendo lo que queda y además seguir repartiendo en forma equitativa.

Estos problemas se conectan con los conocimientos previos de los niños con respecto a la división, por lo que la "estrategia" de resolución es la división entre números naturales. Analizar lo que sobra, lleva necesariamente a que los niños sigan repartiendo, por lo que aparecerá de manera espontánea el concepto de fracción, donde ya los números naturales no son pertinentes para dar la respuesta.

#### Problemas:

1. Reparte 23 chocolates entre 5 de tus compañeros en forma equitativa. ¿De cuántas formas diferentes puedes hacerlo? Busca otros repartos que sean equivalentes a este.
2. Para decorar las bancas de la capilla se necesitan trozos de  $\frac{1}{4}$  m de cinta. Cada niño compró rollos de cinta distintos. Margarita con su rollo pudo cortar 8 trozos; Fernando, 6 y Joaquín, 5. A ninguno de los niños le sobró cinta. ¿Cuál era la longitud de cinta de cada uno?

Dos modelos de solución, del problema 1 donde se observa el reparto de las cantidades, la partición de la unidad y también el modelo numérico.



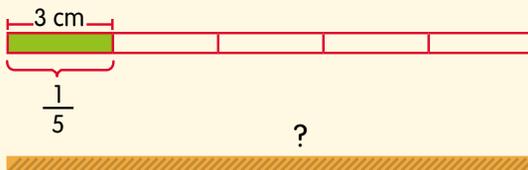
Estos problemas favorecen la aparición simultánea de fracciones mayores y menores que el entero, y con iguales y distintos denominadores, lo que permite salir de la lógica, según la cual es necesario enseñar primero un tipo de fracciones (por ejemplo, los menores que la unidad) para recién después utilizar otras.

Según esta lógica, se permite ir configurando un entramado que vincule unas fracciones con otras, que pueda ir complejizándose y creciendo. Por ejemplo, al poder establecer conexiones entre medios y cuartos, octavos y medios, quintos y décimos, tercios y sextos, para ir ampliando progresivamente de repertorio de fracciones usuales a otras fracciones con otros denominadores. Se corrobora que a partir de un problema se pueden desarrollar varios conceptos matemáticos con referencia a la fracción y que están interrelacionados, por lo que permite un aprendizaje significativo y duradero.

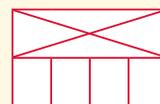
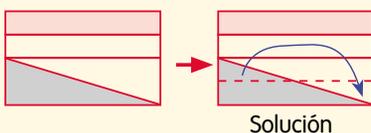
### Problemas de medida

En estos problemas se utilizarán las fracciones para medir longitudes. Se proponen situaciones de medición, donde la unidad no entra una cantidad entera de veces en el objeto por medir, para provocar la necesidad de fraccionar la unidad.

- Este pedazo de soga que tiene 3 cm es la quinta parte de una soga. ¿Cuánto mide la soga completa?

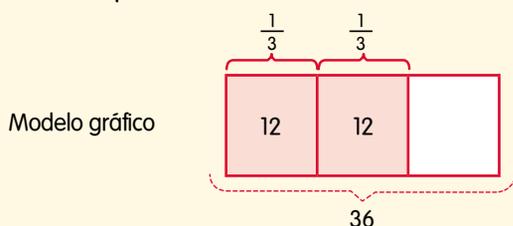


- ¿Cuál de las dos áreas sombreadas es mayor? Justifica tu respuesta.
- Busca una estrategia para colorear  $\frac{5}{8}$  y justifica tu respuesta.



## Problemas de fracción como operador

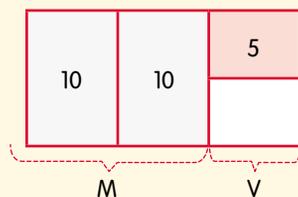
1. En el último examen,  $\frac{2}{3}$  de los 36 alumnos aprobaron el examen. ¿Cuántos aprobaron el examen?



Modelo con una operación  
 $36 \div 3 = 12$

El todo es 36 y se divide en tres grupos. Cada grupo está formado por 12 estudiantes.

2. En un salón de 30 estudiantes las dos terceras partes son mujeres; de los varones, la mitad son de Lima. ¿Cuántos estudiantes son de Lima?



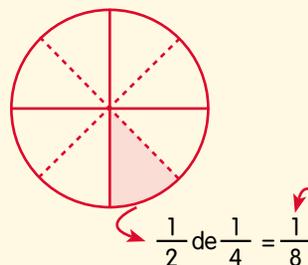
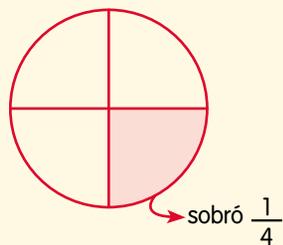
3. Un avión tiene que recorrer 450 km. Hizo su primera escala a los 150 km. ¿Qué parte del recorrido le falta realizar?



## Mitad, tercia y cuarta de una fracción

1. Hoy compraron una pizza para el almuerzo y sobró  $\frac{1}{4}$ . Por la tarde, José se comió la mitad de lo que sobró. ¿Qué parte de la pizza se comió José?

Por la tarde se comió la mitad de lo que sobró



Con una operación

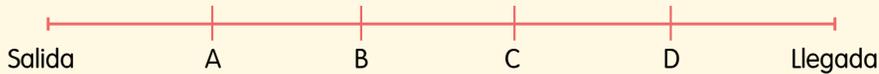
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

del gráfico

2. Susana tiene una bolsa de caramelos y le da a su hermana  $\frac{2}{3}$  del total. A la vez, su hermana le da a su mamá la mitad de lo que le dio su Susana. ¿Qué parte de los caramelos recibió su mamá?

## Fracciones en la recta numérica

1. En una carrera de postas de 100 metros planos, la pista está marcada en tramos iguales, como muestra la figura.



- Inés está en la marca B, ¿qué fracción del total del camino recorrió? ¿Y cuántos metros?
- Wilma se encuentra a los 80 metros de la salida, ¿en qué punto está?
- Cuando Gladys esté en los  $\frac{3}{5}$  de la pista, ¿en qué punto estará?

## Problemas con dinero y números decimales

Los problemas donde intervienen soles y céntimos constituyen un buen punto de partida para abordar los números decimales, en tanto permiten relacionar inicialmente este contenido con prácticas sociales extraescolares que resultan familiares a los estudiantes. De otro lado, también es necesario que esos conocimientos se vayan desprendiendo de los contextos particulares para alcanzar un mayor grado de generalidad. Por ejemplo se podrían plantear los siguientes problemas:

- Problemas donde se pueda componer una cantidad de dinero con nuevos soles y céntimos y dar composiciones equivalentes para una misma cantidad. Por ejemplo: pagar de diferentes maneras S/. 2,25 con monedas de 5, 10, 20 y 50 céntimos.
- Si el padrino de un bautizo tiene en su bolsa de monedas: 15 monedas de 10 céntimos, 7 monedas de 20 céntimos, 13 monedas de 50 céntimos, ¿cuánto dinero tiene en total?
- Problemas aditivos que hagan referencia a precios en nuevos soles.
- Problemas de reparto de dinero. Por ejemplo, repartir 1 nuevo sol y 50 céntimos entre 2 niños.



## 3.2 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

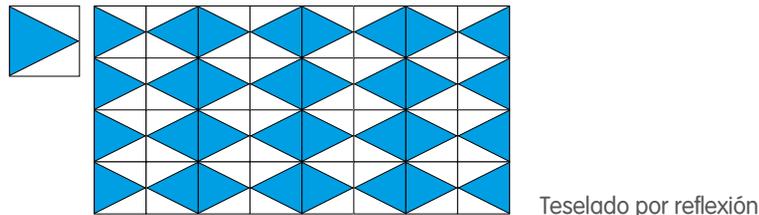
### Patrones con transformaciones geométricas

En los frisos o guardas que figuran en los mantos o en nuestra vestimenta, están relacionados con los patrones de repetición que implican una transformación geométrica. Construir un patrón o una secuencia implica reconocer la unidad mínima o la figura que se repite y a la cual se le aplica una traslación, reflexión o rotación.

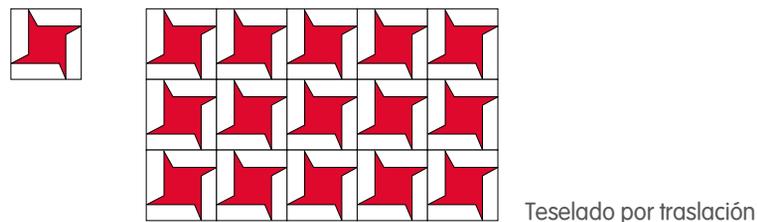


También se pueden construir mosaicos con las unidades de repetición o teselas, como las que se muestran a continuación:

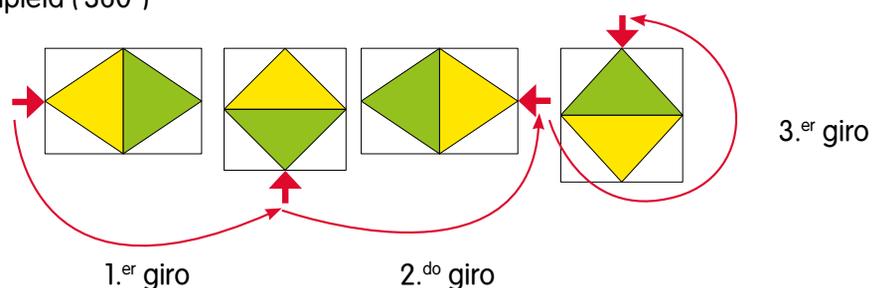
- Transformaciones de reflexión: El mosaico es armado con el simétrico de la pieza mostrada.



- Transformaciones de traslación: Son movimientos directos sin cambios.



- Transformaciones de rotación: Estos patrones se forman cuando el núcleo de formación dan giros de  $\frac{1}{4}$  de vuelta ( $90^\circ$ ), de  $\frac{1}{2}$  vuelta ( $180^\circ$ ) o vuelta completa ( $360^\circ$ )



Observamos que al cuarto giro, la figura queda en la misma posición de inicio. Es importante observar que al realizarse el giro o rotación de la figura, hay que considerar un punto de referencia.

### 3.2.1. Cubriendo el plano con figuras mediante traslaciones

Recuerdan que las traslaciones son movimientos directos de las piezas para continuar con el patrón sin que se realicen cambios de ninguna naturaleza, simplemente, se trasladan en forma paralela, a la misma distancia y en la misma dirección.



#### Descripción

Los estudiantes cubrirán una superficie con figuras geométricas, donde construirán las piezas del patrón a repetirse por traslación. Es importante que vivencien la experiencia de elaborarlas y pintarlas con los colores que deseen.

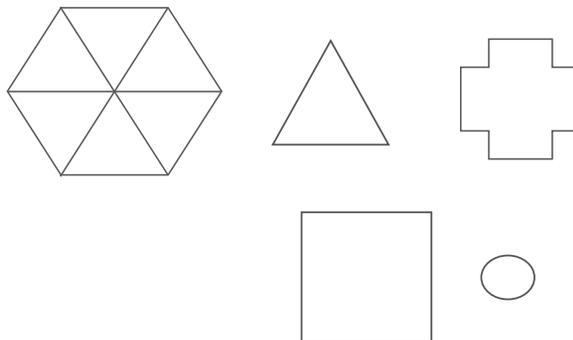
Deberán pensar en formular un núcleo de repetición, considerando una combinación de colores de las figuras, las cuales se repetirán en la formación del patrón, una vez identificado el núcleo a ser repetido, este solamente será desplazado.

#### Relación con las capacidades e indicadores

En esta actividad los estudiantes tendrán la oportunidad de matematizar situaciones al interpretar datos y relaciones en problemas de regularidad, expresándolos en un patrón de repetición geométrico con traslaciones, también comunican y representan ideas matemáticas referidas a expresar el criterio geométrico que interviene en el patrón utilizando lenguaje matemático apropiado (se traslada, el núcleo o la unidad que se repite es...). En este proceso además elaboran y usan estrategias de ensayo y error o una tabla, para ampliar o crear patrones de repetición.

#### Materiales:

- Cartulina.
- Regla, escuadra, compás.
- Lápiz, borrador.
- Tijeras.
- Plumones, colores.
- Diseños de figuras o papeles decorativos

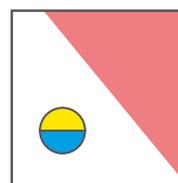


### Desarrollo:

La docente debe tener en cuenta que en los últimos grados, la enseñanza de la geometría debe trascender el nivel perceptivo, propiciando la descripción de las características que permiten analizar propiedades de las figuras.

#### Paso 1:

Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, diseñan las figuras con papeles de colores, las cuales van a ser trasladadas. Las figuras también puede ser diseñadas en hojas bond, y posteriormente, coloreadas.

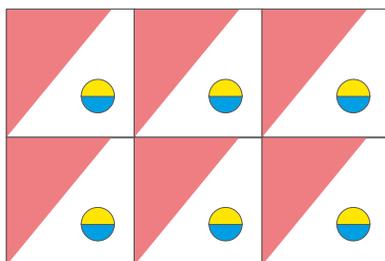
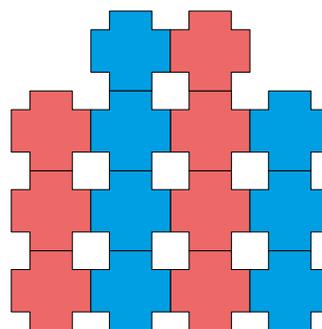
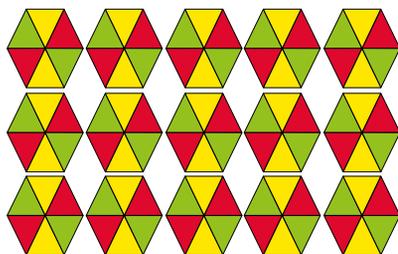


#### Paso 2:

Proceden a armar el patrón, teniendo en cuenta el núcleo de formación diseñado.

Con esta actividad se espera que los estudiantes comprendan que solo trasladando figuras en el plano podemos formar patrones. Es importante que observen que en los mosaicos se visualiza una simetría traslacional, que estas traslaciones conservan la misma distancia y una misma dirección.

Algunos mosaicos que los estudiantes pueden presentar:



## 3.2.2 Estrategia para generalizar patrones

### Descripción de la estrategia

Según Mason (citado por Butto y Rojano, 2004) la generalidad es fundamental para desarrollar el pensamiento matemático y algebraico y puede ser desarrollada a partir del trabajo con patrones o regularidades, que favorecen la generalización.

Esta estrategia consiste en cuatro pasos y permitirá la generalización, proceso importante para desarrollar el pensamiento matemático y algebraico. La generalización en el álgebra es fundamental para desarrollar la abstracción y puede ser desarrollada a partir del trabajo con patrones.

### El propósito

Los estudiantes tendrán la oportunidad de: matematizar al encontrar un elemento desconocido de la secuencia, identificando el núcleo de formación del patrón. Elaborar y usar estrategias heurísticas (organizando información en tablas). Razonar y argumentar al justificar la regla de formación, preparándolos para la generalización.

Comunican y describen lo vivenciado con material concreto, el cual les facilita construir y representar la idea de rotación del elemento que gira.

### Pasos de la estrategia

Se propone desarrollar cuatro etapas y se puede resumir así:

**Paso 1: Percibir un patrón**, a partir de la sucesión de figuras, pudiendo surgir preguntas matemáticas, por ejemplo: ¿cuál sería la regla de formación o el núcleo que se repite para reconocer el patrón? El primer encuentro con el álgebra es partir de la identificación y comunicación de patrones o de relaciones, a través de las semejanzas o diferencias.

**Paso 2: Expresar un patrón**, descubrir cuál es el patrón para uno mismo o para otro. Es necesario decirlo para que luego se pueda reflexionar sobre él.

**Paso 3: Registrar un patrón**. Este paso hace visible el lenguaje de la matemática, transitando desde los dibujos, a los íconos, letras o símbolos; lo cual permite la verificación de la regla.

**Paso 4: Probar la validez de las fórmulas**. Para que una regla de formación tenga validez se debe probar de diferentes formas; por ejemplo, mediante su aplicación en otros casos.

Los patrones considerados como una sucesión de signos orales, gestuales, gráficos, etc., que se construyen siguiendo una regla ya sea de repetición (el núcleo se repite de forma periódica) o de recurrencia (cada término puede ser expresado en función de los anteriores). En todo patrón se aprecia una estructura de base o un núcleo el da origen a la regla o ley de formación.

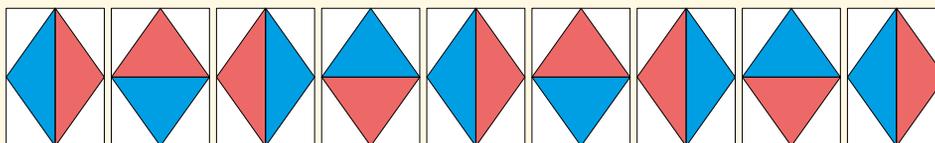
Patrones o secuencias se pueden usar indistintamente. Otros autores usan el término patrón para designar estrictamente el núcleo de la secuencia. (Bressan y Bogisic, 1996).

## Aplicación de la estrategia

### Problema 1:

#### Decorando un aula

Un albañil está decorando con cenefas, un aula de educación inicial de 5 años de una institución educativa. Aún no ha terminado el trabajo, pero para continuar con la tarea, el albañil tiene que resolver algunos problemas: ¿En qué posición tendrá que colocar la siguiente mayólica? ¿Cuánto gira la pieza en cada movimiento? ¿En qué posición tendrá que colocar la pieza n.º 96?



#### Paso 1: Percibir un patrón

Los estudiantes comprenden el problema respondiendo las siguientes interrogantes: ¿Qué tiene que hacer el albañil? ¿Cómo se sabe qué pieza es la que continúa? ¿Han identificado el núcleo de formación? ¿Puedes señalarlo en la imagen? ¿Qué relaciones has identificado? ¿Crees que es un patrón con simetría? ¿Por qué? ¿Cómo crees que puedes determinar la posición de la pieza n.º 96 si solo se muestran 9 piezas?

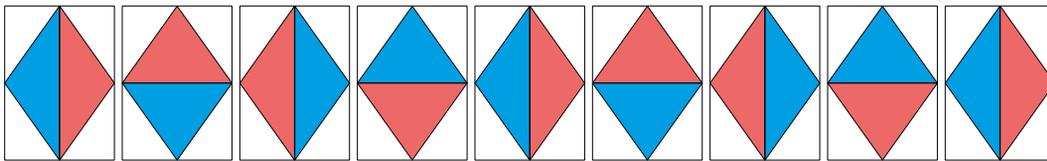
Los estudiantes tendrán en cuenta los giros de cada pieza que forma el patrón. Para ello tienen que preparar sus materiales, probar dichos giros (cuartos de vuelta y reproducirlos en forma gráfica para ir construyendo el núcleo). Los movimientos que realizarán les permitirá identificar la cantidad de veces que tiene que girar la pieza (mayólica) hasta formar el núcleo que repite.

También pueden experimentar la reproducción de lo solicitado, conforme al modelo presentado.

- Ensayan en forma concreta (con piezas de cartulina) para probar los giros de cada pieza.
- Construyen la cenefa (friso) en una tira de cartulina con las piezas que construyeron, según la posición obtenida en cada giro. Luego se darán cuenta que construirla de esta manera es muy laboriosa y es necesario otra forma más económica de llegar a la pieza n.º 96. Por lo tanto, los estudiantes asumen el reto de encontrar esta respuesta. ¿Cómo podemos averiguar la posición de esta pieza?

#### Paso 2: Expresar un patrón.

Para expresar cuál es el patrón a sí mismo o a otra persona, es necesario decirlo para que luego se pueda reflexionar sobre él. Al reproducir el patrón se darán cuenta que se repite cada 4 piezas, por lo que el núcleo o regla de formación del patrón es el siguiente:

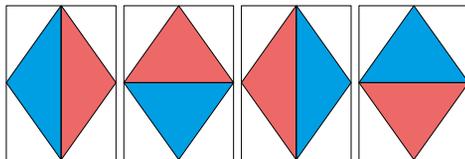


1.°      2.°      3.°      4.°

- Pueden numerar las piezas (1.º, 2.º, 3.º, 4.º) que constituye el núcleo del patrón, para luego organizar estos datos en una tabla.

**Paso 3: Registrar un patrón.** Este paso hace visible el lenguaje de la matemática, transitando desde los dibujos, a los íconos, letras o símbolos. Esto permite la verificación de la regla.

- Se les pide a los estudiantes que observen y que centren su atención en los casilleros pintados de amarillo.



1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32
33	34	35	36
37	38	39	40
41	42	43	44
45	46	47	48
49	50	51	52

- Se promueve el análisis y la reflexión de estas observaciones: ¿Cómo son estos números? ¿Son múltiplos de algún número? ¿Cuál es la diferencia entre estas cantidades? ¿En qué columna se ubican las decenas? ¿Hay algún parecido entre el 20 y el 40? ¿En qué columna se ubican estos últimos? ¿Cada cuántas filas aparecen las decenas 20, 40? ¿Y las decenas 10, 30, 50?
- Se les pide que cuenten las filas que hay después del 10 y del 30, de igual modo, entre el 20 y el 40. Se espera que los estudiantes respondan que hay 5 filas. Esta es una regularidad encontrada en la tabla.

- Estas decenas se encuentran en dos columnas: las decenas 10, 30, 50 en la segunda columna y las decenas 20, 40 en la cuarta columna. Esta es otra regularidad. Si seguimos la secuencia: 10, 30, 50, \_\_, \_\_, qué decenas continúan.
- Con estas observaciones en la tabla, los estudiantes se dan cuenta que el número de pieza solicitado se ubicará en la segunda columna.
- Una vez ubicada la posición 90, van contando y haciendo las siguientes relaciones:

91	3.ª columna
92	4.ª columna
93	1.ª columna
94	2.ª columna
95	3.ª columna
96	4.ª columna

- Sabemos que el núcleo del patrón consta de 4 piezas, por lo tanto, la pieza n.º 96 se ubica en la cuarta columna.
- Teniendo la ubicación de la pieza n.º 96 en la cuarta columna, los estudiantes se fijan en qué posición se encuentran las piezas de esta columna, que corresponde al n.º 96. 
- Las otras respuestas que deben dar los estudiantes corresponde a la pieza que continúa en el patrón presentado, que es la siguiente:  y los giros que han dado las piezas en el patrón son de un cuarto de vuelta.

**Paso 4: Probar la validez de las fórmulas.** Para que una regla tenga validez, se debe probar de diferentes formas; por ejemplo, mediante su aplicación en otros casos.

- Otra forma de encontrar la fórmula es dividir  $96 \div 4 = 24$ ; y 24 es la última pieza del grupo de 4, por lo que podemos llegar a la pieza n.º 96 en la cuarta columna.
- ¿Podrían encontrar la posición de la pieza n.º 123, sin usar la tabla?
- Finalmente, los estudiantes argumentan y justifican sus respuestas.

### 3.2.3 Estrategia de resolución de problemas para problemas de equilibrio

#### Descripción

A partir de un problema, establecerán equivalencias entre estos objetos buscando mantener en equilibrio una balanza.

**El propósito:** El propósito de la actividad es que los niños matematicen situaciones al identificar datos y relaciones de equivalencia; razonen y argumenten al elaborar y argumentar supuestos sobre las igualdades durante la simulación de pesaje de diversos objetos manteniendo el equilibrio en una balanza. Comunican y representan ideas matemáticas al expresar igualdades en forma concreta, gráfica y simbólica, haciendo uso de expresiones aditivas, multiplicativas y del signo “=”.

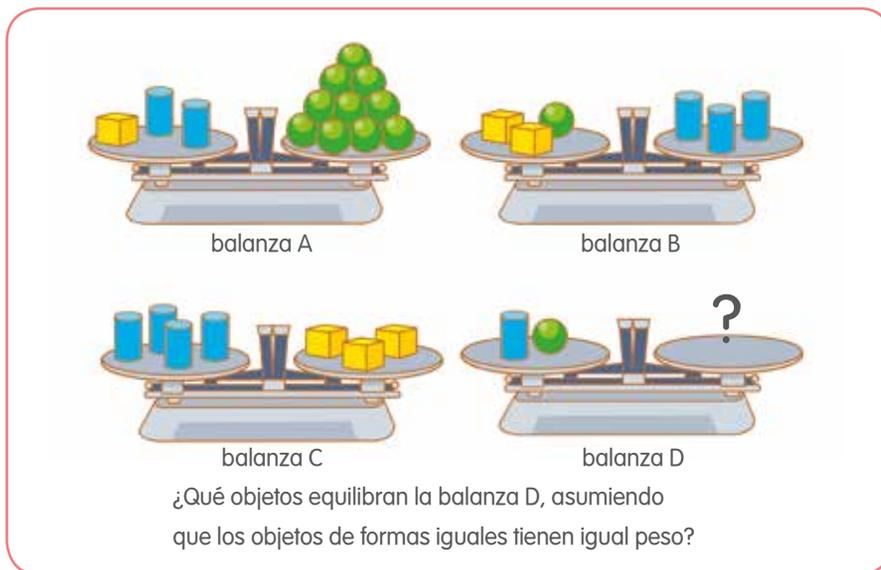
#### Materiales:

Balanzas simuladas, siluetas de esferas, cilindros y cubos.

#### Pasos de la estrategia

##### 1. Comprensión del problema

Presenta el problema garantizando que todos los estudiantes lean:



Asegura la comprensión del problema presentado mediante preguntas: ¿De qué trata el problema? Explica con tus propias palabras. ¿Cuáles son las condiciones del problema?, ¿qué representan en el problema la balanza A?, ¿la balanza B?, ¿la balanza C?, ¿qué tenemos que averiguar?

## 2. Concebir un plan o diseñar una estrategia

- Propicia que los estudiantes diseñen o adapten una estrategia a través de preguntas: ¿Cómo podemos resolver este problema?, ¿alguna vez han resuelto un problema igual o similar?, ¿podemos utilizar algún material para resolver este problema?. Una de las estrategias utilizadas por los estudiantes debe ser la simulación con material concreto.

## 3. Llevar a cabo el plan o ejecutar la estrategia

- Acompaña cada operación matemática de una explicación contando lo que haces y para qué lo haces. Cuando tropieces con una dificultad que te deja bloqueado, vuelve al principio, reordena las ideas y prueba de nuevo. Luego, propicie a representar su solución mediante símbolos o formas geométricas.

Una forma de resolver el problema podría ser:

Haciendo uso de las siluetas simulamos la información de la balanza B y la Balanza C para establecer otras relaciones:

- En la balanza C se tiene que,  equivale 
- y en la balanza B,  equivale 

- De esas dos afirmaciones podemos establecer una nueva información. Reemplazamos en la balanza C, siluetas de tres cilindros, por dos cubos y una esfera.

- Obtenemos que  equivale  equivale 

- En la nueva relación, para que no se altere la equivalencia, extraemos objetos similares en ambos brazos de la balanza (dos cubos de cada brazo de la balanza)



- La nueva relación que se obtiene es:



- Esta relación es la que nos piden determinar en la balanza D, por lo tanto la respuesta al problema es: el peso de una esfera y un cilindro es igual al peso de un cubo.

## 4. Reflexionar sobre el proceso seguido

- Lee de nuevo el enunciado y comprueba que lo que te pedían es lo que has averiguado. Fíjate en la solución, ¿te parece que lógicamente es posible? ¿Puedes comprobar la solución? ¿Puedes hallar alguna otra solución?. Acompaña la solución con una explicación que indique claramente lo que has hallado. Utiliza el resultado obtenido y el proceso que has seguido para formular y plantear nuevos problemas.

### 3.2.4 Jugamos a las “vencidas”

#### Descripción

Los estudiantes jugarán a “las vencidas” con soguillas para determinar igualdades e equivalencias entre la fuerza de grupos de niños y niñas o grupos mixtos.

#### Relación de las capacidades con los indicadores

Los estudiantes desarrollarán la capacidad de matematizar, al identificar datos y relaciones de equivalencia mediante un juego vivencial, los cuales serán expresados mediante igualdades en forma concreta, gráfica y simbólica, haciendo uso de expresiones aditivas, multiplicativas y del signo “=”.

#### Materiales:

Soguillas de 4 metros, hojas cuadriculadas, lápiz.

#### Pasos de la estrategia

1. En el patio de la escuela o en un ambiente amplio y libre, forme dos o más grupos mixtos de estudiantes, dependiendo de la cantidad de asistentes. Entregue una soguilla a cada pareja de grupos e indíqueles que jugarán a las vencidas para determinar qué grupo es el más fuerte. Gana el grupo que logra hacer pasar sobre la marca en el piso a un integrante del otro grupo.
2. Luego de experimentar el juego, pregunte a los grupos: ¿Quién ganó?, ¿cómo podríamos hacer que el juego termine en empate? Promueve que los estudiantes lleguen a la conclusión de que podrían agregar o quitar integrantes en los grupos, para obtener el equilibrio de fuerzas.
3. Motiva a que investiguen diferentes formas de obtener empate en el juego de las vencidas. Estos resultados serán escritos en una hoja, por ejemplo:
  - La fuerza de dos niños es igual a la fuerza de tres niñas. La fuerza de Jimmy y Edwin equivale a la fuerza de Ethel, Sisa y Betty juntas.
4. En el aula, conversa con los estudiantes sobre las equivalencias encontradas y propicie a que cada una de sus anotaciones las transcriban en una tabla, haciendo uso de símbolos matemáticos, dibujos o figuras geométricas.

LENGUAJE ESCRITO	LENGUAJE ICÓNICO- SIMBÓLICO	
La fuerza de dos niños equivale a la fuerza de tres niñas.	$2 \text{ (niño)} = 3 \text{ (niña)}$ O $2H = 3M$ H: hombres M: mujeres	● ● Equivale ▲ ▲ ▲ ● : Niños ▲ : Niñas
...	...	...

Asegura que los estudiantes comprendan, expliquen y justifiquen cada una de sus propuestas.

5. Dialoga con los estudiantes sobre equivalencia e igualdad.
6. Plantea un reto. Que resuelvan el siguiente problema:

### ALGO NO ESTÁ BIEN

Supongamos que:

- Cada niña puede tirar tan fuerte como cualquiera de sus compañeras.
- Cada niño varón puede tirar tan fuerte como cualquiera de su compañeros.

Es posible descubrir que la siguiente información no es confiable pues hay una contradicción en ella, ¿podrías indicar en qué consiste tal contradicción?

- Cuatro niños empatan con cinco niñas.



- Un niño y dos niñas empatan con el tío Juan.



- Tío Juan y dos niñas empatan con los cuatro niños.



7. Enfatiza la resolución haciendo uso de los 4 pasos para resolver un problema. Los estudiantes podrían simularlo haciendo uso de material concreto.

### **3.3 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización**

Desarrollar esta competencia en este ciclo implica que los estudiantes se relacionen con las formas, el movimiento y la localización de los cuerpos, desde su propia experiencia, desde su percepción, su construcción, reproducción y designación de los objetos geométricos. También se espera que se relacionen con la geometría dinámica frente a la geometría estática (de tiza y pizarra) presentando las formas desde diferentes posiciones y vistas; se relacionen con una geometría interfigural e intrafigural frente a la geometría exfigural propia de la enseñanza tradicional, haciendo explícitas las relaciones de una figura y las que tiene esta figura con las otras; una geometría que tenga en cuenta el carácter inductivo, deduciendo e infiriendo las propiedades geométricas, a partir de ejemplos concretos de construcción y visualización.

Los estudiantes del V ciclo participarán en actividades que impliquen matematizar objetos del entorno para expresarlos en un modelo relacionado con prismas, pirámides, cilindros, cuadriláteros, triángulos y polígonos; expresar la ubicación de un objeto en un croquis, empleando puntos cardinales en un sistema de coordenadas e identificar características de los objetos por ampliación, reducción y rotación en un cuarto de vuelta y media vuelta. Asimismo, se espera que comunique y represente ideas matemáticas con las nociones arriba mencionadas; también se espera que empleen diversas estrategias para la construcción de las formas y las transformaciones y razonen y argumentan cuando expresan sus conjeturas sobre las propiedades geométricas de los formas bi y tridimensionales y sus transformaciones.

#### **3.3.1 Estrategias para aprender geometría según Van Hiele**

El modelo de Van Hiele ha sido elaborado por la escuela holandesa por los profesores Van Hiele. El modelo consta de dos componentes: de los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje. En el fascículo del III ciclo se han descrito las fases de aprendizaje, las cuales también serán usadas en este ciclo.

##### **APLICACIÓN 1 : Construyen casas y edificios con prismas y pirámides**

###### **Descripción**

Los niños observarán las siguientes fotos de edificaciones de su localidad y se les pedirá que hagan una réplica usando el material concreto y formas como prismas y pirámides.

Contextualiza esta actividad con las casas o edificaciones de tu comunidad, de tu región o tu ciudad.



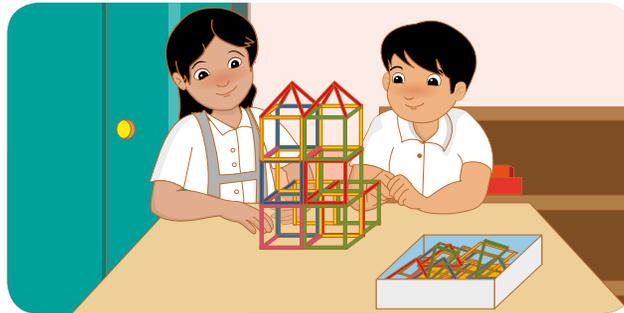
Fotografía 1: casita andina  
Tomada de: <http://www.artelista.com>



Fotografía 2  
Maqueta de principales edificios de la ciudad de Madrid  
Tomada de: [http://yair.es/multimedia/datos/Edificios\\_matematicos\\_011920\\_170610\\_1602.pdf](http://yair.es/multimedia/datos/Edificios_matematicos_011920_170610_1602.pdf)

### Materiales:

Poliedros desarmables, 1 bolsa de sorbetes (cañitas), tijeras. Fotos de edificios o edificaciones de su localidad.



Matematizan cuando identifican características geométricas en las edificaciones y las relacionan con prismas o pirámides.

### Relación con las capacidades e indicadores

Estas actividades propician que los niños matematicen al identificar características y propiedades y poder expresarlas en prismas o pirámides; comuniquen y representen ideas matemáticas al expresar, usando lenguaje matemático, los elementos y propiedades de los prismas y pirámides, y representar estos sólidos usando diversos materiales concretos; elaboren estrategias al construir los cuerpos geométricos y razonen y argumenten cuando establecen conjeturas sobre las propiedades geométricas o explican y argumentan el resultados de sus respuestas o sus construcciones.

### 1.ª fase: discernimiento o información

Los estudiantes se familiarizan con los materiales sin recibir indicaciones del docente, solo manipulándolos. Esto les permite concentrarse exclusivamente en lo que hacen y, también, descubrir propiedades matemáticas por sí mismos.

Realiza preguntas para que expresen las propiedades y características de los materiales y de las fotografías.

En esta fase se espera que los estudiantes expresen lo que saben sobre los elementos o las características de los objetos relacionándolos con algunos nombres geométricos que conocen.

Al estar en el nivel 1 de reconocimiento, por ejemplo, al usar los poliedros, se darán cuenta de que están formados por cuadrados, triángulos equiláteros y pentágonos. Podrán mencionar los elementos de estas figuras como vértices, lados y ángulos.

De las edificaciones de las fotos podrían decir que tienen forma de cajas o de prismas. Que algunos edificios se parecen porque son prismas, pero algunos tienen otra forma en la punta; podrían decir que se trata de una pirámide o mencionar también la forma de sus bases.

Haz que realicen un cuadro con las características de los objetos.

Figura tridimensional (nombre)	Dibujo	Características
Figura bidimensional (nombre)	Dibujo	Características

## 2.ª fase: orientación dirigida

Se propone una secuencia graduada de actividades a construir y explorar orientadas a la construcción de las ideas matemáticas. En este caso, se proponen las siguientes actividades. Se sugiere que todos los alumnos pasen por la experiencia de construir los prismas y pirámides con ambos materiales.

- El grupo que tiene los poliedros une las piezas para construir las edificaciones de la zona. Los estudiantes se podrán dar cuenta que las casitas están compuestas por dos cuerpos diferentes, pero con una característica en común.
- Construir las edificaciones con los sorbetes o cañitas requiere de mayor tiempo y de destrezas motoras más finas pues en la elaboración tienen que pensar en la forma de unir las cañitas. Esto lo pueden hacer con lana o creando soportes de enlaces o puentes entre dos cañitas con otro sorbete, introduciéndolas dentro de ambas cañitas. También tienen que decidir de qué tamaños serán las cañitas para obtener el prisma o la pirámide deseada.
- Construir una réplica de la ciudad con edificaciones distintas con material reciclado o construido con plantillas de los prismas con cartulina.
- En esta fase se debe orientar a que los estudiantes determinen las características de los cuerpos que componen una casita o un edificio. Y que, por ejemplo, en el tejado de la casita sus caras laterales tienen forma rectangular; y tiene otras dos caras paralelas en forma de triángulo. Orientar para identificar las caras y aristas paralelas y perpendiculares. Pregunta: ¿en qué otras formas encontramos caras paralelas y perpendiculares.

Elaboran estrategias al determinar cómo construirán las edificaciones usando diversos materiales concretos. Comunican y representan lo que saben sobre los prismas y pirámides.

### 3.º fase: explicitación

Una vez realizadas las experiencias, los estudiantes expresan sus resultados y comentarios. Durante esta fase, estructuran en esquemas o gráficos el sistema de relaciones halladas, y lo expresan usando su propio lenguaje.

Como todavía no se conoce el nombre de los prismas o pirámides, se sugiere que se le ponga letras: el "cuerpo A" o "B".

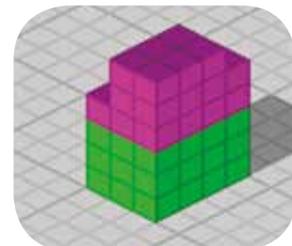
A partir de las construcciones se pide que completen el cuadro con los elementos de los prismas y las pirámides.

	Dibujo	Vértices	Aristas	Caras
Cuerpo A				
Cuerpo B				

### 4.º fase: orientación libre

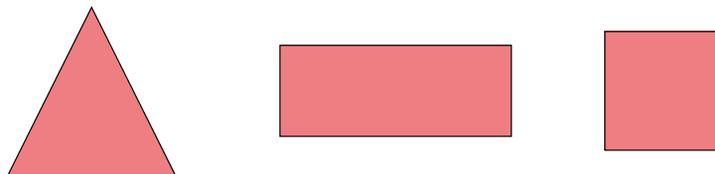
Los estudiantes podrán aplicar los conocimientos adquiridos de forma significativa a situaciones distintas a las presentadas, pero con estructura comparable. Esta fase proporciona la práctica adecuada para aplicar los conceptos adquiridos que han sido formados.

- Construir otros prismas y pirámides con bases diferentes, usando material concreto (palitos y plastilina) con y sin el modelo presente, es decir, con o sin presencia del cuerpo geométrico.
- Que construyan prismas y pirámides a partir de instrucciones orales y escritas.
- Que construyan edificaciones a partir de sus vistas usando cubitos. Esta actividad también ayudaría para propiciar la noción de volumen y área lateral y total.



Construido con cubescape (<http://www.themaninblue.com/experiment/Cubescape/>)

- Esta es la vista de un prisma desde arriba, constrúyelo usando plastilina o cañitas o plantillas.



## 5.ª fase: integración

En esta fase los estudiantes están preparados para asimilar el nombre matemático de los objetos, así como para entender los signos, los símbolos y las operaciones. En las fases anteriores trabajaron con el concepto, pero en ningún momento se les dio el nombre ni se les mostró un gráfico o un símbolo. Es aquí donde se estudian las propiedades de la estructura abstracta.

- ¿En qué se parecen y en qué se diferencian los prismas y las pirámides?
- ¿Qué pasaría si la base del edificio que has construido cambia? ¿Sigue siendo un prisma?
- Solicita que completen el cuadro con el nombre de los prismas o pirámides según sus bases.

Razonan y argumentan cuando establecen conjeturas sobre las diferencias y semejanzas de los prismas y pirámides

Nombre del prisma	Dibujo	Vértices	Aristas	Caras
Prisma ....				
Prisma ....				

## Aplicación 2: Construyen prismas, pirámides y cilindros a partir de sus plantillas

### Descripción

Los niños desarmarán varias cajas y construirán otros modelos o plantillas similares, observarán por qué figuras geométricas planas están constituidas las plantillas o las redes.

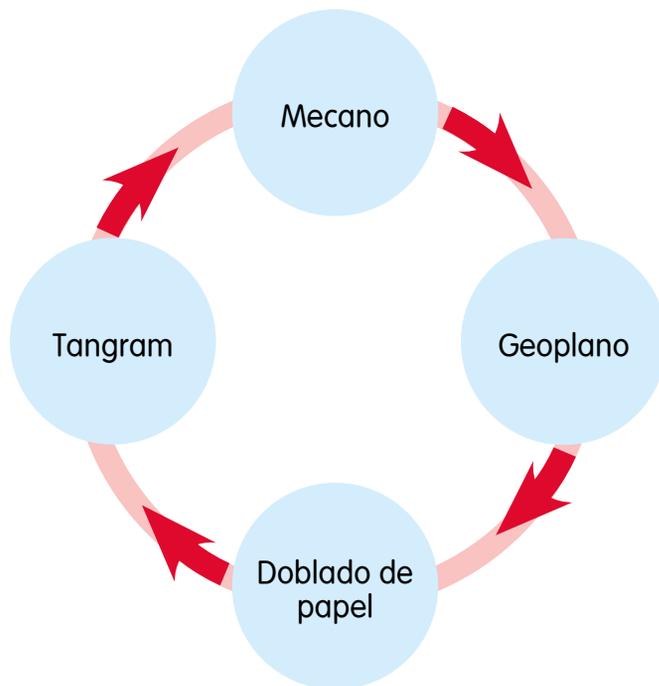
### Materiales

Cajas de distintos modelos en forma de cubos, prismas y pirámides, hojas cuadriculadas, cartulina, goma y tijeras.

## Fases:

Información	Los niños desarman las cajas o los envases y observan sus características y propiedades, miden la longitud de sus lados. Registran lo observado.
Orientación dirigida	<ul style="list-style-type: none"><li>● Se explica que el objetivo de la actividad es que observen las plantillas de las cajas u otros envases con formas de prismas para que construyan otras similares, pero que obtengamos siempre el mismo cuerpo. También el objetivo es que hallen el área total de estos sólidos.</li><li>● Reproducen las plantillas en hojas cuadrículadas de 1 cm de lado y expresan el área total en cuadraditos y luego en cm.</li><li>● Realizan otros modelos de plantillas para el cubo, prisma rectangular, cilindro o la pirámide.</li></ul>
Explicitación	<ul style="list-style-type: none"><li>● Expresan las características de las plantillas del cubo, prisma o pirámide usando su propio lenguaje y lo que ya conocen de estos cuerpos geométricos. Expresan las condiciones para que se puedan conectar las caras de las plantillas y obtener un cuerpo geométrico.</li><li>● Explican los procedimientos que usaron para el hallar el área total del cubo, prisma o pirámide e intercambian experiencias con otros grupos.</li><li>● Incorporan a su vocabulario nuevas palabras geométricas.</li></ul>
Orientación libre	<ul style="list-style-type: none"><li>● Se entrega un material fotocopiable de los diferentes desarrollos de un cubo, prisma, cilindro o pirámide para que determinen cuáles corresponden.</li><li>● Expresan las condiciones que debe tener la plantilla para que pueda ser un buen modelo para construir un cuerpo geométrico.</li></ul>
Integración	Se hacen explícitas las ideas matemáticas construidas: <ul style="list-style-type: none"><li>● Características y elementos de los prismas, cilindros o pirámides.</li><li>● Diferencias y semejanzas entre estos cuerpos geométricos.</li><li>● Clasificación de los prismas y pirámides por el número de lados.</li><li>● Características o propiedades que deben tener las plantillas de los cuerpos y calculan el área lateral contando los cuadraditos o empleando el procedimiento de cálculo de áreas.</li></ul>

### 3.3.2 Recursos para enseñar las figuras planas

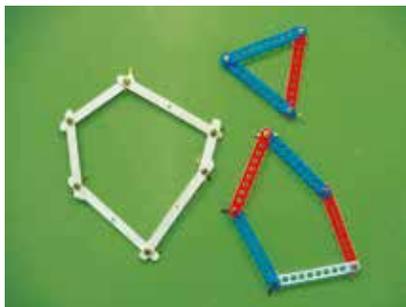


El material didáctico juega un papel fundamental en la enseñanza-aprendizaje de la geometría. Para usar este material, el aula se debe convertir en un laboratorio donde los niños experimenten, manipulen y construyan relaciones geométricas a partir del material.

Los materiales por sí solos no hacen la clase, se debe pensar en problematizar al estudiante seleccionando las tareas que se presentarán haciendo uso de los recursos didácticos.

#### Mecanos

Los mecanos son varillas que permiten construir diversos polígonos y entender las propiedades de diversos conceptos matemáticos como líneas abiertas y cerradas, construcción de polígonos, reconocimiento de formas geométricas, clasificación de los polígonos, transformación de unos polígonos en otros mediante la movilidad de sus lados, ángulos, composición y descomposición de figuras.



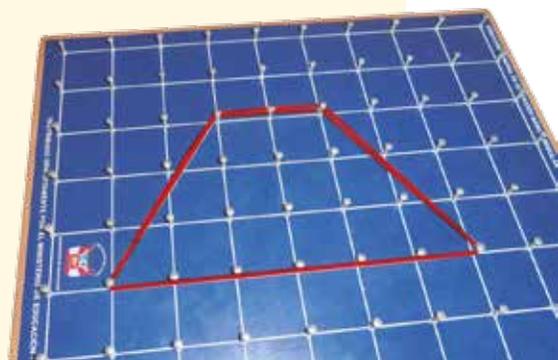
<http://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/CD%20materiales/imagenes/mecano/Mecano%205.jpg>

## Actividades

1. Construye una figura cerrada con tus mecanos.
2. Construye una figura cerrada con el menor número de tiras.
3. Construye triángulos con tiras iguales y decir ¿cuánto miden sus lados?
4. Construir triángulos con dos lados iguales y uno diferente.
5. Es posible construir un triángulo con tres varillas cuyas dimensiones sean 10 cm, 12 cm y 25 cm. Construye con ellas un triángulo. ¿Qué sucede?
6. Construye 3 varillas cuyas dimensiones sean 10 cm, 12 cm y 20 cm. Construye con ellas un triángulo. ¿Qué sucede? ¿Qué puedes concluir?
7. Con ayuda de tus mecanos construye diversos cuadriláteros.

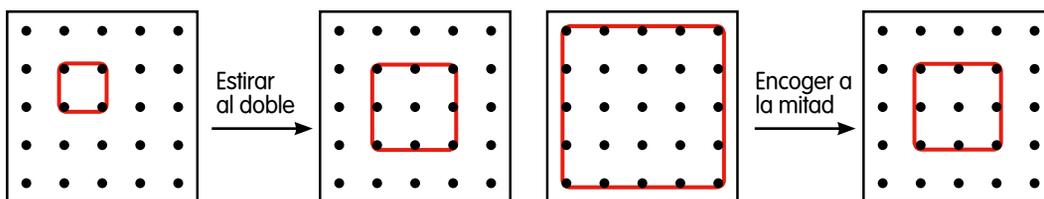
## Geoplano

En la mayoría de las escuelas públicas del país cuentan con geoplanos; hay que aprovechar su potencialidad para trabajar diversos conceptos geométricos como las figuras planas, simetría, traslación, ampliación y reducción, área y perímetro, potencia cuadrada y también conceptos de números como fracciones, noción de multiplicación.



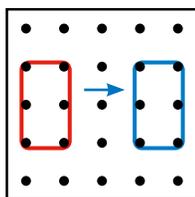
## Actividades

1. Construye una figura y amplíala al doble o redúcela a la mitad.

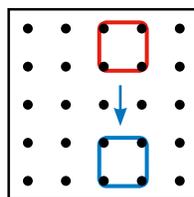


2. Construye una figura y traslada según se indica.

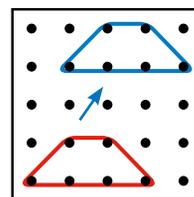
3 unidades a la derecha



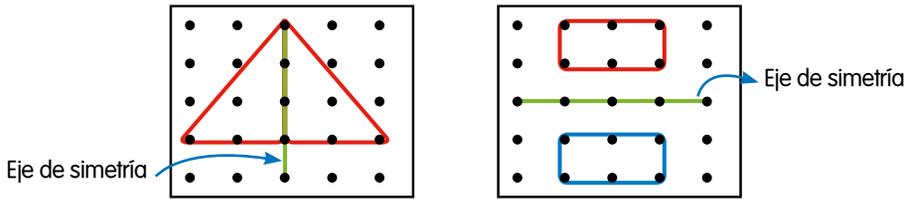
3 unidades hacia abajo



1 unidad a la derecha  
3 unidades hacia arriba



3. Construye una figura simétrica e indica su eje de simetría.

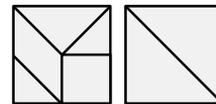


### Tangram

Juego de rompecabezas formado por 7 piezas. Con este juego se puede problematizar con los estudiantes la composición de diferentes clases de polígonos, al mismo tiempo que se estudian polígonos con áreas o perímetros iguales. Asimismo estudiar los ángulos, compararlos, ordenarlos. Se desarrolla la suma y la igualdad, el paralelismo y la perpendicularidad; ordenar piezas por áreas, medir las piezas usando la pieza menor; las relaciones de adición y sustracción entre piezas. El tangram no es un solo un recurso potente para la geometría sino también para los números para calcular fracciones equivalentes.

### Actividades

1. Construye un cuadrado con dos piezas y otro cuadrado con todas las piezas.



2. ¿Cuántos rectángulos puedes construir con solo 3 piezas?



3. Construye un rectángulo con 5 piezas.



4. Construye un rectángulo con todas las piezas.

5. Construye dos trapecios con todas las piezas.

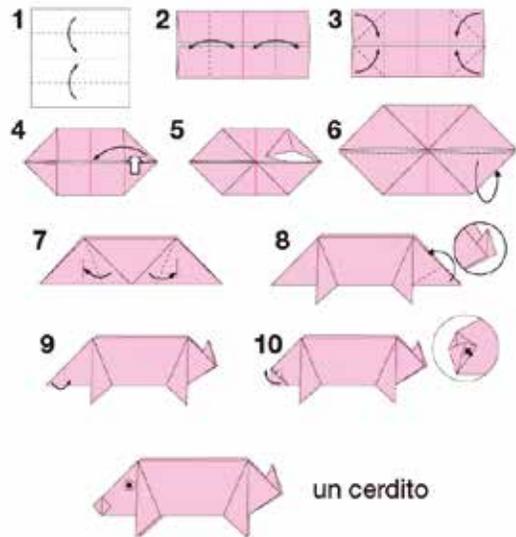


### Doblado de papel

Haciendo dobleces al papel podemos construir variados objetos, animales o personas y desarrollar o aplicar muchas ideas y conceptos matemáticos, como noción de rectas, ángulos, relaciones entre líneas y ángulos, suma de ángulos de un triángulo, área, construcción de polígonos, simetrías, construcción de poliedros. También con esta entretenida actividad podemos desarrollar la psicomotricidad fina, así como la percepción espacial y otras habilidades como escuchar indicaciones.

1. Cuando se arma un cerdito a partir de un cuadrado de papel permitirá que:

- Los niños interpreten mensajes, códigos, gráficos e incorporen vocabulario matemático en su descripción. Por ejemplo: el cuadrado lo doblamos por la mitad y este otra vez por la mitad y hemos obtenido un rectángulo. Del cuarto al sexto paso se construye una nueva figura que es el trapecio.



Tomado de <http://en.origami-club.com/>

- Realiza las siguientes preguntas para determinar sus relaciones y características: ¿por qué es diferente el trapecio del rectángulo, en qué se parece con el rectángulo y con el cuadrado, ¿cómo son sus lados? Tiene dos lados paralelos y otros dos no paralelos. ¿Cuántos ángulos tiene? ¿cómo son sus ángulos? ¿cómo demostrarías que sus lados no paralelos son iguales?, para ello pueden superponer el papel y luego medir sus lados con regla o con una regleta de color.

## 3.4 Estrategias para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

### 3.4.1 Estrategias para resolver problemas estadísticos

Según GAISE<sup>1</sup> la resolución de problemas estadísticos es un proceso de investigación que involucra cuatro pasos:

**Paso 1: Formular preguntas**, que implica aclarar el problema en cuestión y formular una o más preguntas que pueden ser respondidas con datos.

**Paso 2: Recopilar datos**, que implica diseñar un plan para recopilar datos apropiados y emplear el plan para recogerlos.

**Paso 3: Análisis de datos**, que implica seleccionar una gráfica o métodos numéricos apropiados y utilizar estos métodos para analizar los datos.

**Paso 4: Interpretar resultados**, que implica comprender los resultados del análisis y relacionarlos con el problema planteado.

<sup>1</sup> Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: a pre-k-12 curriculum framework. Authors, Christine Franklin. 2007 by American Statistical Association Alexandria.

### Descripción

La siguiente actividad se genera ante una problemática particular de la escuela debido a la escasez de agua. Se sabe que el agua es un recurso vital, ningún ser vivo podría sobrevivir sin agua. Cada vez se habla más que la población aumenta vertiginosamente y que el agua se va a agotar. Si estamos entre los países con más recursos hidrobiológicos, ¿por qué somos uno de los países más vulnerables con el cambio climático y con la escasez de agua? Se orienta sobre la necesidad de reflexionar sobre el uso inadecuado del agua en la escuela y tomar medidas para ahorrar.

### Relación de las capacidades con los indicadores

El propósito de las actividades es que los niños matematicen una situación al identificar datos estadísticos a partir de una lectura o de los datos recolectados en el aula o en la escuela. Comunican y representan al expresar sus ideas sobre datos, variables, gráficos, moda, media aritmética y de cómo presentan los datos de modo que al primer golpe de vista reflexionen sobre la situación que viven con respecto al uso y cuidado. Luego, elaboran estrategias para decidir cómo organizar y representar la información recogida en tablas y gráficos estadísticos. Razonan y argumentan con base en el estudio estadístico realizado, al dar propuestas sobre cómo cuidar el agua, apoyando y promoviendo programas e ideas para su cuidado.

### Paso 1: Formular preguntas

El docente junto con los niños aclaran el problema en cuestión.

- Propicie la reflexión sobre el tema para que los estudiantes estén motivados y se involucren con el tema. Proporcione artículos sobre la problemática del agua en su localidad o en su región, por ejemplo, que lean la siguiente noticia:

**POBRES SIN AGUA.** En conversación con Perú.21, Abel Cruz, coordinador de esta organización, reveló que a nivel nacional son alrededor de 10 millones de personas que no cuentan con un servicio de agua potable ni sistema de desagüe y alcantarillado.

Aseguró que en los pueblos más alejados de Huancavelica, Cusco y Ayacucho los habitantes consumen el agua de los riachuelos. “Ese líquido no es potable, por lo tanto no siempre es saludable”, señaló.

Explicó que en el caso de la capital, los asentamientos humanos de distritos como San Martín de Porres, Ancón, Ventanilla, Carabayllo y Villa el Salvador, concentran la mayor cantidad de ciudadanos que no cuentan con el líquido elemento. “Los pobladores de las periferias de Lima muchas veces sacan de los pozos o la compran a 2 o 2,5 soles el cilindro de 200 litros”.

Publicado en *Perú 21*, 22 de marzo de 2010.

- Permite que los niños analicen esta información:

Tres de cada cuatro ciudadanos del planeta dispone solo de 50 litros de agua al día, el mínimo necesario para una calidad de vida razonable es de 80 litros por persona al día. En cambio, en el llamado mundo desarrollado se consume un promedio de 250 litros por persona y al día.

- Propicia la reflexión entre los estudiantes para que formulen preguntas a través de una lluvia de ideas y luego seleccionen la más apropiada e identifican cuáles se contestan con palabras y cuáles con números.

Por ejemplo:

N.º pregunta	N.º pregunta	Posibles respuestas	La respuesta es con números o palabras	Variable (cuantitativa o cualitativa)
1	¿Tienes agua potable?	Sí No	Palabra	Cualitativa
2	¿Cuántos litros consumes de agua al día? Haz un cálculo aproximado.	5 litros 10 litros 15 litros 20 litros Más de 20 y menos de 50 litros Más de 50 y menos de 100	Número	Cuantitativa

- En la segunda pregunta, surge otra: ¿Cómo podemos cuantificar la cantidad de agua que consumimos? ¿cómo lo comprobamos? ¿qué podríamos hacer? ¿cómo podemos realizar una experiencia para observar lo que consumimos, desde el momento que nos levantamos hasta que nos vamos a dormir?
- Determina las diferencias entre los datos cuantitativos; estos pueden ser realizados por medición o por conteo.
- Determina cuáles de esas preguntas permite recoger datos.

## Paso 2: Recopilar y registrar datos

- Una vez seleccionadas las preguntas, propicia que redacten una encuesta. Por ejemplo:

Grado de estudios: \_\_\_\_\_ Edad: \_\_\_\_\_ Hombre  Mujer

- ¿Sabes de dónde viene el agua que bebemos en la casa o en el colegio?  
Sí  No
- ¿Cuántos vasos de agua tomas al día?  
1  2  3  4  5  Más de 5
- ¿Cuántas veces te lavas las manos? \_\_\_\_\_
- ¿Qué haces mientras te lavas las manos?  
 Mantengo abierto el caño porque no me demoro en enjabonarme.  
 Cierro el caño mientras me enjabono las manos.
- ¿Avisas al responsable cuando encuentras caños, tanques de inodoros o mangueras estropeadas?  
Nunca  A veces  A menudo  Siempre
- ¿Cuántas veces te lavas los dientes? \_\_\_\_\_
- ¿Qué haces mientras te lavas los dientes?  
 Mantengo abierto el caño porque no me demoro en cepillarme.  
 Cierro el caño mientras me cepillo los dientes.
- ¿Cuántos litros de agua consumes en un día? Haz un cálculo aproximado.  
de 50 a 10 L  de 10 a 20 L  de 20 a 50 L  de 50 a 100 L

- Ordena los datos por categorías. Cada pregunta puede generar un cuadro de organización distinto.

Por ejemplo:

TABLA 1 : cantidad de vasos que se consumen por día		
N° vasos*	Cantidad de alumnos Recuento (palotes)	Total (frecuencia absoluta)
1		
2		
3		
4		
5		
Más de 5		
*Considerar en los vasos de agua que se consumen: los vasos de refrescos, sopas, jugos, etc.		

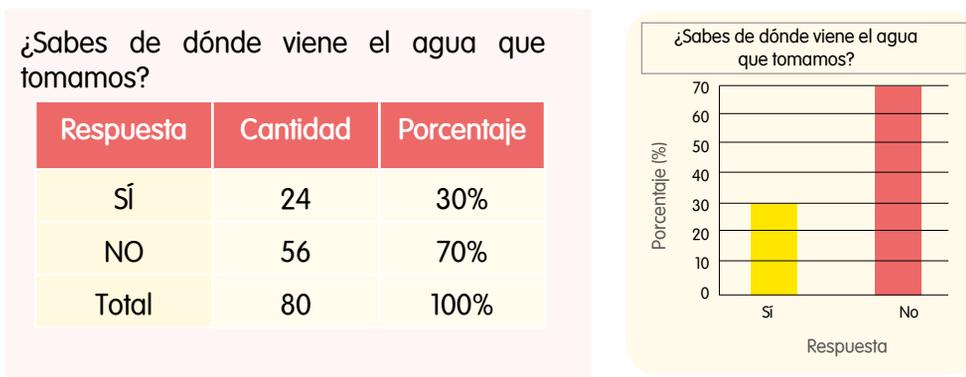
- Determinen a quiénes van a encuestar, es decir, cuál será la población. De esa población encuestarán a todos o solo una muestra representativa, es decir, solo a una cantidad determinada ¿Cómo seleccionar esa muestra?, ¿hay una técnica?

**Paso 3: Análisis de datos, que implica seleccionar una gráfica o métodos numéricos apropiados y utilizar estos métodos para analizar los datos.**

- Comprueban que en la tabla, el total de respuestas corresponde al total de encuestados.



- A partir de la tabla 1 se procede a realizar otros gráficos. Para este ciclo se recomienda una tabla de doble entrada, diagramas de árbol o gráficos lineales, pero se pueden incluir otros ya aprendidos en anteriores ciclos como diagrama de barras, pictogramas.



- En este ciclo también es propicio calcular el porcentaje, la moda y media aritmética a partir de los datos obtenidos y poder realizar el análisis de estos datos.
- Para dar mayor soporte a su investigación, solicita a los estudiantes que empleen procedimientos de recolección de datos de diversas fuentes de información indirectas, recortes de periódico, encartes de supermercado, revistas, lecturas, visita a instituciones de la región como ANA (Autoridad Nacional del Agua) del Ministerio de Agricultura, Sedapal, municipios, bibliotecas, resultados de la COP 20, ONG, etc.

#### Paso 4: Interpretar resultados, que implica comprender los resultados del análisis y relacionarlos con el problema planteado

- Los estudiantes reflexionan y comentan a través de algunas preguntas. Por ejemplo:
  - Antes de realizar la investigación, ¿sabías cómo cuidar el agua en la escuela?
  - Al saber cuánto de agua consumes, puedes ser más consciente en su ahorro y cuidado?
- Es muy importante que los estudiantes repasen el proceso que realizaron para desarrollar su investigación:
  - ¿Cómo hicieron para saber qué datos necesitaban y cómo los iban a conseguir?
  - ¿Cómo recolectaron los datos? ¿Cómo los organizaron? ¿Cómo los representaron? ¿les fue útil esta representación? ¿por qué?
  - ¿Les sirvió presentar los datos en porcentajes? ¿Por qué?
  - ¿Todos los grupos trabajaron con los mismos datos? ¿Comprobaste los resultados? ¿A tus compañeros y compañeras de grupo les salió igual? ¿por qué?
- Evalúan la importancia de la estadística en el estudio de una situación concreta de su realidad.
  - La investigación que han realizado sobre el agua, ¿les ha servido? ¿para qué? ¿Las opiniones que dan ahora respecto a este tema, les parece que tienen fundamento? Expliquen a su grupo.
  - El estudio realizado, ¿te ha planteado retos que debes asumir? ¿por qué?
- Promueven costumbres de cuidado del agua en su familia y generan nuevos hábitos. Elaboran carteles con sus propuestas:

##### ¡Ahorra agua!

Cierra el caño y la ducha mientras te lavas los dientes o enjabonas tus manos o tu cuerpo mientras te bañas.

##### ¡Ahorra agua!

No uses el inodoro como basurero.

##### ¡Ahorra agua!

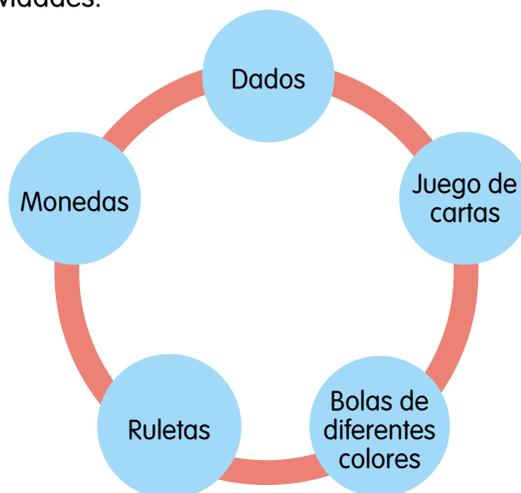
Regar las plantas temprano en la mañana o en la tarde cuando ya se ocultó el sol.

##### ¡Ahorra agua!

Constata que los caños y el inodoro no goteen. Avisa siempre a la persona responsable de su cuidado.

## 3.4.2 Recursos para plantear experimentos aleatorios

Del mismo modo, que hay materiales para los números y la geometría también es necesario contar con materiales para generar y plantear experimentos aleatorios asociados a las probabilidades. A continuación algunas sugerencias de materiales y propuesta de actividades.



### Dados

Existen dados de diferentes formas: los cúbicos, tetraédricos, dodecaédricos, etc. Con ellos puedes generar experimentos aleatorios para determinar la probabilidad.

**Actividad:** Al lanzar dos dados, ¿qué parejas de números podemos obtener?, ¿Cuántas son en total?

- Propiciar que el niño experimente libremente, para que pueda descubrir las propiedades matemáticas al respecto.
- Permite que registren los datos de diferentes formas: tablas, diagrama de árbol, etc.
- Que socialicen los resultados.
- Generar la construcción de los sucesos en pares ordenados: (2,5), (5,2).
- Realiza otras preguntas: ¿qué posibilidades tenemos de sacar como suma 1?, ¿qué posibilidades tenemos de sacar como suma un número comprendido entre 2 y 12 incluidos?

Estas pregunta dan lugar a suceso imposible y suceso seguro.



## Juego de cartas

**Actividad 1:** ¿Cuál de las siguientes experiencias se consideran como aleatorias y cuáles no:

- Sacar una carta y observar si es de corazones.
- Todas las cartas son reyes.
- Si saco una carta es seguro que sea menor que 12.

## Bolas de diferentes colores

**Actividad 1:** En una caja hay 4 bolas rojas, 3 verdes y 2 blancas. ¿Cuántas bolas se deben sacar sucesivamente para estar seguro de obtener una bola de cada color?

**Actividad 2:** En una bolsa tenemos 10 bolas, de las cuales 2 son blancas, 4 azules, 3 verdes y una negra. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola blanca?, ¿cuál es la probabilidad de sacar una bola azul?

## Ruletas

**Actividad 1:** Construye ruletas con dos, tres, cuatro o más sectores con colores distintos y otra con dos colores iguales.

**Actividad 2:** En la ruleta de la derecha:

- ¿Es seguro caer en un color?
- ¿Qué es más probable?
- ¿Cuál es la probabilidad de caer en un color en una ruleta de 5 sectores, donde 2 sectores son rojo, 2 amarillos y uno es blanco?



## Monedas

**Actividad 1:** Se lanza una moneda tres veces seguidas:

- ¿Es seguro sacar cara?
- ¿Es seguro sacar sello?
- Experimenta varias veces.
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener más resultados con cara?

**Actividad 2:** ¿Cuáles son todos los posibles sucesos al lanzar una moneda al aire?

**Actividad 3:** ¿Cuáles son todos los posibles sucesos al lanzar dos monedas al aire?

# Referencias bibliográficas

- BATANERO, C. (2001). *Los retos de la cultura estadística*. Granada: Universidad de Granada. Recuperado de: <http://www.s-a-e.org.ar/losretos.pdf>
- BUTTO, C; ROJANO, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, abril, 113-148. Fecha de consulta: 20/01/2015. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516105>
- BRESSAN, A. y BOGÍSIC, B.E (1996). Las regularidades: fuente de aprendizajes matemáticos. Consejo Provincial de Educación. Argentina. Fecha de consulta: 20/01/2015. [http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/disenio\\_desarrollo/matematica3.pdf](http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/disenio_desarrollo/matematica3.pdf)
- BRESSAN, A.; ZOLKOWER, B. y GALLEGO, M.F. (2004). La educación matemática realista. Principios en que se sustenta. Escuela de invierno en Didáctica de la Matemática. Fecha de consulta: 20/01/2015 en: [http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/articulo\\_escuela\\_invierno2.pdf](http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/articulo_escuela_invierno2.pdf)
- BAROODY, A.J. (2000). El pensamiento matemático de los niños. Madrid: Aprendizaje Visor.
- CASTRO, E. (Editor) (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. España: Editorial Síntesis, S.A.
- CASTRO, E.; RICO, L. y CASTRO, E. (1995). Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Bogotá: Editorial Iberoamérica. Fecha de consulta: 20/01/2015 en: <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CastroE95-2939.PDF>
- CALLEJO DE LA VEGA, María. (2000). *Educación matemática y ciudadanía. Propuestas desde los derechos humanos*. Santo Domingo: Centro Poveda. Fecha de consulta: 26/12/2014 <http://www.centropoveda.org/IMG/pdf/matematicasDDHH.pdf>
- CANTORAL, R. y FARFÁN, R. M. (2005). "Matemática educativa". *Conversus donde la ciencia se convierte en cultura*. Revista del Instituto Politécnico Nacional, México. Octubre, n.º 44, 26-34.
- CHAMORRO, C. (2006). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Editorial Pearson Prentice Hall.
- CABELLO SANTOS, Lili (2006). *La enseñanza de la geometría aplicando los modelos de recreación y reflexión a través de la funcionalidad de materiales educativos*. Ponencia presentada en el V Festival Internacional de Matemáticas.
- D'ÁMORE, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá: Editorial Cooperativa Magisterio.
- EQUIPO DE ORIENTACIÓN EDUCATIVA Y PSICOPEDAGÓGICA DE PONFERRADA. (2003). *Resolución de problemas aritméticos en educación primaria*. Ponferrada: CFIE de Ponferrada. Fecha de consulta: 26/12/2014. [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/mates/primaria/Resoluci\\_problemasEOE%20Ponferrada.pdf](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/mates/primaria/Resoluci_problemasEOE%20Ponferrada.pdf)
- FOUZ, F. *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría*. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>
- FERNÁNDEZ, J. (2000). *Técnicas creativas para la resolución de problemas de matemática*. Barcelona: Cisspraxis.
- FERNÁNDEZ, J. (2006). *Didáctica de la Matemática en la educación infantil*. Barcelona: Grupo Mayéutica-Educación.
- FERNÁNDEZ, K.; GUTIÉRREZ, I.; GÓMEZ, M.; JARAMILLO, L. y OROZCO, M. (2004). "El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar. Creencias y prácticas de docentes de Barranquilla (Colombia)". *Revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación de la Universidad del Norte*. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85300503>.

- FRANKLIN, C. (2007) *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: a pre-k-12 curriculum framework*. American Statistical Association Alexandria.
- FREUDENTHAL, Hans. (2000). "A mathematician on didactics and curriculum theory". K. Gravemeijer1 y J. Teruel. (2000). *Curriculum studies*, vol. 32, n.º 6, 777- 796.
- GARCÍA, J. (1992). Ideas, pautas y estrategias heurísticas para la resolución de problemas. Aula de Innovación Educativa. [Versión electrónica]. Revista Aula de Innovación Educativa 6.
- GAULIN, Claude. (2001). "Tendencias actuales en la resolución de problemas". *Sigma* n.º 19. Bilbao.
- GODINO, J. (2003). *Matemáticas y su didáctica para maestros*. Granada, España: Universidad de Granada. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/>
- GODINO, J.; FONT, V. y WILHELMI, M. (2006). "Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta". *Revista Latinoamericana de Investigación de Matemática Educativa*, número especial, 131-155. Fecha de consulta: 26/12/2014. [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/analisis\\_textos\\_suma\\_resta.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/analisis_textos_suma_resta.pdf)
- GOÑI, J. M. (Coord.). (2011). *Didáctica de las matemáticas*. Barcelona: Graó.
- GUZMÁN, P. (1956). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN Y ACREDITACIÓN DE LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA. (2012). *Mapas de Progreso del Aprendizaje: Matemática: Números y operaciones*. Lima: SINEACE-IPEBA.
- ISODA, M. y OLFOS, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- LESH, R. y DOERR, H. (2003). "Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving". LESH, R. y DOERR H. M. (eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, pp. 3-34. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- MALASPINA, U. (2008). *Intuición y rigor en la resolución de problemas de optimización. Un análisis desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática*. Tesis doctoral. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- MINEDU. (2014). *Marco del Sistema Curricular Nacional. Tercera versión para el Diálogo*. Lima: MINEDU.
- MINEDU. (2011). *Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en matemática*. Informe para el docente de los resultados de la Evaluación Censal a Estudiantes-2011. Lima: MINEDU.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada*. San José: Ministerio de Educación Pública.
- NISS M. (2003). "Quantitative Literacy and Mathematical Competencies". NATIONAL COUNCIL ON EDUCATION AND THE DISCIPLINES QUANTITATIVE LITERACY. *Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. New Jersey: National Council on Education and the Disciplines, pp. 215-220.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- OECD (2012). *Education at a Glance 2012: OECD Indicators*. OECD Publishing. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://dx.doi.org/10.1787/eag-2012-en>
- PISA 2012 *Mathematics Framework to OECD, November 30, 2010*. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46961598.pdf>
- SERRA, T., BATLLE, I. y TORRA, M. (1996). "Experimentos en clase de matemáticas de primaria". En *Revista UNO. Didáctica de las Matemáticas*. N.º 007 - Enero, Febrero, Marzo 1996.
- SECRETARÍA DE EDUCACIÓN. (2004). *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Educación General Básica*. Buenos Aires: Secretaría de Educación.
- SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. (2011). *Programas de Estudio 2011: Guía para el maestro. Educación Básica para Primaria*. México D. F.: Secretaría de Educación Pública.

# ANEXO 1: MATRICES DE LAS CUATRO COMPETENCIAS PARA EL QUINTO GRADO DE PRIMARIA

Competencia 1: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad			
Matematiza situaciones	<p><b>Comunica y representa ideas matemáticas</b></p> <p><b>Números naturales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números hasta seis cifras en diversos contextos de la vida diaria (sueldos, distancias, presupuestos comunales y regionales, aforo de un local, etc.).</li> <li>Elabora representaciones de números hasta seis cifras en forma concreta, pictórica, gráfica y simbólica<sup>1</sup>.</li> <li>Describe la comparación y el orden de números de hasta seis cifras.</li> </ul> <p><b>Tiempo y peso<sup>2</sup>:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la duración, estimación y comparación de eventos empleando minutos y segundos.</li> <li>Expresa la medida, estimación y la comparación del peso de objetos en unidades oficiales (gramo y kilogramo) usando sus equivalencias y notaciones.</li> </ul>	<p><b>Elabora y usa estrategias</b></p> <p><b>Números naturales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos para comparar, ordenar y estimar o redondear con números naturales.</li> </ul> <p><b>Tiempo y peso:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de medida, estimación y conversión al resolver problemas que impliquen estimar, medir directa o indirectamente el tiempo y peso de los objetos.</li> </ul>	<p><b>Razona y argumenta generando ideas matemáticas</b></p> <p><b>Números naturales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explica a través de ejemplos y contraejemplos<sup>3</sup> las diferentes formas de representar un número natural de seis cifras y sus equivalencias según su valor posicional.</li> </ul>

<sup>1</sup> Material concreto (ábaco, monedas y billetes), dibujos, gráficos (reta numérica) o representación simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva y multiplicativa, valor posicional en centena, decena y unidad de millar, centenas, decenas y unidades).

<sup>2</sup> Un contraejemplo consiste en proponer al estudiante desafíos contradictorios que tiene que resolver, contrario a las ideas matemáticas desarrolladas. Por ejemplo: Se propone la siguiente afirmación: "Todos los múltiplos de 2 terminan en 2, 4 y 8". El contraejemplo consiste en formular una expresión que muestre que la afirmación señalada no es válida. En este caso, no es verdad pues 10 es múltiplo de 2 porque  $2 \times 5 = 10$  y termina en cero. Un contraejemplo también permite construir definiciones, expresando ejemplos que no cumplen con la condición o propiedad estudiada.

<sup>3</sup> Peso y masa son dos conceptos y magnitudes físicas bien diferenciadas, sin embargo en el habla cotidiana - aunque erróneamente - se usa peso como sinónimo de masa ya que en cualquier punto de la Tierra la masa y el peso tienen el mismo valor, de ahí que popularmente ambas magnitudes se identifican. De otro lado en el habla coifiana, no se dice "cuánto de masa tienes" o "¿cuánto masas", es por ello que en este nivel las diferencias entre masa y peso no sean bien diferenciadas, por lo que no es oportuno diferencias ambos términos en este nivel.

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Problemas aditivos con números naturales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones no explícitas en problemas aditivos de una etapa<sup>4</sup>, expresándolos en un modelo de solución con números naturales.</li> <li>Usa un modelo de solución aditiva al plantear o resolver un problema en su contexto.</li> </ul>	<p><b>Problemas de división:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa con sus propias palabras lo que comprende del problema.</li> <li>Expresa mediante ejemplos su comprensión sobre las propiedades de la división.</li> </ul>	<p><b>Problemas aditivos y multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea propiedades o jerarquía de las operaciones combinadas con y sin paréntesis con números naturales, al resolver problemas aditivos o multiplicativos de varias etapas.</li> </ul>	
<p><b>Problemas de varias etapas con números naturales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones aditivas y multiplicativas en problemas de varias etapas<sup>5</sup> que combinen acciones de agregar, quitar, juntar, comparar, igualar, repetir, repartir o agrupar una cantidad; expresándolas en un modelo de solución aditiva y multiplicativa con números naturales.</li> </ul> <p><b>Problemas multiplicativos con números naturales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta relaciones entre los datos en problemas de división<sup>6</sup>, y los expresa en un modelo de solución con números naturales.</li> <li>Usa un modelo de solución aditiva o multiplicativa al plantear o resolver un problema.</li> </ul>			

<sup>4</sup> (PAEV) Problemas aditivos de igualación 3 y 4. Para este ciclo se plantea estos tipos de problemas por ser muy difíciles, según su estructura sintáctica.

<sup>5</sup> Problemas de varias etapas que combinen problemas aditivos con problemas multiplicativos.

<sup>6</sup> Problemas de análisis del residuo, problemas de utilización de la relación:  $D = d \cdot q + r$ ;  $r < d$ . Problemas para reconstruir el resto de la división.

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Problemas con fracciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas<sup>7</sup> que impliquen repartir, medir longitudes, partir superficies; expresándolos en un modelo de solución con fracciones.</li> </ul> <p><b>Problemas aditivos con fracciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas de una etapa<sup>8</sup>, expresándolos en un modelo de solución aditiva con fracciones.</li> </ul>	<p><b>Problemas con fracciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa en forma oral o escrita, el uso de las fracciones en diversos contextos de la vida diaria (recetas, medidas de longitud, capacidad, tiempo, precios, etc.).</li> <li>Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica<sup>10</sup> de las fracciones propias, impropias, números mixtos y fracción de una cantidad continua.</li> <li>Describe la comparación y orden de las fracciones propias y números mixtos, con soporte concreto y gráfico.</li> <li>Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la multiplicación con fracciones.</li> </ul>	<p><b>Problemas con fracciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos para comparar y ordenar con fracciones y fracciones decimales.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas o procedimientos para sumar y restar al resolver problemas con fracciones heterogéneas o fracción de un conjunto.</li> <li>Emplea procedimientos (fracciones equivalentes y algoritmos) para sumar, restar y multiplicar fracciones.</li> </ul>	<p><b>Problemas con fracciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Establece conjeturas sobre las relaciones de orden, comparación y equivalencia entre fracciones y decimales hasta el centésimo.</li> <li>Explica a través de ejemplos y contraejemplos las diferentes formas de representar fracciones, fracciones decimales y fracciones equivalentes.</li> <li>Establece diferencias entre fracciones propias e impropias, heterogéneas y homogéneas.</li> </ul>
<p><b>Problemas multiplicativos con fracciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea relaciones entre los datos en problemas<sup>9</sup>, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo de una fracción por un natural.</li> <li>Emplea un modelo de solución aditivo o multiplicativo con fracciones al plantear o resolver un problema.</li> </ul>			

<sup>7</sup> Problemas de fracciones que implican reparto, problemas de medida que impliquen comparación de longitudes y áreas.

<sup>8</sup> (PAEV) Problemas aditivos de cambio, comparación e igualación.

<sup>9</sup> Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple de repetición de una medida. Problemas de área.

<sup>10</sup> Material concreto (fregletes de colores, tiras de fracciones equivalentes lineales y circulares), dibujos, gráficos (recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, notación de fracciones).

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Problemas aditivos con decimales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones en problemas aditivos<sup>11</sup>, y los expresa en un modelo de solución aditivo con decimales hasta el centésimo.</li> </ul>	<p><b>Problemas aditivos con decimales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa en forma oral o escrita, el uso de los decimales en diversos contextos de la vida diaria (medidas de longitud, capacidad, tiempo, etc.) y en el sistema monetario nacional (billetes y monedas).</li> <li>Elabora representaciones concreta, gráfica y simbólica de los decimales hasta el centésimo y de sus equivalencias.</li> <li>Describe la comparación y orden de los decimales hasta el centésimo en la recta numérica, en el tablero posicional y según el valor posicional de sus cifras.</li> <li>Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la adición y sustracción de decimales hasta el centésimo.</li> </ul>	<p><b>Problemas aditivos con decimales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos para comparar, ordenar, estimar y redondear números decimales al entero más próximo.</li> <li>Emplea estrategias o recursos para ubicar y establecer equivalencias entre una fracción, fracción decimal y un decimal (<math>\frac{1}{10} = 0,1</math>; <math>\frac{35}{100} = \frac{3}{10} + \frac{5}{100}</math>) y entre diferentes unidades de longitud (1 m 5 cm = 1, 05 m).</li> <li>Emplea estrategias heurísticas<sup>12</sup> y procedimientos o estrategias de cálculo para sumar y restar con decimales exactos y fracciones decimales.</li> </ul>	<p><b>Problemas aditivos con decimales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explica a través de ejemplos con apoyo concreto, gráfico o simbólico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción con decimales.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina en qué otros problemas es aplicable el modelo.</li> </ul>		<p><b>Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones.</li> <li>Emplea la calculadora para resolver problemas y verificar sus resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende sus argumentos o conjeturas, usando ejemplos o contraejemplos.</li> <li>Explica sus procedimientos y resultados.</li> </ul>

<sup>11</sup> Problemas aditivos de una o más etapas que impliquen combinar problemas de cambio-cambio, cambio-combinación, cambio-comparación, etc.; con números decimales hasta el centésimo.  
<sup>12</sup> Estrategias heurísticas como hacer una simulación con material concreto, hacer un esquema, recta numérica.

Competencia 2: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio				
<p><b>Matematiza situaciones</b></p> <p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta relaciones en los elementos, de problemas de regularidad y los expresa en un patrón de repetición que combine un criterio geométrico de traslación y un criterio perceptual de color.</li> <li>Propone problemas de regularidad a partir de patrones de repetición que combinen un criterio geométrico de traslación y un criterio perceptual de color.</li> </ul>	<p><b>Comunica y representa ideas matemáticas</b></p> <p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza lenguaje matemático para expresar el criterio geométrico (traslación) que interviene en el patrón y la regla de formación creciente del patrón numérico.</li> </ul>	<p><b>Elabora y usa estrategias</b></p> <p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea estrategias heurísticas<sup>13</sup> para ampliar o crear patrones de repetición geométricos de traslación y criterios perceptuales.</li> </ul>	<p><b>Razona y argumenta generando ideas matemáticas</b></p> <p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas sobre los términos no conocidos del patrón a regla de formación creciente o constante de los patrones aditivos con números naturales o fracciones.</li> </ul>	
<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos en problemas de regularidad gráfica<sup>14</sup> y numérica, expresándolas en un patrón aditivo con números naturales o fracciones.</li> <li>Crear una regularidad a partir de un patrón aditivo con números naturales.</li> </ul>		<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de cálculo para ampliar o crear patrones aditivos con fracciones y números naturales, incluyendo el uso de la calculadora.</li> </ul>	<p><b>Patrones aditivos y multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas sobre los términos no conocidos en patrones multiplicativos con números naturales o fracciones.</li> </ul>	

<sup>13</sup> Simulación, tablas, empezar por atrás.

<sup>14</sup> Configuraciones puntuales, arreglos, figuras, etc.

<p><b>Matematiza situaciones</b></p> <p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones en problemas de equivalencia o equilibrio, expresándolos en ecuaciones simples de la forma <math>ax \pm b = c</math></li> </ul>	<p><b>Comunica y representa ideas matemáticas</b></p> <p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Representa el valor desconocido de una igualdad con íconos.</li> </ul>	<p><b>Elabora y usa estrategias</b></p> <p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos por tanteo, sustitución o agregando, quitando o repartiendo, para encontrar el valor o los valores desconocidos de una igualdad o ecuación.</li> <li>Emplea propiedades de las igualdades (sumar, restar, multiplicar o dividir en ambos lados de la igualdad) para hallar el término desconocido de una igualdad.</li> <li>Aplica la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición para formular igualdades.</li> </ul>	<p><b>Razona y argumenta generando ideas matemáticas</b></p> <p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende sus argumentaciones, usando ejemplos, sobre los procedimientos usados para resolver problemas de igualdades.</li> </ul>
<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos en problemas de variación entre dos magnitudes, expresándolos en una relación de proporcionalidad directa usando tablas.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las relaciones de proporcionalidad de dos magnitudes.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea estrategias de ensayo y error, experimentación, tablas, recojo de datos u operaciones para resolver problemas de relaciones de cambio o de proporcionalidad.</li> <li>Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones.</li> <li>Emplea la calculadora para resolver problemas y verificar sus resultados.</li> <li>Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas, usando ejemplos para afirmar que dos magnitudes son directamente proporcionales.</li> <li>Justifica sus conjeturas usando ejemplos y contraejemplos.</li> </ul>

### Competencia 3: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce elementos y propiedades de los objetos según sus caras, bases, altura, superficie lateral y los relaciona con prismas.</li> <li>Relaciona una construcción con cubos y sus diferentes vistas.</li> <li>Selecciona la estructura del sólido con cubos, para resolver un problema de construcción de prismas.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa las propiedades y elementos de cubos o prismas nombrándolos apropiadamente.</li> <li>Representa gráficamente las diferentes vistas bidimensionales que tiene una forma tridimensional.</li> <li>Construye figuras tridimensionales en forma concreta (origami modular), a partir de su medida e instrucciones escritas y orales.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Usa estrategias para construir cuerpos geométricos y dibujar figuras según sus vistas, usando diversos materiales e instrumentos de dibujo.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora conjeturas sobre las características semejantes de los prismas.</li> <li>Elabora conjeturas sobre los procedimientos matemáticos a aplicar en la solución de problemas de cálculo de volumen.</li> <li>Justifica la relación entre la clasificación de prismas según su base con la clasificación de polígonos.</li> </ul>
<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica características y propiedades geométricas explícitas según su perímetro y área en objetos y superficies de su entorno, expresándolos en un modelo basado en cuadriláteros y triángulos.</li> <li>Aplica las propiedades de los cuadriláteros o triángulos al plantear o resolver un problema.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las características y propiedades básicas de los cuadriláteros y triángulos con respecto a sus lados y ángulos y diagonales, paralelismo y perpendicularidad.</li> <li>Describe la construcción de formas bidimensionales a partir de sus elementos o propiedades.</li> <li>Representa en forma concreta (tangram, geoplano, origami) y gráfica (en cuadrículas, malla de puntos), cuadriláteros y triángulos, dados la medida de sus lados, ángulos, el perímetro o el área.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea diversos materiales y recursos para construir o dibujar figuras bidimensionales.</li> <li>Emplea procedimientos como componer o rotar figuras, estrategias de conteo de cuadraditos o composición de triángulos para calcular el área de paralelogramos y los trapecios a partir del área del rectángulo.</li> <li>Calcula el área del triángulo a partir del área del rectángulo.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Establece semejanzas y diferencias entre cuadrado y rectángulo, entre cuadrado y rombo, etc.</li> <li>Elabora conjeturas sobre las propiedades de los cuadriláteros y triángulos.</li> <li>Explica con ejemplos y contraejemplos las características de los cuadrados, rectángulos, rombos, triángulo rectángulo y equilátero, etc</li> <li>Establece diferencias entre el área y el perímetro de una figura.</li> </ul>

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos respecto a la localización de lugares y desplazamiento de los objetos en la localidad, expresándolos en un croquis usando puntos cardinales en un sistema de coordenadas.</li> <li>Emplea un sistema de coordenadas con puntos cardinales al resolver problemas de localización.</li> </ul>	<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe rutas de desplazamiento en guías, planos de ciudades utilizando referentes espaciales y otras referencias.</li> <li>Grafica en un plano cuadrículado la posición de un objeto.</li> </ul>		
<p><b>Ampliación y reducción:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica condiciones y características de los objetos de su entorno, expresándolos en un modelo de ampliación y reducción de figuras en un plano cuadrículado.</li> <li>Aplica la ampliación y reducción de figuras a otros problemas similares.</li> </ul>	<p><b>Ampliación y reducción:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la transformación de ampliación y reducción de una figura en el plano cuadrículado.</li> <li>Construye de una misma figura dos o más ampliaciones o reducciones en un plano cuadrículado o en el plano cartesiano.</li> </ul>	<p><b>Ampliación y reducción:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de cálculo y relaciones de proporcionalidad para ampliar o reducir una figura.</li> </ul>	<p><b>Ampliación y reducción:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora conjeturas sobre la relación entre la ampliación y reducción con la proporcionalidad.</li> </ul>
		<p><b>Ampliación y reducción:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones.</li> <li>Elabora o ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas.</li> </ul>	

Competencia 4 : Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones (hasta dos variables cualitativas o cuantitativas discretas) en diversos problemas estadísticos y los expresa en tablas de doble entrada, gráficos de barras dobles o gráficos de puntos.</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza preguntas relevantes para un tema de estudio y sus posibles opciones de respuesta, a través de encuestas.</li> <li>Describe información no explícita contenida en tablas, gráficos de barras dobles, gráficos de puntos.</li> <li>Organiza los datos en tablas y los representa en gráfico de barras dobles o gráfico de puntos.</li> <li>Describe el comportamiento de un grupo de datos, usando como referencia la moda de un conjunto de datos.</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea una secuencia ordenada de acciones que demandan recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos.</li> <li>Emplea procedimientos de recolección de datos como fuentes de información indirectas (recortes de periódico, encartes de supermercado, revistas, lecturas, etc.).</li> <li>Calcula la moda de un grupo de datos ordenando los datos en tablas de frecuencia.</li> </ul>	<p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus predicciones sobre la tendencia del comportamiento de los datos, a partir del gráfico lineal.</li> </ul>
<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica todos los posibles resultados de una situación aleatoria y los resultados favorables de un evento, expresando su probabilidad como fracción.</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza expresiones como "más probable", "menos probable", para comparar la ocurrencia de dos sucesos provenientes de la misma situación aleatoria.</li> <li>Registra los datos en diagrama de árbol a partir de experimentos aleatorios.</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Registra en una tabla la frecuencia de ocurrencia de los eventos o fenómenos.</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora supuestos sobre la ocurrencia de sucesos con lo más probable y menos probable, basadas en experiencias concretas.</li> </ul>

# ANEXO 2: MATRICES DE LAS CUATRO COMPETENCIAS PARA EL SEXTO GRADO DE PRIMARIA

Competencia 1: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad			
Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Problemas de varias etapas con números naturales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta relaciones aditivas y multiplicativas con datos no explícitos, en problemas de varias etapas<sup>1</sup>, y los expresa en un modelo de solución que combinen las cuatro operaciones con números naturales.</li> </ul>	<p><b>Números naturales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números mayores de seis cifras en diversos contextos de la vida diaria (distancias, presupuestos, precios de casas, premios de lotería, etc.).</li> <li>Elabora representaciones de números mayores de seis cifras en forma simbólica<sup>2</sup>.</li> <li>Describe la comparación y el orden de números mayores de seis cifras.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas.</li> <li>Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones.</li> <li>Emplea la calculadora para resolver problemas y verificar sus resultados.</li> <li>Emplea procedimientos para realizar operaciones con números naturales.</li> <li>Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas con números naturales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende sus argumentos o conjeturas, usando ejemplos o contraejemplos.</li> </ul>
	<p><b>Tiempo y peso:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la duración, estimación y comparación de eventos empleando años, décadas y siglos.</li> <li>Expresa la medida, estimación y la comparación del peso de objetos en unidades oficiales usando sus equivalencias y notaciones más usuales.</li> </ul>	<p><b>Tiempo y peso:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de medida, estimación y conversión al resolver problemas que impliquen estimar, medir directa o indirectamente el tiempo y peso de los objetos.</li> </ul>	

<sup>1</sup> Problemas de varias etapas que combinen problemas aditivos con problemas multiplicativos. Problemas multiplicativos de combinación-multiplicación y combinación-división o producto cartesiano.

<sup>2</sup> Simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva y multiplicativa, valor posicional en millones, centena, decena y unidad de millar; centenas, decenas y unidades).

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Problemas de potencia cuadrada y cúbica:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordena datos en problemas recursivos y de producto de medidas<sup>5</sup> y los expresa en modelos referidos al cuadrado y cubo de un número natural.</li> <li>• Aplica modelos referidos a la potenciación al plantear y resolver problemas relacionados con la potencia cuadrada y cúbica.</li> </ul>	<p><b>Problemas de potencia cuadrada y cúbica:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de la potencias cuadradas y cúbicas de un número natural.</li> </ul>	<p><b>Problemas de potencia cuadrada y cúbica:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas relacionados a potencias cuadrada y cúbica.</li> </ul>	<p><b>Problemas de potencia cuadrada y cúbica</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece conjeturas respecto a las propiedades y resultados de la potencia cuadrada y cúbica de un número natural.</li> </ul>
<p><b>Múltiplos y divisores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea relaciones entre los datos en problemas<sup>4</sup> y los expresa en un modelo relacionado a múltiplos y divisores de un número.</li> <li>• Aplica modelos referidos a los múltiplos y divisores comunes de un número.</li> </ul>	<p><b>Múltiplos y divisores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora representaciones concreta, gráfica y simbólica<sup>5</sup> de los múltiplos y divisores de un número, mínimo común múltiplo y máximo común divisor.</li> </ul>	<p><b>Múltiplos y divisores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas, el MCD y el mcm para resolver problemas simples de múltiplos y divisores con números naturales.</li> </ul>	<p><b>Múltiplos y divisores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece conjeturas respecto a los múltiplos y divisores de un número.</li> <li>• Justifica cuando un número es múltiplo o divisor del otro</li> </ul>
<p><b>Problemas con fracciones como cociente y como operador:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea relaciones entre los datos en problemas<sup>6</sup> expresándolos en un modelo de solución con fracciones como cociente.</li> <li>• Plantea relaciones entre los datos en problemas<sup>7</sup> expresándolos en un modelo de solución con fracciones como operador.</li> </ul>	<p><b>Fracciones y decimales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora diversas representaciones sobre la fracción de un conjunto.</li> <li>• Elabora representaciones concreta, gráfica y simbólica de los significados de la fracción y sus operaciones (división).</li> <li>• Describe la comparación y orden de las fracciones decimales<sup>8</sup> con soporte concreto y gráfico.</li> </ul>	<p><b>Fracciones y decimales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos o estrategias de cálculo para resolver problemas con fracciones.</li> </ul>	<p><b>Fracciones y decimales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece conjeturas sobre las relaciones de orden, comparación y equivalencia entre fracciones, fracción decimal y decimales hasta el milésimo.</li> </ul>

<sup>3</sup> Problemas recursivos que impliquen por ejemplo: un cajón contiene 6 cajas con 6 estuches de 6 lápices cada uno. Problemas de productos de medida que impliquen el área de un cuadrado y el volumen del cubo.

<sup>4</sup> Problemas que impliquen el uso de múltiplos y divisores de números naturales, buscar divisores comunes entre varios números o múltiplos comunes a varios números, descomposición multiplicativa de un número.

<sup>5</sup> Material concreto (objetos, regletas de colores, base diez), pictórico, gráfica (descomposiciones rectangulares, tablero cien, recta numérica, diagramas de Venn) y simbólicas.

<sup>6</sup> Problemas de fracciones que impliquen reconocer que la fracción es un cociente: ¿existe una número natural que multiplicado por 6, dé como resultado 8? ¿Y una fracción? ¿Cuál es el resultado de dividir 8 entre 6?

<sup>7</sup> Problemas de fracciones como operador que impliquen reconocer la fracción de un conjunto o una cantidad discreta (conjunto de objetos, por ejemplo:  $\frac{1}{4}$  de 28 caramelos). Problemas que impliquen la fracción una cantidad continua (una superficie, una longitud, el tiempo, por ejemplo:  $\frac{1}{4}$  de hora,  $\frac{1}{4}$  de kilómetro)

<sup>8</sup> Fracciones decimales son aquellas cuyos denominadores es una potencia de 10. Por ejemplo:  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1000}$ , etc.

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Problemas multiplicativos con fracciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea relaciones entre los datos en problemas, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo entre fracciones.</li> <li>• Interpreta datos y relaciones en problemas que impliquen repartir, partir una longitud o superficie y los expresa en un modelo de solución de división entre una fracción y un entero.</li> <li>• Emplea un modelo de solución aditivo o multiplicativo con fracciones al plantear o resolver un problema.</li> </ul> <p><b>Problemas aditivos y multiplicativos con decimales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreta datos y relaciones no explícitas, en problemas de varias etapas<sup>9</sup>, y los expresa en un modelo de solución aditivo que combinen las cuatro operaciones con decimales.</li> <li>• Identifica datos en situaciones<sup>10</sup>, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo con decimales.</li> </ul>	<p><b>Problemas aditivos y multiplicativos con decimales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números decimales hasta el milésimo y fracción decimal en diversos contextos de la vida diaria (recetas, medidas muy pequeñas, etc.).</li> <li>• Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica<sup>11</sup> de números decimales hasta el milésimo y sus equivalencias.</li> <li>• Describe la comparación y orden de los decimales hasta el milésimo en la recta numérica, en el tablero posicional y según el valor posicional de sus cifras.</li> <li>• Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la multiplicación o división con decimales.</li> </ul>	<p><b>Problemas aditivos y multiplicativos con decimales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos para comparar, ordenar, redondear números decimales a los décimos, centésimos y ubicar números decimales entre dos números decimales.</li> <li>• Emplea estrategias o recursos para establecer equivalencias y conversiones entre decimales, fracción decimal, fracción o porcentajes y entre diferentes unidades de masa o longitud.  <math display="block">10,25 \text{ kg} = \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100}</math> <math display="block">= \frac{1}{4} \text{ kg} = 250 \text{ g}</math></li> <li>• Emplea estrategias heurísticas<sup>12</sup> y procedimientos o estrategias de cálculo para sumar, restar, multiplicar y dividir con decimales exactos.</li> </ul>	<p><b>Problemas aditivos y multiplicativos con decimales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica a través de ejemplos y contraejemplos las diferentes formas de representar un número decimal según su valor posicional.</li> </ul>

<sup>9</sup> Problemas aditivos de varias etapas con números decimales hasta el centésimo.

<sup>10</sup> Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple de repetición de una medida, de comparación de ampliación y reducción. Problemas de áreas que impliquen medidas en números decimales.

<sup>11</sup> Material concreto (material base diez, regletas), gráfica (ábaco, base diez, cuadrícula de 10 x10, diagramas de tiras) y simbólica (tablero de valor posicional, valor posicional de sus cifras,  $0,75 = 3/4$ )

<sup>12</sup> Estrategias heurísticas como hacer una simulación con material concreto, hacer un esquema, recta numérica.

<p><b>Matematiza situaciones</b></p> <p><b>Porcentajes:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea relaciones entre los datos en situaciones, expresándolos en un modelo de solución con porcentajes usuales.</li> <li>• Emplea un modelo de solución referido a porcentajes usuales al crear o resolver problemas.</li> </ul>	<p><b>Comunica y representa ideas matemáticas</b></p> <p><b>Porcentajes:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa en forma oral o escrita, el uso de porcentajes más usuales<sup>13</sup> en diversos contextos de la vida diaria (recetas, distancias, ofertas, etc.).</li> <li>• Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica<sup>14</sup> de porcentajes más usuales.</li> </ul>	<p><b>Elabora y usa estrategias</b></p> <p><b>Porcentajes:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas<sup>15</sup>, procedimientos y estrategias de cálculo al resolver problemas con porcentajes más usuales.</li> </ul>	<p><b>Razona y argumenta generando ideas matemáticas</b></p> <p><b>Porcentajes:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica el procedimiento realizado al resolver problemas con porcentajes.</li> </ul>
<p>• Comprueba si el modelo usado permitió resolver el problema.</p>			

<sup>13</sup> Problemas aditivos de varias etapas con números decimales hasta el centésimo.

<sup>14</sup> Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple de repetición de una medida, de comparación de amplificación y reducción. Problemas de áreas que impliquen medidas en números decimales.

<sup>15</sup> Hacer la simulación con material concreto, hacer un esquema como la cuadrícula de  $10 \times 10$ .

## Competencia 2: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones no explícitas en situaciones de regularidad, expresándolos en un patrón de repetición geométrico con traslaciones y giros de cuartos y medias vueltas.</li> <li>Propone situaciones de regularidad a partir de patrones de repetición geométricos con traslaciones y giros de cuartos y medias vueltas.</li> </ul>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza lenguaje matemático para expresar los criterios geométricos (con traslaciones y giros) que intervienen en la formación del patrón y la regla de formación creciente del patrón numérico.</li> </ul>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas.</li> <li>Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones.</li> <li>Emplea la calculadora para resolver problemas y verificar sus resultados.</li> </ul>	<p><b>Patrones de repetición:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas sobre la predicción de algunos términos no conocidos de un patrón geométrico (con traslación y giros).</li> </ul>
<p><b>Patrones aditivos o multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos en problemas de regularidad numérica y gráfica<sup>16</sup>, expresándolos en un patrón aditivo o multiplicativo o con potencias, que depende de la posición del elemento.</li> <li>Crear una regularidad gráfica a partir de un patrón numérico.</li> </ul>		<p><b>Patrones aditivos o multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos de cálculo para ampliar, completar o crear patrones numéricos y gráficos, cuya regla de formación depende de la posición del elemento, con números naturales, fracciones o decimales.</li> </ul>	<p><b>Patrones aditivos o multiplicativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica sus conjeturas sobre los términos no conocidos en patrones numéricos-gráficos.</li> </ul>

<sup>16</sup> Situaciones de regularidad con configuraciones puntuales o patrones gráficos de crecimiento: crecimientos de cuadrados, área de cubos apilados, etc.

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos y variables en problemas de equivalencia y equilibrio, expresándolos en ecuaciones o igualdades<sup>17</sup>.</li> <li>Modifica una ecuación o igualdad al plantear o resolver otros problemas.</li> </ul>	<p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Representa el valor desconocido de una ecuación con letras.</li> </ul>	<p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea procedimientos por tanteo, sustitución o agregando, quitando o repartiendo para encontrar el valor o los valores de una ecuación, o de una inecuación.</li> <li>Emplea propiedades de simplificación de términos al resolver una ecuación.</li> </ul>	<p><b>Ecuaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende argumentaciones propias y de otros, usando ejemplos, sobre el procedimiento utilizado para resolver problemas de igualdades o desigualdades.</li> </ul>
<p><b>Desigualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos y variables en una situación de desequilibrio o desigualdad y las expresa en modelos relacionados a una inecuación sencilla, por ejemplo de la forma: <math>a &lt; x</math> o <math>a + x &gt; b</math></li> <li>Modifica una desigualdad al plantear o resolver otros problemas.</li> </ul>	<p><b>Desigualdades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Representa una desigualdad con material concreto, gráfico y simbólico.</li> </ul>		
<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta los datos en una situación de variación entre dos magnitudes, expresándolos en una relación de proporcionalidad directa.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza tablas o gráficos en el plano cartesiano, para expresar la proporcionalidad directa entre dos magnitudes.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Emplea estrategias de ensayo y error, experimentación, tablas, recojo de datos u operaciones para resolver problemas de relaciones de cambio o de proporcionalidad.</li> </ul>	<p><b>Problemas de proporcionalidad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Justifica y defiende argumentaciones propias y de otros, usando ejemplos, para afirmar que dos magnitudes son directamente proporcionales.</li> </ul>

<sup>17</sup> Según Godino en su libro Razonamiento Algebraico; hay tres tipos de igualdad: las que se refieren a una identidad o propiedad  $(a + (b \times c) = a \times b + a \times c)$ , a una ecuación  $(a + \square = b)$  o a una fórmula (área de un rectángulo = largo  $\times$  ancho)

### Competencia 3: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea relaciones respecto a los elementos y propiedades de las cajas o cubos y los relaciona con los prismas y pirámides.</li> <li>• Relaciona una forma tridimensional con sus diferentes vistas.</li> <li>• Selecciona el desarrollo o las plantillas de las formas tridimensionales para resolver un problema de construcción de prismas y pirámides.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa la medida del área lateral y total del prisma y la pirámide en unidades convencionales a partir de sus plantillas o redes.</li> <li>• Expresa la medida del volumen de cubos y prismas en unidades patrón (cubitos de <math>1\text{ cm}^3</math>, estructuras de <math>1\text{ m}^3</math>).</li> <li>• Construye prismas y pirámides con material concreto (origami modular, plantillas), gráfico (papel isométrico) usando instrumentos de dibujo; a partir de indicaciones sobre su medida o su forma.</li> <li>• Representa la medida del volumen del cubo y del prisma recto rectangular, con material concreto (material base diez) y gráfico.</li> <li>• Explica lo que comprende sobre la relación entre volumen y la medida de capacidad de los objetos.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea procedimientos de cálculo para encontrar el área de una superficie del prisma y el volumen de un prisma cuadrangular o rectangular en unidades arbitrarias.</li> <li>• Usa estrategias para estimar y medir el volumen en unidades arbitrarias (cubitos) y la capacidad de objetos y recipientes en litros y mililitros.</li> </ul>	<p><b>Formas tridimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece conjeturas sobre la relación entre el área lateral y el área total de los prismas.</li> <li>• Establece semejanzas y diferencias entre los prismas y las pirámides.</li> <li>• Elabora conjeturas sobre la relación entre el volumen y la capacidad.</li> </ul>
<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica características y propiedades geométricas en objetos y superficies de su entorno, expresándolos en figuras geométricas bidimensionales (círculo circunferencia, polígonos regulares hasta 10 lados).</li> <li>• Aplica las propiedades de las figuras bidimensionales al plantear o resolver una situación.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Describe las propiedades y relaciones del círculo y la circunferencia y de los polígonos regulares según sus lados y sus ángulos.</li> <li>• Construye la circunferencia usando instrumentos de dibujo.</li> <li>• Construye polígonos regulares en forma concreta (origami, tiras de mecana, etc.) y en forma gráfica.</li> <li>• Representa gráficamente formas bidimensionales en el plano cartesiano, así como sus ampliaciones y reducciones.</li> <li>• Expresa la medida de superficie usando unidades convencionales (<math>\text{km}^2</math>, <math>\text{m}^2</math>).</li> <li>• Expresa la medida de distancias muy largas, usando unidades convencionales (km).</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa estrategias para construir y dibujar figuras según sus vistas y la rotación, usando diversos materiales, instrumentos de dibujo.</li> <li>• Usa recursos: instrumentos de medición (cinta métrica) y unidades convencionales para medir y comparar longitudes y distancias muy grandes.</li> <li>• Emplea estrategias que implican cortar la figura en papel y reacomodar las piezas, dividir en cuadrillos de <math>1\text{ cm}^2</math> y el uso de operaciones para determinar el área y el perímetro de figuras bidimensionales.</li> </ul>	<p><b>Formas bidimensionales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora conjeturas sobre la relación entre perímetro y área de formas bidimensionales, entre áreas de cuadriláteros y triángulos.</li> <li>• Establece conjeturas y las verifica sobre la relación entre el radio y el diámetro de la circunferencia.</li> <li>• Establece características semejantes en los polígonos regulares.</li> </ul>

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones no explícitas respecto a la localización de lugares o desplazamiento de objetos en la localidad expresándolos en un croquis en el primer cuadrante del plano cartesiano.</li> <li>Emplea el plano cartesiano al resolver situaciones de localización.</li> </ul>	<p><b>Ubicación y desplazamiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe rutas de desplazamiento en guías, planos de ciudades utilizando referentes espaciales y otras referencias.</li> <li>Grafica en el plano cartesiano la posición de un lugar usando puntos cardinales.</li> </ul>		
<p><b>Rotación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta datos y relaciones no explícitas en objetos del entorno, al elaborar un modelo basado en la rotación (en un cuarto de vuelta y media vuelta) de figuras en un plano cuadrículado.</li> <li>Aplica las transformaciones geométricas de simetría, traslación, ampliación y reducción a otros problemas similares.</li> </ul>	<p><b>Rotación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe la rotación de una figura en el plano cuadrículado o en el plano cartesiano.</li> <li>Representa en forma concreta (geoplano), gráfica y simbólica (pares ordenados) traslaciones, reflexiones y giros (cuartos y medias vueltas) de formas bidimensionales; y relaciona los tres tipos de representación.</li> </ul>	<p><b>Rotación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Usa estrategias para rotar figuras a partir de sus vértices, incluyendo el uso de instrumentos como compás, transportador.</li> </ul>	<p><b>Rotación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explica el procedimiento usado para construir figuras y rotarlas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina en qué otros problemas es aplicable el modelo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora o ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones.</li> </ul>	

## Competencia 4 : Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

<p><b>Matematiza situaciones</b></p> <p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Interpreta los datos y relaciones no explícitas en diversas situaciones y los expresa en una tabla de doble entrada, diagramas de árbol o gráficos lineales.</li> <li>● Selecciona el modelo gráfico estadístico más adecuado al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<p><b>Comunica y representa ideas matemáticas</b></p> <p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Realiza preguntas relevantes para un tema de estudio y sus posibles opciones de respuesta a través de encuestas.</li> <li>● Determina la tendencia de un conjunto de datos a partir de su gráfico.</li> <li>● Representa de diferentes formas un conjunto de datos, empleando gráficos estadísticos.</li> </ul>	<p><b>Elabora y usa estrategias</b></p> <p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Plantea una secuencia ordenada de acciones que demandan recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos.</li> <li>● Emplea procedimientos de recolección de datos como fuentes de información indirectas (recortes de periódico, encartes de supermercado, revistas, lecturas, etc.).</li> </ul>	<p><b>Razona y argumenta generando ideas matemáticas</b></p> <p><b>Problemas con datos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Toma decisiones o elabora recomendaciones sobre el tema en estudio y las justifica.</li> <li>● Expresa sus conclusiones respecto a la información obtenida.</li> </ul>
<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Identifica todos los posibles resultados de una situación aleatoria y los resultados favorables de un evento, expresando su probabilidad como cociente.</li> </ul>	<p><b>Medidas de tendencia central:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Expresa lo que comprende sobre el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos con ejemplos y apoyo gráfico.</li> <li>● Describe el comportamiento de un grupo de datos, usando como referencia la media aritmética y la moda del conjunto de datos.</li> </ul>	<p><b>Medidas de tendencia central:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Determina la media de un grupo de datos usando operaciones de igualación de valores o el algoritmo de la media.</li> </ul>	<p><b>Medidas de tendencia central:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Justifica sus predicciones sobre la tendencia del comportamiento de los datos, a partir del gráfico lineal.</li> </ul>
<p><b>Problemas aleatorios:</b></p>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Expresa lo que comprende sobre la probabilidad de un evento o suceso con apoyo de ejemplos y usando lenguaje matemático.</li> <li>● Registra en una tabla o diagrama de árbol, los resultados de un experimento aleatorio.</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Calcula la probabilidad de un evento por medio de la regla de Laplace. (cociente entre casos favorables y el total de casos).</li> </ul>	<p><b>Problemas aleatorios:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Elabora conjeturas sobre el resultado de un experimento aleatorio, basándose en experiencias concretas.</li> <li>● Compara probabilidades de distintos eventos, sin calcularlas.</li> </ul>

# ANEXO 3: MAPAS DE PROGRESO DE LAS COMPETENCIAS

## Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

II CICLO/ 5 años

Identifica situaciones referidas a agregar o quitar objetos y las asocia con nociones aditivas<sup>1</sup>. Expresa con su propio lenguaje sobre agrupar objetos por características perceptuales, ordenar<sup>2</sup> hasta 5 objetos, ordenar objetos en una fila y señalar hasta el quinto lugar, comparar la duración de eventos cotidianos usando “antes” o “después”, comparar de manera cuantitativa colecciones de objetos usando algunos términos matemáticos o cuantificadores: “más que”, “menos que”, “pocos”, “ninguno” y “muchos”. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para experimentar o resolver situaciones de manera vivencial y con apoyo de material concreto; emplea estrategias y procedimientos como agrupar, agregar y quitar objetos hasta 5, contar hasta 10 objetos, y comparar el peso<sup>3</sup> de dos objetos, con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

III CICLO/ 1.º y 2.º de primaria

Identifica datos en situaciones referidos a acciones de juntar, separar, agregar, quitar, igualar o comparar cantidades y los expresa en modelos de solución aditivas<sup>4</sup>, doble y mitad. Expresa los criterios para clasificar objetos en grupos y subgrupos, ordenar números naturales hasta 100, estimar y comparar la duración de eventos, empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos o cuantificadores “todos”, “algunos” y “ninguno”. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas de doble entrada y en forma simbólica. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar, contar y ordenar cantidades hasta 100, medir y comparar la masa de objetos con unidades arbitrarias; con apoyo de material concreto. Comprueba los procedimientos y estrategias usados. Elabora supuestos y explica el porqué de sus afirmaciones, procedimientos o resultados con ejemplos.

IV CICLO/ 3.º y 4.º de primaria

Plantea relaciones entre los datos en situaciones que combinan una o más acciones de agregar, combinar, igualar, comparar, repetir o repartir una cantidad, y los expresa con modelos aditivos o multiplicativos con números naturales y fracciones usuales. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre: reagrupar con criterios distintos, ordenar números naturales hasta millares, medir la masa de objetos en gramos y kilogramos, medir la duración de eventos en horas, medias horas o cuartos de hora, el significado de la noción de división y fracción, problemas aditivos<sup>5</sup> y multiplicativos<sup>6</sup>; los representa mediante tablas de doble entrada y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo mental y escrito, conteo, orden con cantidades de hasta cuatro cifras; estimar, medir y comparar la masa de objetos y la duración de eventos empleando unidades convencionales, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas trabajadas y las justifica usando ejemplos.

V CICLO/ 5.º y 6.º de primaria

Interpreta datos y relaciones no explícitas de situaciones diversas referidas a una o varias acciones de comparar e igualar dos cantidades con números naturales, expresiones decimales, fraccionarias o porcentajes, y los relaciona con modelos aditivos<sup>7</sup> y multiplicativos<sup>8</sup>. Determina en que otras situaciones es aplicable. Describe, utilizando el lenguaje matemático, su comprensión sobre el significado de: la equivalencia entre fracciones, decimales y porcentajes y la noción de potencia; compara y estima la masa de objetos en unidades convencionales, y la duración de eventos en minutos y segundos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y estimación con porcentajes usuales<sup>9</sup> y números naturales, fracciones y decimales; estimar, medir directa o indirectamente la masa de objetos y la duración de eventos; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre procedimientos, propiedades de los números y las operaciones trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

<sup>1</sup> Problemas PAEV: Cambio 1 y 2.

<sup>2</sup> Seriación

<sup>3</sup> Coloquialmente se dice peso cuando nos referimos a la masa de un objeto, pero lo formal es decir masa.

<sup>4</sup> Problemas PAEV: Cambio 3 y 4, Combinación 2, y Comparación e igualación 1 y 2.

<sup>5</sup> Problemas PAEV: Cambio 5 y 6, Comparación e igualación 3 y 4.

<sup>6</sup> Problemas multiplicativos (proporcionalidad simple)

<sup>7</sup> Problemas PAEV: Comparación e igualación 5 y 6.

<sup>8</sup> Problemas multiplicativos conocidos como de producto cartesiano.

<sup>9</sup> 10%, 20%, 25%, 50%, 75%.

Discrimina información e identifica relaciones no explícitas en situaciones referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra y aumentos o descuentos sucesivos, y las expresa mediante modelos referidos a operaciones, múltiplo o divisores, aumentos y porcentajes. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas<sup>10</sup>, su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con números enteros y racionales, y variaciones porcentuales; medir la masa de objetos en toneladas y la duración de eventos en décadas y siglos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática usando tablas y símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas empleando estrategias heurísticas, procedimientos para calcular y estimar con porcentajes, números enteros, racionales y notación exponencial; estimar y medir la masa, el tiempo y la temperatura con unidades convencionales; con apoyo de diversos recursos y TIC. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones numéricas o propiedades de operaciones observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.

Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre magnitudes, números grandes y pequeños, y los expresa en modelos referidos a: operaciones con números racionales e irracionales, notación científica, tasas de interés simple y compuesto. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre las propiedades de los números irracionales, notación científica, tasa de interés. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemáticas, usando símbolos y tablas. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para calcular y estimar tasas de interés, operar con números expresados en notación científica, determinar la diferencia entre una medición exacta o aproximada; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones referidas a conceptos y propiedades de los números racionales, las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten el uso de sus conocimientos matemáticos.

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones o restricciones de situaciones referidas a determinar cantidades expresadas mediante logaritmos; y las expresa mediante operaciones en diferentes sistemas numéricos y una combinación de modelos financieros. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: propiedades de los números y las operaciones en los sistemas numéricos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos TIC, estrategias heurísticas y las propiedades de los números y operaciones en los diferentes sistemas numéricos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros..

<sup>10</sup> Convenciones matemáticas: por ejemplo, convenir que el cero es múltiplo de todos los números.

## Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

**II CICLO/ 5 años** Reconoce patrones de repetición<sup>1</sup> en secuencias sonoras, de movimientos o perceptuales. Expresa con su propio lenguaje patrones y relaciones entre objetos de dos colecciones. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone y realiza acciones para experimentar o resolver una situación de manera vivencial y con material concreto, emplea estrategias y procedimientos propios para ampliar, completar o crear patrones con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

**III CICLO/ 1.º y 2.º de primaria** Identifica datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, y las expresa con patrones de repetición<sup>2</sup> y patrones aditivos, igualdades que contienen adiciones y sustracciones. Describe patrones, equivalencias y relaciones empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas simples y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias agregando o quitando cantidades<sup>3</sup> o para hallar un valor desconocido, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos o resultados. Elabora supuestos basados en lo observado en experiencias concretas y los explica usando ejemplos similares.

**IV CICLO/ 3.º y 4.º de primaria** Plantea relaciones entre los datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio; y la expresa con patrones de repetición<sup>4</sup> o patrones multiplicativos, igualdades con multiplicaciones y relaciones de cambio entre dos magnitudes. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre patrones, equivalencias y cambio. Elabora y emplea tablas simples, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias con expresiones multiplicativas o hallar el valor desconocido en una igualdad multiplicando o dividiendo, establecer equivalencias entre unidades de medida de una misma magnitud, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas y las justifica usando ejemplos.

**V CICLO/ 5.º y 6.º de primaria** Interpreta datos y relaciones no explícitas en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio entre dos magnitudes; y los expresa con modelos referidos a patrones geométricos, patrones crecientes y decrecientes, ecuaciones, desigualdades, y proporcionalidad directa y determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe utilizando lenguaje matemático acerca de su comprensión sobre: patrones, ecuaciones y desigualdades, y relaciones de proporcionalidad directa. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con tablas, gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para completar términos de una sucesión gráfica o numérica de acuerdo a su posición, simplificar expresiones o ecuaciones empleando propiedades aditivas y multiplicativas o establecer equivalencias entre unidades de una misma magnitud; con apoyo de recursos; y compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre regularidades, equivalencias y relaciones entre dos magnitudes, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

<sup>1</sup> Patrones de repetición con un criterio perceptual (color, forma, tamaño, grosor).

<sup>2</sup> Patrones de repetición con dos criterios perceptuales.

<sup>3</sup> Equivalencias con igualdades que involucran adiciones y sustracciones con cantidades hasta 20.

<sup>4</sup> Patrones de repetición que combinan criterios perceptuales y de posición.

Discrimina información e identifica variables relaciones no explícitas en situaciones diversas referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a patrones geométricos<sup>5</sup>, progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y relaciones de proporcionalidad inversa. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Usa terminologías, reglas y convenciones al expresar su comprensión sobre propiedades y relaciones matemáticas referidas a: progresiones aritméticas, ecuaciones lineales, desigualdades, relaciones de proporcionalidad inversa, función lineal y afin. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática con tablas, gráficos, símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para determinar la regla general de una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas empleando propiedades de las operaciones; con apoyo de diversos recursos y TIC. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre expresiones algebraicas, magnitudes, o regularidades observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.

Relaciona datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a diversas situaciones de regularidades, equivalencias, y relaciones de variación; y las expresa en modelos de: sucesiones<sup>6</sup> con números racionales e irracionales, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones lineales, inecuaciones lineales con una incógnita, funciones cuadráticas o trigonométricas<sup>7</sup>. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: sucesiones, ecuaciones, funciones cuadráticas o trigonométricas, inecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando símbolos, tablas y gráficos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para generalizar la regla de formación de progresiones aritméticas y geométricas, hallar la suma de sus términos, simplificar expresiones usando identidades algebraicas y establecer equivalencias entre magnitudes derivadas; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación del plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones y relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades de los sistemas de ecuaciones y funciones trabajadas.

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a sumatorias notables, sucesiones convergentes o divergentes, idea de límite, funciones exponenciales, logarítmicas y periódicas y ecuaciones exponenciales. Formula modelos similares a los trabajados y evalúa la pertinencia de la modificación realizada a un modelo, reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas, relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: los sistemas de inecuaciones lineales, ecuaciones exponenciales y funciones definidas en tramos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, empleando un amplio repertorio de recursos TIC, estrategias heurísticas o procedimientos de: interpolar, extrapolar o calcular el valor máximo o mínimo de sucesiones y sumatorias notables, plantear sistemas de inecuaciones lineales y exponenciales y definir funciones por tramos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones elaborando relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; las justifica con demostraciones y produce argumentos matemáticos para convencer a otros.

<sup>5</sup> Que se generan al aplicar reflexiones o giros.

<sup>6</sup> Considerar progresión aritmética y geométrica.

<sup>7</sup> Función seno y coseno.

## Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

II CICLO/ 5 años

Identifica datos de situaciones de su interés y los registra con material concreto en listas, tablas de conteo y pictogramas<sup>1</sup>. Expresa con sus propias palabras lo que comprende sobre la información contenida en las listas, tablas de conteo y pictogramas y la ocurrencia de sucesos cotidianos. Representa los datos empleando material concreto, listas, tablas de conteo o pictogramas. Propone acciones, estrategias o procedimientos propios para recopilar y registrar datos cualitativos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

III CICLO/ 1.º y 2.º de primaria

Identifica datos en situaciones de su entorno familiar o de aula, los organiza en listas o tablas simples o de doble entrada y los expresa mediante pictogramas sin escala, gráficos de barras. Expresa empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos, lo que comprende sobre: la información contenida en tablas simples, de doble entrada o gráficos, el significado de la posibilidad o imposibilidad de sucesos cotidianos, y preguntas para recoger datos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema, empleando estrategias o procedimientos para recopilar, organizar y presentar datos, con apoyo de material concreto. Elabora supuestos referidos a características que se repiten en las actividades realizadas y los explica usando ejemplos similares.

IV CICLO/ 3.º y 4.º de primaria

Plantea relaciones entre los datos de situaciones de su entorno escolar, los organiza en tablas, barras simples, pictogramas con escalas o mediante la noción de moda. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre, la frecuencia y moda de un conjunto de datos, la comparación de datos en pictogramas o barras doble agrupadas, sucesos más o menos probables que otros. Elabora y emplea representaciones mediante gráficos de barras dobles o pictogramas, y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o solucionar un problema empleando estrategias o procedimientos para recopilar datos cuantitativos y hallar el dato que más se repite; con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las explica o justifica usando ejemplos.

V CICLO/ 5.º y 6.º de primaria

Interpreta los datos en diversas situaciones, los organiza en tablas de frecuencia y los expresa mediante, variables cualitativas o cuantitativas discretas, la media aritmética o la probabilidad de un suceso. Determina en que otras situaciones son aplicables. Describe utilizando lenguaje matemático su comprensión sobre: las preguntas y posibles respuestas para una encuesta, la información contenida en tablas y gráficos, el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos, los resultados de una situación aleatoria y la probabilidad de un evento. Elabora y emplea diversas representaciones de datos mediante gráficos de líneas o de puntos y la probabilidad como fracción o cociente; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a recopilar datos a través de una encuesta, organizarlos y presentarlos; determinar la media; determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; calcular la probabilidad de un evento como una fracción; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

<sup>1</sup> Pictogramas sin escala.

<sup>2</sup> El estudiante indica intuitivamente si un suceso es más probable o menos probable que otro.

<sup>3</sup> Pictogramas con escala.

Discrimina y organiza datos de diversas situaciones y los expresa mediante modelos que involucran, variables cualitativas, cuantitativas discretas y continuas, medidas de tendencia central y la probabilidad. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: datos contenidos en tablas y gráficos estadísticos, la pertinencia de un gráfico a un tipo de variable y las propiedades básicas de probabilidades. Elabora y emplea diversas representaciones usando tablas y gráficos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos para recopilar y organizar datos cuantitativos discretos y continuos, calcular medidas de tendencia central, la dispersión de datos mediante el rango, determinar por extensión y comprensión sucesos simples y compuestos, y calcular la probabilidad mediante frecuencias relativas; con apoyo de material concreto y recursos TIC. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre los datos o variables contenidas en fuentes de información, observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.

Interpreta y plantea relaciones entre datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a situaciones que demandan caracterizar un conjunto de datos, y los expresa mediante variables cualitativas o cuantitativas, desviación estándar, medidas de localización y la probabilidad de eventos. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre: población y muestra, un dato y el sesgo que produce en una distribución de datos, y espacio muestral y suceso, así como el significado de la desviación estándar y medidas de localización. Realiza y relaciona diversas representaciones de un mismo conjunto de datos seleccionando la más pertinente. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas para investigar o resolver problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos de recopilar y organizar datos, extraer una muestra representativa de la población, calcular medidas de tendencia central y la desviación estándar y determinar las condiciones y restricciones de una situación aleatoria y su espacio muestral; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas<sup>4</sup> sobre posibles generalizaciones en situaciones experimentales estableciendo relaciones matemáticas; las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten sus puntos de vista e incluyan conceptos y propiedades de los estadísticos..

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a caracterizar un conjunto de datos, y expresarlos mediante coeficiente de variación y probabilidad condicional. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando lenguaje matemático su comprensión sobre las relaciones entre medidas descriptivas, el significado del coeficiente de variación, y la probabilidad condicional. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o resolución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos TIC, estrategias heurísticas y procedimientos de: recopilar y organizar datos de diversas variables, aplicar técnicas de muestreo, extraer la muestra aleatoria de la población y calcular la probabilidad condicional. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática, y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

<sup>4</sup> Tener en cuenta que el razonamiento probabilístico y estadístico no es exacto como en matemáticas. Por lo tanto, en general las conjeturas que se puedan establecer no serán demostradas con rigor, serán afirmaciones con un grado de validez, porque se trata de elegir representantes de un sistema de datos (media, mediana, moda), o cuantificar la posibilidad (probabilidad teórica, empírica, etc.) pero que detrás de ello está la noción de incertidumbre.

## Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

II CICLO/ 5 años

Identifica datos de situaciones de su interés y los registra con material concreto en listas, tablas de conteo y pictogramas<sup>1</sup>. Expresa con sus propias palabras lo que comprende sobre la información contenida en las listas, tablas de conteo y pictogramas y la ocurrencia de sucesos cotidianos. Representa los datos empleando material concreto, listas, tablas de conteo o pictogramas. Propone acciones, estrategias o procedimientos propios para recopilar y registrar datos cualitativos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

III CICLO/ 1.º y 2.º de primaria

Identifica datos en situaciones de su entorno familiar o de aula, los organiza en listas o tablas simples o de doble entrada y los expresa mediante pictogramas sin escala, gráficos de barras. Expresa empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos, lo que comprende sobre: la información contenida en tablas simples, de doble entrada o gráficos, el significado de la posibilidad o imposibilidad de sucesos cotidianos, y preguntas para recoger datos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema, empleando estrategias o procedimientos para recopilar, organizar y presentar datos, con apoyo de material concreto. Elabora supuestos referidos a características que se repiten en las actividades realizadas y los explica usando ejemplos similares.

IV CICLO/ 3.º y 4.º de primaria

Plantea relaciones entre los datos de situaciones de su entorno escolar, los organiza en tablas, barras simples, pictogramas con escalas o mediante la noción de moda. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre, la frecuencia y moda de un conjunto de datos, la comparación de datos en pictogramas o barras doble agrupadas, sucesos más o menos probables que otros. Elabora y emplea representaciones mediante gráficos de barras dobles o pictogramas, y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o solucionar un problema empleando estrategias o procedimientos para recopilar datos cuantitativos y hallar el dato que más se repite; con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las explica o justifica usando ejemplos.

V CICLO/ 5.º y 6.º de primaria

Interpreta los datos en diversas situaciones, los organiza en tablas de frecuencia y los expresa mediante, variables cualitativas o cuantitativas discretas, la media aritmética o la probabilidad de un suceso. Determina en que otras situaciones son aplicables. Describe utilizando lenguaje matemático su comprensión sobre: las preguntas y posibles respuestas para una encuesta, la información contenida en tablas y gráficos, el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos, los resultados de una situación aleatoria y la probabilidad de un evento. Elabora y emplea diversas representaciones de datos mediante gráficos de líneas o de puntos y la probabilidad como fracción o cociente; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a recopilar datos a través de una encuesta, organizarlos y presentarlos; determinar la media; determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; calcular la probabilidad de un evento como una fracción; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

<sup>1</sup> Pictogramas sin escala.

<sup>2</sup> El estudiante indica intuitivamente si un suceso es más probable o menos probable que otro.

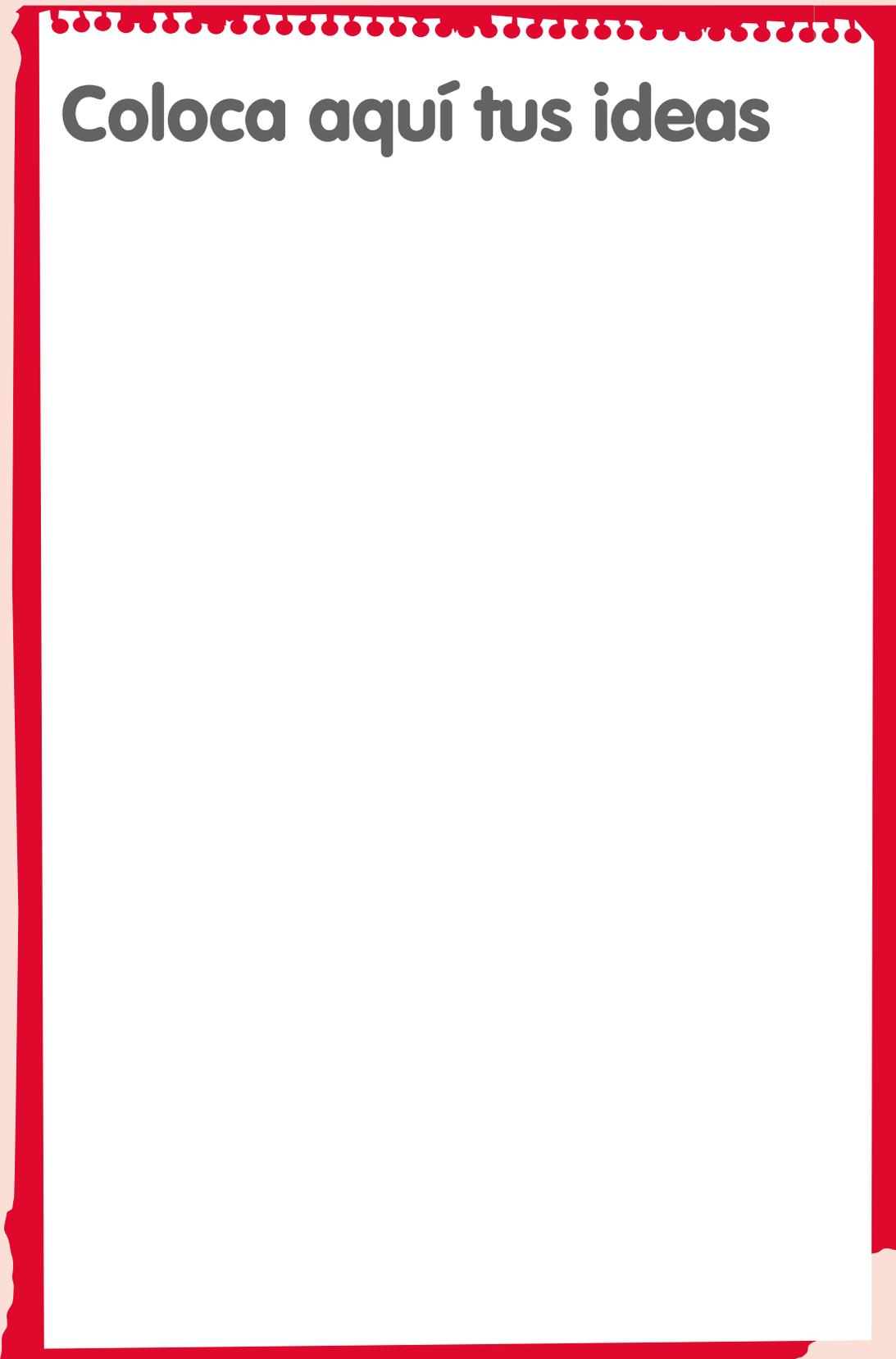
<sup>3</sup> Pictogramas con escala.

Discrimina y organiza datos de diversas situaciones y los expresa mediante modelos que involucran, variables cualitativas, cuantitativas discretas y continuas, medidas de tendencia central y la probabilidad. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: datos contenidos en tablas y gráficos estadísticos, la pertinencia de un gráfico a un tipo de variable y las propiedades básicas de probabilidades. Elabora y emplea diversas representaciones usando tablas y gráficos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos para recopilar y organizar datos cuantitativos discretos y continuos, calcular medidas de tendencia central, la dispersión de datos mediante el rango, determinar por extensión y comprensión sucesos simples y compuestos, y calcular la probabilidad mediante frecuencias relativas; con apoyo de material concreto y recursos TIC. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre los datos o variables contenidas en fuentes de información, observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.

Interpreta y plantea relaciones entre datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a situaciones que demandan caracterizar un conjunto de datos, y los expresa mediante variables cualitativas o cuantitativas, desviación estándar, medidas de localización y la probabilidad de eventos. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre: población y muestra, un dato y el sesgo que produce en una distribución de datos, y espacio muestral y suceso, así como el significado de la desviación estándar y medidas de localización. Realiza y relaciona diversas representaciones de un mismo conjunto de datos seleccionando la más pertinente. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas para investigar o resolver problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos de recopilar y organizar datos, extraer una muestra representativa de la población, calcular medidas de tendencia central y la desviación estándar y determinar las condiciones y restricciones de una situación aleatoria y su espacio muestral; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas<sup>4</sup> sobre posibles generalizaciones en situaciones experimentales estableciendo relaciones matemáticas; las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten sus puntos de vista e incluyan conceptos y propiedades de los estadísticos..

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a caracterizar un conjunto de datos, y expresarlos mediante coeficiente de variación y probabilidad condicional. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando lenguaje matemático su comprensión sobre las relaciones entre medidas descriptivas, el significado del coeficiente de variación, y la probabilidad condicional. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o resolución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos TIC, estrategias heurísticas y procedimientos de: recopilar y organizar datos de diversas variables, aplicar técnicas de muestreo, extraer la muestra aleatoria de la población y calcular la probabilidad condicional. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática, y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

<sup>4</sup> Tener en cuenta que el razonamiento probabilístico y estadístico no es exacto como en matemáticas. Por lo tanto, en general las conjeturas que se puedan establecer no serán demostradas con rigor, serán afirmaciones con un grado de validez, porque se trata de elegir representantes de un sistema de datos (media, mediana, moda), o cuantificar la posibilidad (probabilidad teórica, empírica, etc.) pero que detrás de ello está la noción de incertidumbre.



**Coloca aquí tus ideas**